



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان همدان
معاونت آموزش ابتدایی
اداره تکنولوژی و گروه‌های آموزشی



درسنامه و آزمون
ریاضی پنجم
ابتدایی

فصل اول

عددنویسی الگوها

یادآوری عددنویسی

جدول ارزش مکانی تا طبقه ی میلیون

در سال گذشته، با طبقه ی میلیون و خواندن و نوشتن اعداد ۹ رقمی آشنا شدیم. به عنوان نمونه، عدد ۸۰۷۹۹۱۳۴۵ را به صورت روبه رو، در جدول ارزش مکانی قرار می دهیم.

میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۸	۰	۷	۹	۹	۱	۳	۴	۵
هشتصد و هفت			نهصد و نود و یک			سیصد و چهل و پنج		

این عدد به صورت «هشتصد و هفت میلیون و نهصد و نود یک هزار و سیصد و چهل و پنج» می خوانیم.

نکته: برای خواندن یک عدد، حتما لازم نیست جدول ارزش مکانی را رسم کنیم، بلکه می توانیم ارقام را سه رقم سه رقم از سمت راست جدا کنیم و عدد مربوطه به هر طبقه را به همراه نام آن طبقه بخوانیم. مانند:

به حروف: نهصد و یک میلیون و دو هزار و ده

یکی هزار میلیون

۰۱۰ ، ۰۰۲ ، ۹۰۱

└──┬──┬──┘

ده دو نهصد و یک

تغییر ارزش یک رقم در یک عدد

به جدول ارزش مکانی زیر، توجه کنید.

هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی
		۸	۰	۷	۰
	۸	۰	۷	۰	۰

$\times 10$

ارزش رقم ۷ در عدد ۸۰۷۰، دهگان می باشد. حال اگر این عدد را در ۱۰ ضرب کنیم، یک صفر در سمت راست آن اضافه می شود و در نتیجه، ارزش رقم ۷ در عدد حاصل، یک مرتبه افزایش می یابد، یعنی صدگان خواهد شد.

نکته: منظور از این که یک عدد را ۱۰ یا ۱۰۰ برابر می کنیم، این است که آن عدد را در ۱۰ یا ۱۰۰ ضرب می کنیم. به عنوان نمونه:

$$۸۰۸ = ۱۰ \times ۸۰۸ = ۱۰ \times ۸۰۸۰$$

$$۹۰۲۴۰۰ = ۱۰۰ \times ۹۰۲۴ = ۱۰۰ \times ۹۰۲۴۰۰$$

هم چنین وقتی می گوییم «۱۰۰۰ تا ۷۲۴ تا» منظورمان این است که عدد ۷۲۴ را ۱۰۰۰ برابر می کنیم. یعنی:

$$۷۲۴۰۰۰ = ۱۰۰۰ \times ۷۲۴ = ۱۰۰۰ \times ۷۲۴$$

اما اگر عدد ۸۰۷۰ را بر ۱۰ تقسیم کنیم، یک صفر از سمت راست آن حذف می شود و در نتیجه، ارزش رقم ۷ در عدد حاصل، یک مرتبه کاهش می یابد. یعنی یکان خواهد شد.

هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی
		۸	۰	۷	۰
			۸	۰	۷

$\div 10$

*وقتی عددی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... ضرب می شود؛ ارزش ارقام آن به تعداد صفرها بیشتر می شود. به ازای هر صفر، یک مرتبه (همچنین وقتی عددی به ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... تقسیم می شود؛ ارزش ارقام آن به تعداد صفرها کمتر می شود.) به ازای هر صفر یک مرتبه

گسترده نویسی اعداد

در سال گذشته با نحوه ی گسترده نویسی عددها آشنا شدیم. گسترده نویسی یعنی نوشتن یک عدد به صورت مجموع ارقام جدا از هم با حفظ ارزش مکانی آنها. دیدیم که از این طریق، می توان بسیاری از محاسبه های مربوط به جمع، تفریق یا ضرب را راحت تر انجام داد. مانند:

$$\text{یکی} + ۹ \text{ تا ده هزار تا} + ۸ \text{ تا صد هزار تا} + ۷ \text{ تا یک میلیون تا} = ۷۸۹۰۰۰۱$$

$$۷۰۰۰۰۰ + ۹۰۰ = ۷۰۰۹۰۰ = ۹ \text{ تا صد تا} + ۷ \text{ تا صد هزار تا}$$

نمونه هایی از جمع و تفریق اعداد با طبقه یکسان:

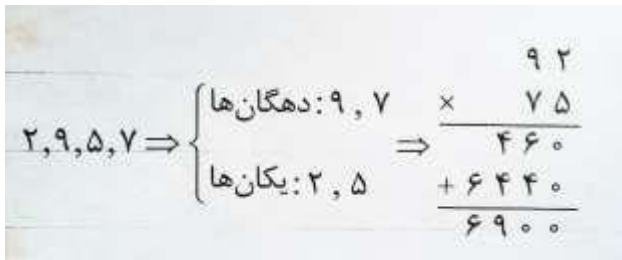
$$۱۶,۰۰۰,۰۰۰ = ۱۶ \text{ میلیون} = ۷ + ۹ \text{ میلیون} = ۷ \text{ میلیون} + ۹ \text{ میلیون}$$

$$۹,۰۰۰,۰۰۰ = ۹ \text{ میلیون} = ۱۳۱ - ۱۴۰ \text{ میلیون} = ۱۳۱ \text{ میلیون} - ۱۴۰ \text{ میلیون}$$

یادآوری محاسبه های عددی

پیدا کردن بزرگ ترین مقدار ممکن برای ضرب دو عدد دورقمی

چهار رقم ۷، ۵، ۹ و ۲ را در نظر بگیرید. با این چهار رقم، بدون تکرار ارقام، دو عدد دورقمی می سازیم. می خواهیم بزرگ ترین مقدار ممکن را برای ضرب این دو عدد، پیدا کنیم.


$$۲, ۹, ۵, ۷ \Rightarrow \begin{cases} \text{دهگانها: } ۹, ۷ \\ \text{یکانها: } ۲, ۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} ۹۷ \\ \times ۵۲ \\ \hline ۱۹۴ \\ + ۴۸۵ \\ \hline ۵۰۵۴ \end{array}$$

بزرگ ترین رقم ها را برای دهگان ها و کوچک ترین رقم ها را برای یکان ها در نظر می گیریم. از بین یکان ها، رقم کوچک تر را برای دهگان بزرگ تر و رقم بزرگ تر را برای دهگان کوچک تر انتخاب می کنیم.

