



مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۹۲/۰۲/۲۲

نام دبیر: آقای بذرگری

نمره:

امضاء دبیر:

نام و نام خانوادگی:

شماره صندلی:

نام امتحان: ریاضیات عمومی

پایه - رشته: چهارم - تجربی

شماره کلاس:

تعداد صفحه:

(۱) در جدول توزیع احتمال مقابل مقدار k را تعیین کنید؟ (۱ نمره)

x	۰	۱	۲	۳
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	k	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

(۲) معادله $\ln(2x - 1) + \ln(x - 7) = \ln 7$ را حل کنید. (۱/۲۵ نمره)

(۳) معادله درجه‌ی دومی بنویسید که ریشه‌های آن سه برابر ریشه‌های معادله $x^2 + 6x - 1 = 0$ باشند. (۱/۲۵ نمره)

(۴) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

الف) $y = e^{2x+1} + x \ln(2x)$

ب) $x^2 y - 3xy + y^2 - 5x = 1$

(۵) جهت تغییرات و مقدار اکسترمم‌های مطلق تابع $y = x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 12x + 1$ را در فاصله $[-2, 3]$ به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۶) ضرائب b و a را چنان بیابید که تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ در نقطه $A(2, -3)$ یک اکسترمم نسبی داشته باشد. (۱ نمره)

۷) جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{1}{x-1}$ را رسم کنید. (۱/۵ نمره)

۸) اگر خطوط $5x - 3y = 5$ و $x + 2y = -1$ و $kx + 2y = 1$ از یک نقطه بگذرند مقدار k چقدر است؟ (۱ نمره)

۹) اگر نقاط $A(2, 3)$ و $B(4, 5)$ دو سر قطر یک دایره باشند معادله دایره را بنویسید. (۱ نمره)

۱۰) معادله سهمی که رأس آن $S(1, 2)$ و کانون آن $F(-4, 2)$ می باشد را بیابید و معادله خط هادی آن را بنویسید. (۱/۵ نمره)

۱۱) معادله یک بیضی به صورت $9x^2 + 4y^2 - 18x + 8y - 23 = 0$ می باشد مختصات کانون ها و خروج از مرکز را بیابید. (۱/۵ نمره)

۱۲) هذلولی به معادله $4x^2 - 9y^2 = 36$ (۱/۵ نمره)
الف) مختصات رأس‌ها و کانون‌ها و معادلات مجانب‌های آن را تعیین کنید.
ب) خروج از مرکز هذلولی را به دست آورید.
ج) نمودار هذلولی را رسم کنید.

۱۳) با رسم نمودار $y = |x - 1|$ مقدار $\int_0^3 |x - 1| dx$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۴) هر یک از انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید. (۲ نمره)

الف) $\int (x^2 + \sqrt{x} - 2) dx$

ب) $\int \left(e^x - \sin x + \frac{1}{x} \right) dx$

۱۵) فرض کنید G تابع مساحت با ضابطه $G(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{t+1} dt$ باشد اگر $y = x^2 G(x)$ باشد $G'(x)$ را بیابید. (۱ نمره)

موفق باشید

$$\frac{1}{\lambda} + k + \frac{r}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = 1 \rightarrow k = 1 - \frac{5}{\lambda} = \frac{r}{\lambda} \quad (1)$$

$$\ln(r(x-1))(x-r) = \ln r \quad (2)$$

$$rx^r - 14x - x + r = r \rightarrow rx^r - 15x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{15}{r} = 7/5 \end{cases} \quad (3)$$

$$t = rx \rightarrow x = \frac{t}{r} \rightarrow 9\left(\frac{t}{r}\right)^r + 6\left(\frac{t}{r}\right) - 1 = 0 \rightarrow t^r - 2t - 1 = 0 \quad (4)$$

الف) $y = e^{rx+1} + x \ln(rx) \quad y' = re^{rx+1} + (\ln rx + x \times \frac{r}{rx}) = re^{rx+1} + \ln rx + 1$

ب) $x^r y - rxy + y^r - 5x = 1 \quad y' = \frac{rxy - ry - 5}{x^r - rx + ry^r}$

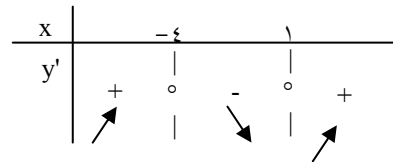
(5)

$$y' = 3x^r + 9 - 12 = 0 \quad x^r + 3x - 4 = 0 \begin{cases} x = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-2) = -8 + 18 - 24 + 1 = -13$$

$$f(1) = 1 + \frac{9}{2} - 12 + 1 = -5/2$$

$$f(2) = 27 + \frac{11}{2} - 36 + 1 = 32/5$$



(6)

$$y' = 3x^r + 2ax = 0 \quad 12 + 4a = 0$$

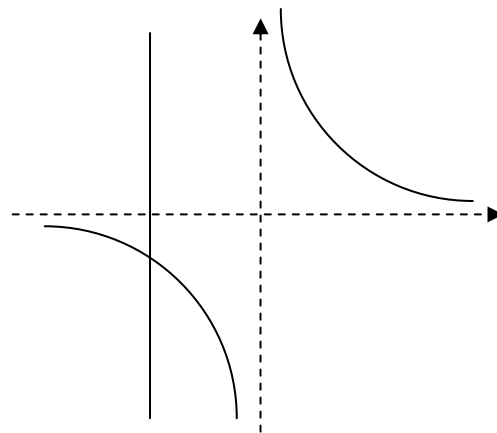
$$f(2) = -3 \rightarrow 8 + 4a + b = -3$$

$$\begin{cases} a = -3 \\ 4a + b = -11 \rightarrow b = -1 \end{cases}$$

(7)

$$y = \frac{1}{(x-1)^r} < 0 \text{ نزولی}$$

x	$-\infty$		$+\infty$
y'	-		-
y	0	$-\infty$	$+\infty$



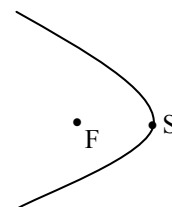
$$-۲ \begin{cases} ۲x - ۳y = ۵ \\ x + ۲y = -۱ \end{cases} \rightarrow ۷y = ۷ \quad y = \boxed{-۱} \rightarrow x = \boxed{۱} \rightarrow k - ۲ = ۱ \rightarrow k = ۳$$