جمع و تفریق به روش گسترده نویسی

می خواهیم حاصل $۱۱۶ + ۸۷۳$ را به روش گسترده نویسی به دست آوریم. برای این کار، یکی از عددها (مثلا ۱۱۶) را به صورت گسترده می نویسیم.

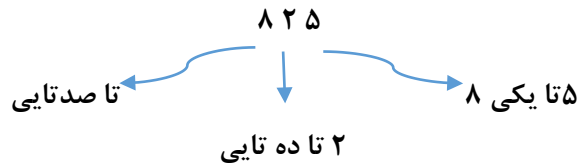
$$۱۱۶ = ۱۰۰ + ۱۰ + ۶ = ۱ \text{ تا صدتایی} + ۱ \text{ تا ده تایی} + ۶ \text{ تا یکی}$$

۶ تا یکی را به ۳ تا یکی اضافه می کنیم می شود ۹ تا یکی، ۱ ده تایی را به ۷ تا ده تایی اضافه می کنیم می شود ۸ تا ده تایی و ۱ صدتایی را به ۸ تا صدتایی اضافه می کنیم می شود ۹ تا صدتایی.

$$۸۷۳ + ۱۱۶ = ۹۸۹$$

از این روش، برای انجام تفریق نیز می توان استفاده نمود. مانند:

$$936 - 825 = 111$$



۸ تا صدتایی را از ۹ تا صدتایی، ۲ تا ده تایی را از ۳ تا ده تایی و ۵ تا یکی را از ۶ تا یکی کم می کنیم.

مقایسه ی اعداد

اگر بخواهیم دو عدد را با هم مقایسه کنیم، به صورت زیر عمل می کنیم.

الف - عددی که تعداد رقم های بیش تری دارد، بزرگ تر است.

ب- اگر تعداد رقم های اعداد باهم برابر باشد، از با ارزش ترین رقم، شروع به مقایسه می کنیم. (یعنی از سمت چپ)

مثال ۱- در جاهای خالی، علامت مناسب > یا = یا < قرار دهید.

$$89912 < 9999$$

چهار رقمی پنج رقمی

$$18892301 > 188893201$$

$$2 < 3$$

تقسیم به روشی ساده تر

در تقسیم هایی ها باقی مانده ندارند، یعنی در تقسیم هایی که مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است، می توان برای راحت تر انجام دادن تقسیم، به صورت دیگری عمل کرد. برای درک این موضوع، به مثال زیر، توجه کنید.

مثال ۲- حاصل تقسیم $45 \div 900$ را به دست آورید.

الف- ابتدا مقسوم علیه این تقسیم (یعنی ۴۵) را به صورت ضرب دو عدد، می نویسیم.

$$45 = 9 \times 5$$

$$900 \div 9 = 100$$

ب- حالا ۹۰۰ را بر ۹ تقسیم می کنیم.

ج- سپس جواب به دست آمده را بر ۵ تقسیم می کنیم.

$$100 \div 5 = 20$$

به صورت خلاصه داریم:

$$900 \div 45 = 900 \div 9 = 100 \div 5 = 20$$

یادآوری عدد نویسی و محاسبات عددی ۲

برای درست خواندن و درست نوشتن عددها می توانیم از ۲ روش استفاده کنیم.

❖ استفاده از جدول ارزش مکانی

هشتصد و پنج میلیون و صد و بیست هزار و ششصد

میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۸	۰	۵	۱	۲	۰	۶	۰	۰

جدا کردن رقم ها از سمت راست (سه رقم، سه رقم، سه رقم) $91245107 =$
 نود و یک میلیون و دویست و چهل و پنج هزار و صد و هفت
 به جدول زیر توجه کنید. در ردیف اول چه عددی نوشته شده است؟

هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی
		۴	۲	۵	۳
	۴	۲	۵	۳	۰
۴	۲	۵	۳	۰	۰

عدد ردیف دوم، چه تغییری کرده است؟ عدد ردیف سوم چطور؟
 در ردیف دوم عدد ۴۲۵۳ در ۱۰ و در ردیف سوم در ۱۰۰ ضرب شده است.

می بینید که ارزش مکانی هر رقم تغییر و ۱۰ یا ۱۰۰ برابر شده است. به عنوان مثال ۳ در ردیف اول تبدیل به ۳۰ در ردیف دوم و ۳۰۰ در ردیف سوم شده است.

با توجه به مطالب بالا، آیا می توانیم بگوییم که عدد ۴۲۵۳۰ همان ۴۲۵۳ است که در ۱۰ ضرب شده است؟
 یعنی ۴۲۵۳ تا ده تایی؟ عدد ۴۲۵۳۰۰، از ۴۲۵۳ تا صد تایی تشکیل شده است.

برای آن که برخی از محاسبه ها را به شکل ساده تری انجام بدهیم، می توانیم عددها را به روش زیر بخوانیم.

$$۳۲۰۰ = ۳۲ \text{ صدتایی} = ۴ \text{ صدتایی} - ۳۶ \text{ صدتایی} = ۴۰۰ - ۳۶۰۰$$

$$۸۹۰۰۰ = ۸۹ \text{ هزارتایی} = ۷ \text{ هزارتایی} + ۸۲ \text{ هزارتایی} = ۷۰۰۰ + ۸۲۰۰۰$$

$$۶۰۰ = ۶ \text{ صدتایی} = ۷ \div ۴۲ \text{ صدتایی} = ۴۲۰۰ \div ۷$$

عدد ۳۲۸۰۵۰۰۰ از تا یک میلیون و ۸ تا و ۵ تا ساخته شده است.

برای پاسخ به این گونه سوالات، عدد را به صورت گسترده می نویسیم یا - با روش بهتر - از جدول ارزش مکانی استفاده می کنیم .

نکته ای که باید دقت کنیم، این است که مجموع این قسمت ها، باید برابر همان عددی باشد که مسئله تعیین کرده است.

$$۳۲۸۰۵۰۰۰ = \dots \times ۱۰۰۰۰۰ + ۸ \times \dots + ۱۰۰۰۰ \times ۵ \times \dots$$

$$\longrightarrow ۳۲۰۰۰۰۰ + ۸۰۰۰۰ + ۵۰۰۰ = ۳۲۸۰۵۰۰۰$$

	میلیون			هزار			یکی		
	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۳۲ تا یک میلیون		۳	۲	۸	۰	۵	۰	۰	۰
۸ تا صد هزار			۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵ تا هزارتایی				۱	۰	۰	۰	۰	۰

نکته ی دیگری که باید به آن توجه کنیم، این است که در این سوالات به "و" و "یا" دقت کنیم. وقتی قسمت های مختلف با و از هم جدا می شوند، مجموع آن ها عدد اول را می سازد و زمانی که این قسمت ها با یا از هم جدا شوند، هر قسمت (که بین دو تا یا قرار گرفته) عدد اول را می سازد. به مثال زیر توجه کنید.

عدد ۲،۷۰۰،۵۰۰ از ۲ تا یک میلیون و ۷۰ تا ده هزار و ۵ تا صدتایییا از ۲۷ تا صد هزار و ۵۰ تا ده تایی ساخته شده است.

اگر دقت کنید؛

$$۲ \times ۱،۰۰۰،۰۰۰ + ۷۰ \times ۱۰،۰۰۰ + ۵ \times ۱۰۰ = ۲،۷۰۰،۵۰۰$$

$$۲۷ \times ۱۰۰،۰۰۰ + ۵۰ \times ۱۰ = ۲،۷۰۰،۵۰۰$$

به یک مثال دیگر توجه کنید.

عدد ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ از ۱۰ تا ده میلیون یا ۱۰۰ تا یک میلیون یا ۱۰۰,۰۰۰ تا هزار تایی تشکیل شده است. اینجا هم می توانیم تساوی برقرار کنیم یا مثل روش بالا از جدول ارزش مکانی استفاده نمائیم.

$$\begin{aligned} \dots \times 10,000,000 &= 100,000,000 & \longrightarrow & \dots = 10 \\ \dots \times 1,000,000 &= 100,000,000 & \longrightarrow & \dots = 100 \\ \dots \times 100 &= 100,000,000 & \longrightarrow & \dots = 1,000,000 \end{aligned}$$

نکته : ارزش رقم ها در اعداد

ارزش یک رقم در یک عدد به مرتبه اش بستگی دارد. مثلاً رقم ۷ در عدد زیر در مرتبه ی دهگان میلیارد قرار دارد پس ارزش آن ۷ (تا ده میلیارد) یعنی ۷۰ میلیارد می شود:



یا رقم ۳ در همین عدد در مرتبه ی یکان میلیون است؛ پس ارزش آن ۳ تا «یک میلیون» یعنی «۳ میلیون» می شود.

عدد زیر را در جدول ارزش مکانی قرار دهید .

"هشتاد و شش میلیون و چهل و پنج هزار و ده"

الف- ارزش رقم ۴ در این عدد چقدر است؟

ب- بزرگترین رقم دارای چه ارزش مکانی است؟

ج- اگر عدد ۱۰۰ برابر شود، عدد ۶ دارای چه ارزش مکانی می شود؟

د- این عدد به ۸۶,۰۰۰,۰۰۰ نزدیک تر است یا به ۸۶,۵۰۰,۰۰۰؟

میلیارد			میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
				۸	۶	۰	۴	۵	۰	۱	۰
		۸		۶	۰		۴	۵		۱	۰

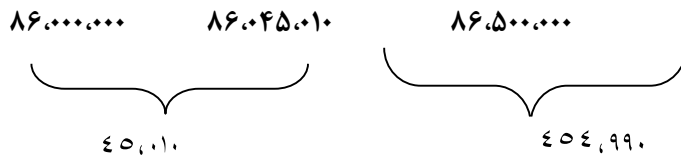
×۱۰۰

ارزش رقم ۴ در اینجا ۴۰۰۰۰ است. (۴ × ۱۰۰۰۰ = ۴۰۰۰۰) بزرگترین

رقم این عدد ۸۰ است که در جایگاه دهگان میلیون قرار دارد.

ارزش مکانی رقم ۶ همیشه صدگان میلیون

اختلاف عدد را به هریک از اعداد داده شده به دست می آوریم. طبیعی است که هرچه اختلاف کمتر باشد، عدد ما به عدد داده شده نزدیک تر خواهد بود.



همانطور که می بینید، عدد ما به $86,000,000$ نزدیکتر است.

معرفی میلیارد

عدد میلیارد: در سال گذشته با عدد میلیون و هم چنین طبقه ی میلیون در جدول ارزش مکانی آشنا شدیم. امسال می خواهیم شما را با عدد میلیارد آشنا کنیم. به الگوی زیر، توجه کنید.

۱۰ تا صد هزار تا ۱۰ تا ده هزار تا ۱۰ تا هزار تا ۱۰ تا صد تا ۱۰ تا ده تا ۱۰ تا یکی

صد هزار → ده هزار → هزار → صد → ده → یکی

ده تا صد میلیون تا ده تا ده میلیون تا ده تا یک میلیون تا

میلیارد صد میلیون ده میلیون میلیون

جدول ارزش مکانی تا طبقه ی میلیارد

حالا که با عدد میلیارد آشنا شدیم، می توانیم جدول ارزش مکانی را تا طبقه ی میلیارد به صورت زیر، ادامه دهیم.