(۹) اگر نقاط $A(۲,۳)$ و $B(۴,۵)$ دو سر قطر یک دایره باشند معادله‌ی دایره را بنویسید. (۱ نمره)

$$\text{مرکز } O \begin{cases} \frac{x}{۲} = ۳ \\ \frac{y}{۲} = ۴ \end{cases} \quad \text{شعاع } R = \sqrt{(۴-۳)^۲ + (۵-۳)^۲} = \sqrt{۲} \rightarrow (x-۳)^۲ + (y-۴)^۲ = ۲$$

(۱۰) سهمی افقی به سمت چپ

$$\begin{aligned} S \begin{cases} ۱ = \alpha \\ ۲ = \beta \end{cases} \\ F \begin{cases} -۴ = \alpha - P \\ ۲ \end{cases} \rightarrow ۱ - P = -۴ \rightarrow p = ۵ \\ (y-۲)^۲ = -۲ \cdot (x-۱) \end{aligned}$$



(۱۱) معادله‌ی

$$\begin{aligned} ۹x^۲ - ۱۸y + ۴y^۲ + ۸y = ۲۳ &\rightarrow ۹(x^۲ - ۲x) + ۴(y^۲ + ۲y) = ۲۳ \\ \rightarrow ۹(x-۱)^۲ + ۴(y+۱)^۲ = ۳۶ &\rightarrow \frac{(x-۱)^۲}{۴} + \frac{(y+۱)^۲}{۹} = ۳۶ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^۲ = ۹ \rightarrow c^۲ = ۵ &\quad \text{بیضی قائم} \\ b^۲ = ۴ &\quad \text{مرکز } (۱, -۱) \end{aligned}$$

$$F(۱, ۱ + \sqrt{۵}) \quad F'(۱, -۱ + \sqrt{۵})$$

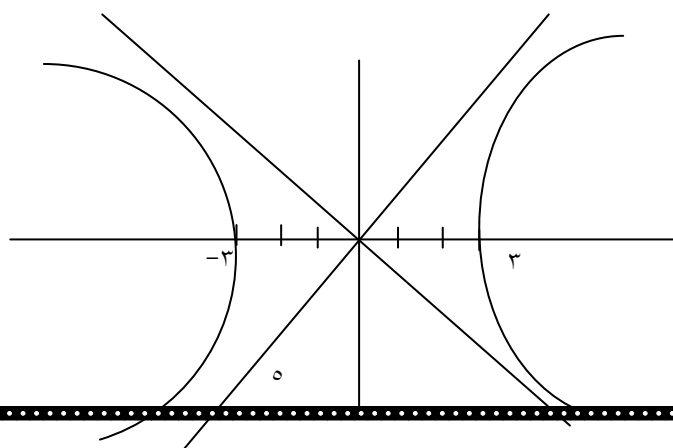
$$e = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

(۱۲) الف

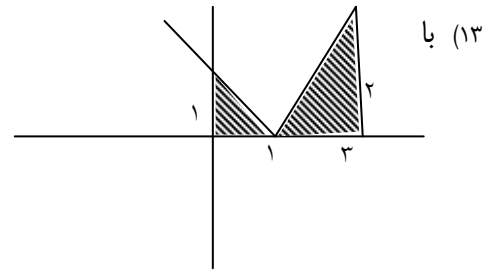
$$\begin{aligned} \frac{x^۲}{۹} - \frac{y^۲}{۴} = ۱ &\quad \text{مرکز } O(۰, ۰) \quad A \begin{vmatrix} ۳ \\ ۰ \end{vmatrix} \quad A' \begin{vmatrix} -۳ \\ ۰ \end{vmatrix} \\ a^۲ = ۹ & \\ b^۲ = ۴ &\quad \text{هذلولی افقی} \rightarrow B \begin{vmatrix} ۰ \\ ۲ \end{vmatrix} \quad B' \begin{vmatrix} ۰ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad F \begin{vmatrix} \sqrt{۱۳} \\ ۰ \end{vmatrix} \quad F' \begin{vmatrix} -\sqrt{۱۳} \\ ۰ \end{vmatrix} \\ c^۲ = ۱۳ & \\ y = \pm \frac{۲}{۳}x &\quad \text{مجانینها} \\ e = \frac{\sqrt{۱۳}}{۳} & \end{aligned}$$

(ب)

(ج)



$$S = \frac{1}{r} + \frac{r}{r} = \frac{5}{r}$$



(14)

الف) $\int (x^r + \sqrt{x} - r) dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} - rx + c$

ب) $\int (e^x - \sin x + \frac{1}{x}) dx = e^x + \cos x + \ln x + c$

(15)

$$G'(x) = rx G(x) + x^r G'(x) =$$

$$= rx \int_1^x \frac{\sin t}{t+1} dt + x^r \times \frac{\sin x}{x+1}$$