میلیارد			میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
								۱	۰	۰	۰
					۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
		۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

همان طور که دیده می شود، یک میلیارد، 1000 برابر یک میلیون می باشد. هم چنین یک میلیارد، 1000000 برابر هزار است.

مثال ۱- عدد 807123009123 را در یک جدول ارزش مکانی قرار دهید و آن را به حروف بنویسید.

میلیارد			میلیون			هزار			یکی		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۸	۰	۷	۱	۲	۳	۰	۰	۹	۱	۲	۳
هشتصد و هفت			صد و بیست و سه			نه			صد و بیست و سه		

به حروف، هشتصد و هفت میلیارد و صد و بیست و سه میلیون و نه هزار و صد و بیست و سه

تقریب با رقم میلیارد

در سال گذشته آموختیم که چگونه اعداد را به صورت تقریبی بنویسیم. هم چنین آموختیم که چگونه می توان اعداد را به صورت تقریبی روی محور، نمایش داد. امسال نیز می خواهیم همان مطالب را در مورد تقریب با رقم میلیارد مرور کنیم.

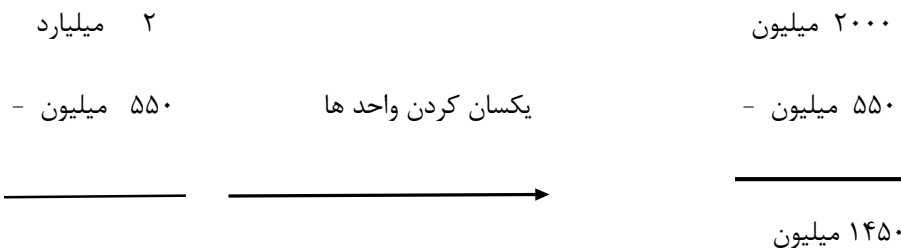
مثال ۲) عدد ۸,۴۷۳,۷۹۲,۱۴۲ به صورت تقریبی و با تقریب رقم یک میلیارد، چند است؟

$$۸,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ \text{ — } ۸,۴۷۳,۷۹۲,۱۴۲ \text{ — } ۹,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰$$

همان طور که دیده می شود، اختلاف عدد داده شده با هشت میلیارد کم تر از اختلافش با نه میلیارد است، بنابراین به هشت میلیارد نزدیک تر است. پس:

$$۸,۴۷۳,۷۹۲,۱۴۲ \text{ ————— } ۸,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰$$

نکته: گاهی اوقات می توان جمع و تفریق اعداد را به صورت راحت تری نیز انجام داد. به عنوان نمونه، فرض کنید می خواهیم از دو میلیارد، پانصد و پنجاه میلیون کم کنیم.



بنابراین حاصل تفریق (۱۴۵۰ میلیون) یا (۴۵۰ میلیون + ۱۰۰۰ میلیون) یا (یک میلیارد و ۴۵۰ میلیون) خواهد بود.

معرفی میلیارد ۲

تاکنون در جدول ارزش مکانی، با طبقه های یکی، هزار و میلیون آشنا شدیم. با اضافه کردن یک طبقه ی دیگر به جدول می توانیم طبقه ی میلیارد را داشته باشیم.

با توجه به جدول زیر به پرسش های زیر پاسخ دهید:

میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
		۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

عدد یک میلیارد، چند رقمی است؟

یک میلیارد یعنی یک دسته یا ۱۰ تا ، یا ۱۰۰ تا ده میلیون و یا ۱۰۰۰ تا.....یک میلیارد را به چه شکل های دیگری می توان خواند؟

معرفی میلیارد ۳

دوستان عزیزم، شما با عددخوانی و عددنویسی آشنا هستید. در سال های گذشته توانسته اید اعداد را تا طبقه ی «میلیون ها» بخوانیم و بنویسید. امسال هم بیشتر یاد می گیرید و می توانید عددهای بزرگ تری را تا طبقه ی «میلیارد» بخوانید و بنویسید. برای یادگیری، به این مثال ها دقت کنید:

میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
		۱	۴	۰	۸	۳	۹	۲	۰	۲	۶

یک میلیارد و چهارصد و هشت میلیون و سیصد و نود و دو هزار و بیست و شش

(در این عدد، رقم ۱ در مرتبه ی یکان میلیارد قرار دارد و ارزش آن یک میلیارد است.)

میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
	۵	۳	۰	۱	۹	۰	۰	۰	۷	۸	۲

پنجاه و سه میلیارد و نوزده میلیون و هفتصد و هشتاد و دو

در این عدد، رقم ۵ در مرتبه ی دهگان میلیارد قرار دارد و ارزش آن ۵۰ میلیارد است

میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۳	۰	۵	۰	۸	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۲

سیصد و پنج میلیارد و هشتاد میلیون و صد هزار و صد و دوازده

(در این عدد، رقم ۳ در مرتبه ی صدگان میلیارد قرار دارد و ارزش آن ۳۰۰ میلیارد است)

جمع و تفریق عددهای مرکب

عددهای مرکب

به عبارت های زیر، توجه کنید.

۲ ساعت و ۵ دقیقه و ۴ ثانیه ، ۶ متر و ۷ سانتی متر ، ۶ سال و ۷ ماه و ۵ روز ، ۷ کیلوگرم و ۲۰ گرم

هر یک از عبارت های بالا، بیان گر یک عدد می باشد که از بیش از یک قسمت تشکیل شده است. به چنین اعدادی، اعداد مرکب گفته می شود.

(اعدادی که از دو یا چند جزء، با واحدهای اندازه گیری مختلف تشکیل شده اند)

ساعت

به طور معمول ما زمان را بر حسب ساعت بیان می کنیم. در سال های گذشته با انواع ساعت و نمایش زمان روی آن ها، آشنا شده ایم. به عنوان نمونه، زمانی را که ساعت زیر نشان می دهد، می نویسیم.



همان طور که دیده می شود، برای نمایش یک زمان بر حسب ساعت، به صورت زیر عمل می کنیم:

ثانیه : دقیقه : ساعت

نکته : واحدهای زمان، مانند ثانیه، دقیقه و ساعت، ۶۰ تا ۶۰ تا تغییر می کنند. یعنی:

$1' = 60'' = 1$ دقیقه = ۶۰ ثانیه در واقع اگر بخواهیم ۷۰ ثانیه را نمایش دهیم، می نویسیم:

$1:10'' = 1$ دقیقه و ۱۰ ثانیه = $60'' + 10'' = 70''$ هم چنین اگر بخواهیم ۹۰

دقیقه را نمایش دهیم، می نویسیم:

$1:30 = 1$ ساعت و ۳۰ دقیقه = $60 + 30 = 90$

توجه داشته باشید که برای نمایش اعداد مربوطه به جرم و مسافت نیز، می توان از عددهای مرکب استفاده نمود. مانند؟

الف - ۴ متر و ۷ سانتیمتر و ۳ میلی متر.

میلیمتر	سانتیمتر	متر
۳	۷	۴

ب - ۸ تن و ۹۰۰ کیلوگرم و ۷۵۰ گرم.

گرم	کیلوگرم	تن
۷۵۰	۹۰۰	۸

هم چنین می توان تاریخ یک روز را نیز به صورت عدد مرکب نوشت. مانند:

الف - چهارم اردیبهشت ماه سال ۱۳۶۴

روز	ماه	سال
۴	اردیبهشت	۱۳۶۴

ب - بیست و نهم تیرماه ۱۳۶۳

روز	ماه	سال
۲۹	۴	۱۳۶۳

جمع اعداد مرکب

برای جمع و تفریق اعداد مرکب، آنها را طوری زیر هم می نویسیم که اعداد با واحد یکسان، زیر هم باشند.

برای جمع کردن اعداد مرکب، باید به این نکته توجه داشته باشیم که واحدهای نوشته شده چندتا چندتا تغییر می کنند. به عنوان نمونه، جمع مقابل را به دو روش انجام می دهیم.

$$\begin{array}{r}
 ۸ : ۴۰' \\
 + ۳ : ۲۵' \\
 \hline
 ۱۱ : ۶۵' \\
 \downarrow ۶۵' = ۶۰' + ۵' \\
 ۱۲ : ۵' \quad \text{۱ ساعت}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{r}
 \text{روش اول:} \\
 ۸ : ۴۰' \\
 + ۳ : ۲۵' \\
 \hline
 ۱۱ : ۶۵' \\
 \downarrow ۶۵' = ۶۰' + ۵' \\
 ۱۲ : ۵' \quad \text{۱ ساعت}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{r}
 \text{روش دوم:} \\
 ۸ : ۴۰' \\
 + ۳ : ۲۵' \\
 \hline
 ۱۲ : ۵'
 \end{array}$$

همان طور که دیده می شود، در روش اول، ابتدا عددهای مربوط به هر قسمت را جداگانه جمع کردیم و سپس انتقال را انجام دادیم ولی در روش دوم، از سمت راست شروع به جمع کردن عددها کردیم و هر جا که لازم شد، انتقال را انجام دادیم.

مثال ۱- حاصل جمع های زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r}
 \text{الف) } ۱۰ : ۴۰' : ۳۵'' \\
 + ۱۱ : ۷۰' : ۵۸'' \\
 \hline
 ۲۱ : ۱۱۰' : ۹۳'' \\
 \downarrow ۹۳'' = ۶۰'' + ۳۳'' \\
 \downarrow ۱۱۰' + ۱' = ۱۱۱' = ۶۰' + ۵۱' \\
 \downarrow ۲۱ + ۱ = ۲۲ \\
 \hline
 ۲۲ : ۵۱' : ۳۳''
 \end{array}
 \quad \begin{array}{r}
 \text{ب) } ۷ : ۲۴' : ۵۲'' \\
 + ۱۳ : ۴۰' : ۳۲'' \\
 \hline
 ۲۱ : ۵' : ۲۴''
 \end{array}$$

تفریق اعداد مرکب

برای تفریق کردن اعداد مرکب نیز، با توجه به آن چه در مورد جمع گفته شد، باید بدانیم که واحدهای نوشته شده چندتا چندتا تغییر می کنند. به تفریق های زیر، توجه کنید.

$$\begin{array}{r}
 \text{الف) } \begin{array}{r}
 \text{گرم} \\
 ۱۷۲۰ \\
 - ۳۴۰ \\
 \hline
 ۱۳۸۰ \\
 \text{کیلوگرم} \\
 ۸ \\
 - ۶ \\
 \hline
 ۲
 \end{array}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{r}
 \text{ب) } \begin{array}{r}
 ۴۲ : ۵۳' : ۹۶'' \\
 - ۴۰ : ۵۷' : ۴۸'' \\
 \hline
 ۲ : ۵۶' : ۴۸''
 \end{array}
 \end{array}$$

مقایسه ی اعداد مرکب

برای مقایسه ی دو عدد مرکب، مانند اعداد معمولی، از چپ به راست مقایسه را انجام می دهیم. عددی بزرگ تر است که عدد مربوط به واحد سمت چپ آن، بزرگ تر باشد. به عنوان نمونه:

$$4:27:35'' < 3:48:59''$$

میلیمتر سانتیمتر متر میلیمتر سانتیمتر متر

$$27 \ 5 \ 36 < 27 \ 6 \ 48$$

گرم کیلوگرم گرم کیلوگرم

$$8 \ 900 = 8 \ 900$$

توجه داشته باشید که فقط، دو عدد مرکب که از یک جنس هستند را می توان باهم مقایسه کرد.

جمع تفریق عدد های مرکب ۲

واحدهای اندازه گیری زمان، ساعت، دقیقه، ثانیه و ... ، واحدهای اندازه گیری طول، متر، سانتی متر، میلی متر و ... و واحدهای اندازه گیری، جرم، تن، کیلوگرم، گرم و ... است.

به این عددها توجه کنید:

۷ ساعت و ۱۵ دقیقه و ۲۷ ثانیه که نوشته می شود: ۷ : ۱۵ : ۲۷

۴ سال و ۵ هفته و ۶ روز

۸ متر و ۹ سانتی متر و ۲ میلی متر

۵ کیلوگرم و ۴۸ گرم

نمونه های بالا عددهای مرکب هستند. این عددها ترکیبی از واحدهای مختلف هستند که کنار هم نوشته می شوند.

واحدهای اندازه گیری زمان:

۱ دقیقه	۱ ساعت	۱ روز	۱ ماه	۱ سال	یک قرن
۶۰ ثانیه	۶۰ دقیقه	۲۴ ساعت	۳۰ روز	۱۲ ماه	۱۰۰ سال

یک سال ۴ فصل و هر فصل ۳ ماه دارد. ماه های بهار و تابستان ۳۱ روزه و ماه های پاییز و زمستان ۳۰ روزه هستند به جز اسفند که ۲۹ روز دارد. اسفندماه هر ۴ سال یک بار ۳۰ روز می شود که به آن سال کبیسه می گوئیم. (۳۶۶ روز)

واحدهای اندازه گیری طول و جرم:

۱ سانتی متر	۱ متر	۱ کیلومتر
۱۰ میلی متر	۱۰۰ سانتی متر	۱۰۰۰ متر
۱ گرم	۱ کیلوگرم	یک تن
۱۰۰۰ میلی گرم	۱۰۰۰ گرم	۱۰۰۰ کیلوگرم

در جمع و تفریق عددهای مرکب در صورت نیاز واحدها را به یک دیگر تبدیل می کنیم.

روز	ماه	سال
۲۳	۵	۷
۱۸	۷	+ ۸
۴۱	۱۲	۱۵
- ۳۰	+ ۱	+ ۱
روز ۱۱	۱۳	سال ۱۶
	- ۱۲	
	۱۳	ماه یعنی ۱ سال و ۱ ماه

جمع و تفریق عددهای مرکب ۳

شما عزیزانم، با ساعت، دقیقه و ثانیه آشنا هستید. هر ساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه است. یک زمان را می توان به صورت یک عدد مرکب نوشت و نشان داد.

مثال (ساعت ۸ و ۴۵ دقیقه و ۲۲ ثانیه را می توان به این صورت نمایش داد: $۸ : ۴۵ : ۲۲''$)

نکته : اگر قسمت دقیقه به ۶۰ برسد، صفر می شود و یک واحد به قسمت ساعت اضافه می شود. اگر قسمت ثانیه هم به ۶۰ برسد، صفر می شود و یک واحد به قسمت دقیقه اضافه می شود.

در جمع و تفریق عددهای مرکب باید نکته ی بالا را در نظر بگیریم.

مثال- الان ساعت $۳ : ۴۰ : ۵۲''$ است. یک ساعت و ۲۵ دقیقه و ۳۰ ثانیه بعد چه ساعتی خواهد بود؟

پاسخ (این مسئله با جمع دو عدد مرکب حل می شود؛ ابتدا هر قسمت را جداگانه جمع می کنیم و بعد تغییرات لازم را در جواب نهایی ایجاد می کنیم. باید دقت کنیم که قسمت های ثانیه و دقیقه در حاصل باید کم تر از «۶۰» باشند.

$$\begin{array}{r}
 ۳ : ۴۰' : ۵۲'' \\
 + ۱ : ۲۵' : ۳۰'' \\
 \hline
 ۴ : ۶۵' : ۸۲'' - ۶۰ \\
 ۴ : ۶۶' : ۲۲'' \\
 + ۱ - ۶۰ \\
 \hline
 ۵ : ۰۶' : ۲۲'' \leftarrow \text{پاسخ درست نهایی}
 \end{array}$$

مثال- یک اتومبیل در ساعت $۱۸ : ۴۸ : ۱۸''$ وارد پارکینگ شد و در ساعت $۱۸ : ۳۲ : ۲۰''$ از پارکینگ خارج شد. این اتومبیل چه مدتی در پارکینگ بوده است؟

پاسخ- با تفریق دو عدد مرکب مسئله حل می شود؛ باز هم تفریق هر قسمت را جداگانه انجام می دهیم. در این جا به قرض گرفتن از قسمت ساعت برای دقیقه ها نیاز داریم. چون یک ساعت ۶۰ دقیقه است، با کم کردن یک واحد از ساعت ها، ۶۰ دقیقه به دقیقه ها اضافه می شود:

$$\begin{array}{r}
 ۱۷ \quad ۹۳' \\
 ۱۸ : ۳۲' : ۲۰'' \\
 - ۱۶ : ۴۸' : ۱۸'' \\
 \hline
 ۰۱ : ۴۴' : ۰۲'' \leftarrow \text{پاسخ مسئله}
 \end{array}$$

الگوها ۱

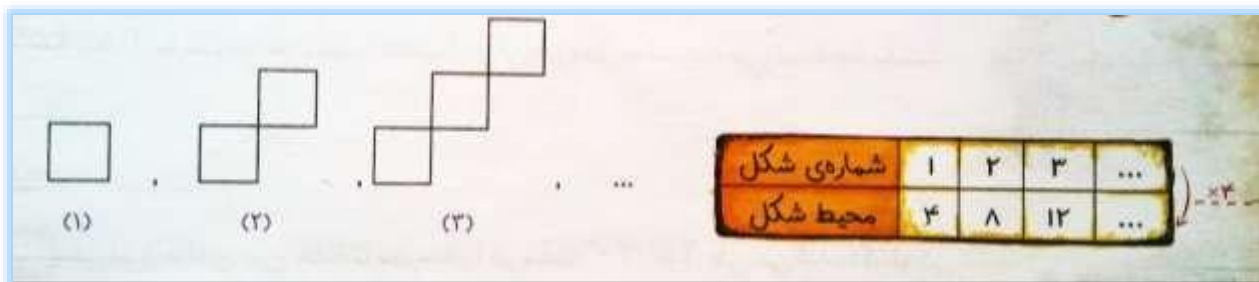
الگو یک رابطه منظم و منطقی میان اعداد و اشکال است. وقتی عدد ها یا شکل ها، با یک نظم خاص پشت سر هم قرار می گیرند یک الگو به دست می آید. هر عدد یا شکل در الگو، یک شماره دارد که نشان می دهد چندمین عدد یا شکل الگو است. مثلاً در الگوی اعداد فرد (... ۷ ۵ ۳ ۱) شماره عدد ۵، ۳ است. یعنی ۵ سومین عدد این الگو است. یا شماره عدد ۷، ۴ است. به این معنا که ۷، چهارمین عدد الگوی اعداد فرد می باشد.

الگویابی

گفتیم که الگو یک رابطه منظم و منطقی میان اعداد و اشکال است. الگویابی یعنی کشف این رابطه منظم میان اعداد. در الگویابی سعی می کنیم رابطه عدد یا شکل با عدد یا شکل قبلی، یا رابطه عدد با شماره آن را بدست بیاوریم.

در سال گذشته آموختیم که الگوها دو نوع اند: الگوهای عددی و الگوهای هندسی. دیدیم که می توان با رسم یک جدول نظام دار یک الگوی هندسی را به یک الگوی عددی تبدیل نمود. برای تبدیل الگوی هندسی به الگوی عددی، معمولاً مولاً یک رابطه بین شماره ی شکل و موضوع مورد بررسی پیدا می کنیم.

مثال ۱- با توجه به الگو، جدول زیر را کامل کنید و به سؤال ها پاسخ دهید. (ضلع هر مربع، برابر با ۱ واحد است.)



الف- الگوی مربوطه به محیط شکل ها، شمارش چندتا چندتا است؟ ۴ تا ۴ تا

$$۴ \xrightarrow{+۴} ۸ \xrightarrow{+۴} ۱۲, \dots$$

ب- با این الگو، بگویید که محیط شکل هشتم، چند واحد است.

$$۴ \xrightarrow{+۴} ۸ \xrightarrow{+۴} ۱۲ \xrightarrow{+۴} ۱۶ \xrightarrow{+۴} ۲۰ \xrightarrow{+۴} ۲۴ \xrightarrow{+۴} ۲۸ \xrightarrow{+۴} ۳۲$$

ج- با توجه به جدول، چه رابطه ای بین شماره ی هر شکل و محیط آن وجود دارد؟

$$۴ \times \text{شماره ی شکل} = \text{محیط شکل}$$

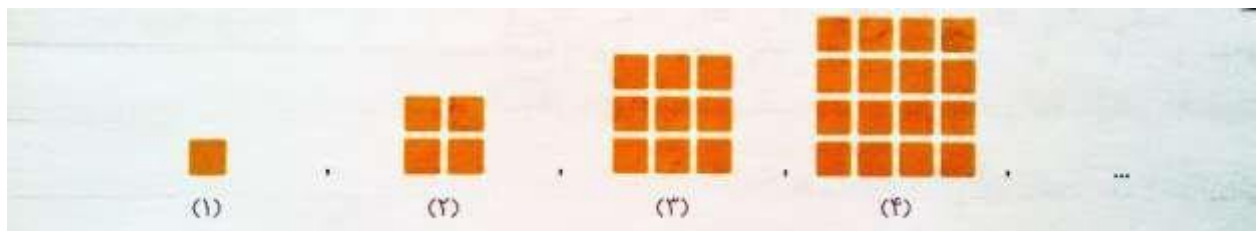
د- به کمک این الگو، بگویید که محیط شکل هشتم، چند واحد است.

$$۳۲ = ۴ \times ۸ : \text{محیط شکل (۸)}$$

ه- آیا شکلی وجود دارد که محیط آن برابر ۲۵ شود؟ چرا؟ خیر، زیرا همان طور که دیده شد، محیط شکل ها از الگوی شمارش ۴ تا ۴ تا پیروی می کنند و در الگوی شمارش ۴ تا ۴ تا که از ۴ شروع می شود، هیچ گاه عدد ۲۵ به دست نمی آید.

همان طور که از مثال بالا دیده می شود، وقتی ارتباط بین محیط شکل و شماره ی شکل را پیدا می کنیم (قسمت ج)، سریع تر می توانیم به جواب برسیم.

الگوی اعداد مربعی



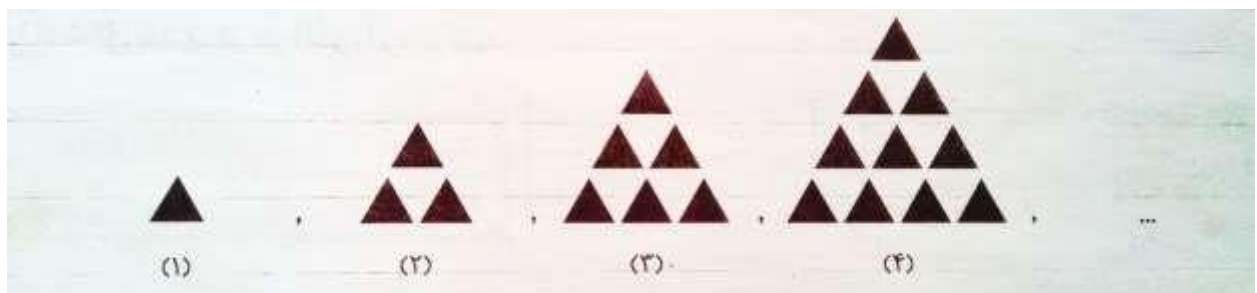
همان طور که دیده می شود، شکل مربوط به هر عدد در الگو، مانند یک مربع است. به همین دلیل به این الگو، الگوی اعداد مربعی گفته می شود.

الگوی اعداد مربعی: $1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 25, \dots$

نکته: یک راه بسیار سریع برای پیدا کردن اعداد الگوی مربعی، به صورت زیر است:

شماره عدد \times شماره عدد = مقدار عدد مثال ۲) در الگوی اعداد مربعی، عدد دهم، چند است؟

$$10 \times 10 = 100 \text{ الگوی اعداد مثلثی}$$



همان طور که دیده می شود، شکل مربوط به هر عدد در الگو، مانند یک مثلث است. به همین دلیل به این الگو، الگوی اعداد مثلثی گفته می شود.

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \dots \text{ (الگوی اعداد مثلثی)}$$

نکته: یک راه بسیار سریع برای پیدا کردن اعداد الگوی مثلثی، به صورت زیر است:

$$\text{مقدار} = \frac{(\text{شماره ی عدد}) \times (\text{یکی بیش تر})}{2}$$

مثال ۳- در الگوی اعداد مثلثی، عدد دهم، چند است؟

روش اول: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$

روش دوم:
$$\frac{10 \times 11}{2} = 55$$

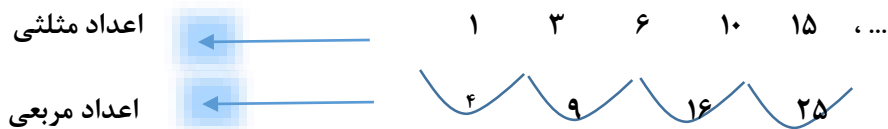
نکته: در الگوی هندسی اعداد مثلثی، بین شکل هر مرحله و شکل مرحله ی قبل از آن، رابطه ی زیر برقرار است.

شماره ی مرحله + تعداد مثلث های مرحله ی قبل = تعداد مثلث های هر مرحله

مثال ۴) در الگوی اعداد مثلثی، اگر شکل مرحله ی چهارم از ۸۲۰ مثلث ساخته شده باشد، شکل مرحله ی پنجم و یکم چند مثلث خواهد داشت؟

$861 = 820 + 41 = 41 + 41 = 820$ (تعداد مثلث های مرحله ۴۰) = (تعداد مثلث های مرحله ۴۱)

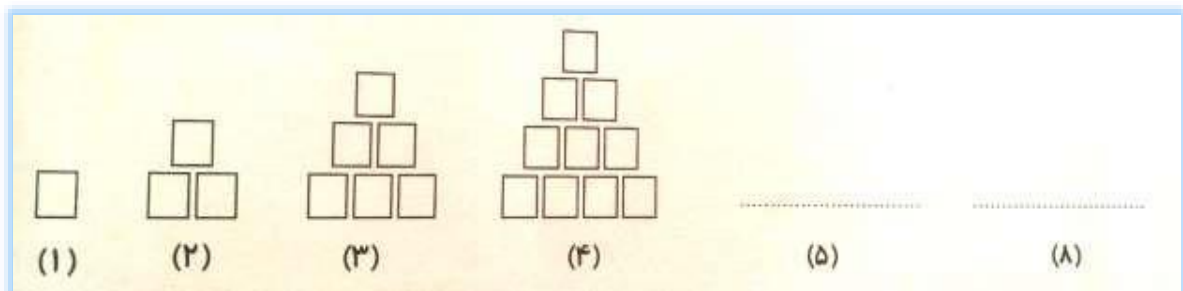
نکته: مجموع هر دو عدد متوالی از یک دنباله ی اعداد مثلثی، یک عدد مربعی ایجاد می کند. مانند:



در واقع اگر اعداد مثلثی را به خاطر داشته باشیم، به کمک آن ها می توانیم اعداد مربعی را به دست آوریم.

الگوها ۲

عددهای مثلثی: به شکل های زیر توجه کنید و الگوی آن را کشف کنید.



شکل پنجم از چند مربع تشکیل می شود؟

شکل هشتم چگونه؟

چرا به عددهای ... و ۲۱ و ۱۵ و ۱۰ و ۶ و ۳ و ۱ عددهای مثلثی گفته می شود؟

به الگوی زیر توجه کنید:

شماره ی شکل	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد مربع	۱	۱+۲	۱+۲+۳	۱+۲+۳+۴	۱+۲+۳+۴+۵

با دقت در این الگو نتیجه می گیریم به اندازه شماره ی شکل، به تعداد مربع های شکل قبل اضافه می شود.

شماره ی شکل	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد مربع	۱	۳	۶	۱۰	۱۵

+۲

+۳

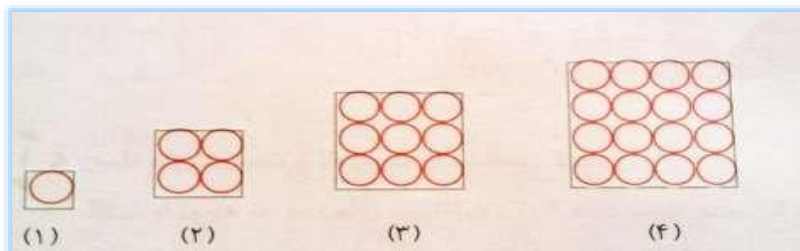
+۴

+۵

در واقع می توانیم بگوییم n امین عدد مثلثی، مجموع اعداد از ۱ تا n است. مثلاً سومین عدد مثلثی برابر است با:

$$۱ + ۲ + ۳ = ۶$$

عددهای مربعی: به شکل های زیر توجه کنید:



به این عددها، عددهای مربعی گفته می شود

(۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۰۰۰)

آیا می توانید بگویید تعداد دایره ها در شکل هفتم چندتا است؟

شکل یازدهم از چند دایره تشکیل می شود؟

عددهای مربعی را به این روش می توان محاسبه کرد: شماره شکل \times خودش

عدد مربعی در هر مرحله از مجموع دو عدد مثلثی دو مرحله ی قبل (متوالی) به وجود می آید.