



وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی

معاونت آموزش ابتدایی

اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی



درسنامه‌ی کتاب ریاضی ششم ابتدایی

عنوان درس: فصل ۲

موضوع درس: مفهوم کسر

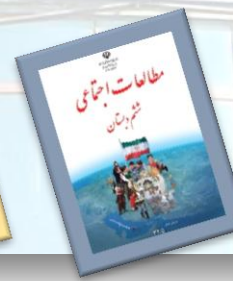
صفحه / صفحات: ۲۳ الی ۴۲

تهیه و تنظیم کننده: سکینه ملازاده و امیرصادق زاده

آموزش و پرورش ناحیه / منطقه مَرند

سال تحصیلی ۱۴۰۰ - ۱۳۹۹

اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی





فهرست مطالب

صفحه

عنوان

- ۳ مفهوم کسروانواع کسر
- ۴ تبدیل کسرهایی بزرگتر از واحد به عدد مخلوط
- ۵ معکوس کسر
- ۵ جمع و تفریق کسرها
- ۷ هم مخرج کردن کسرها
- ۸ ضرب و تقسیم کسرها
- ۱۰ کسر بین کسر
- ۱۲ محاسبات با کسر



آنچه در این فصل می آموزید

- مفهوم کسر
- جمع و تفریق کسرها با مخرج‌های نابرابر و هم‌مخرج کردن کسرها
- انواع کسر و معکوس کسر
- جمع و تفریق کسرها با مخرج‌های برابر
- ضرب و تقسیم کسرها
- کسر بین کسر و محاسبات با کسر

مفهوم کسر

کسر به مفهوم قسمتی از یک واحد کامل یا به مفهوم شکستن و خرد کردن می‌باشد. وقتی می‌خواهیم جزئی از کل یا قسمتی از یک واحد کامل را بیان کنیم از اعداد کسری استفاده می‌کنیم. مثال: چه کسری از مستطیل مقابل رنگ شده است؟



در این مستطیل می‌بینیم که $\frac{1}{3}$ قسمت از $\frac{3}{3}$ قسمت رنگ شده است پس اگر بخواهیم قسمت رنگ شده را بیان کنیم می‌نویسیم $\frac{1}{3} = \frac{\text{قسمت رنگ شده}}{\text{کل قسمت ها}}$ یعنی $\frac{1}{3}$ قسمت از $\frac{3}{3}$ قسمت مستطیل رنگی است.

انواع کسر

انواع کسر از نظر رابطه صورت و مخرج

- (۱) صورت کسر کوچک‌تر از مخرج باشد (کوچک‌تر از واحد)
مثل $\frac{1}{4}$
- (۲) صورت و مخرج مساوی باشد (برابر واحد)
مثل $\frac{4}{4}$
- (۳) صورت از مخرج بزرگ‌تر باشد (بزرگ‌تر از واحد)
مثل $\frac{5}{4}$



نکته: مخرج کسر هرگز نمی‌تواند برابر صفر باشد ولی صورت کسر می‌تواند برابر صفر باشد اگر صورت

$$\frac{0}{4} = 0 \text{ کسر صفر باشد کل کسر صفر محسوب می‌شود. مانند } \frac{0}{4}$$

کسرهای کوچک‌تر از واحد

به کسری کوچک‌تر از واحد گویند که صورت کسر از مخرج آن کوچک‌تر باشد.

مثال: $\frac{1}{2}$ (نصف) $\frac{1}{3}$ (ثلث) $\frac{1}{4}$ (ربع) $\frac{1}{5}$ (خمس)

به این کسرها که صورت‌ها از مخرج‌ها کوچک‌ترند کسرهای کوچک‌تر از واحد گویند.

تمرین ۱ در کسرهای زیر کسرهای کوچک‌تر از واحد را مشخص کنید.

الف) $\frac{1}{3}$ ■ ب) $\frac{9}{5}$ □ ج) $\frac{2}{3}$ ■ د) $\frac{7}{6}$ □

تبدیل کسرهای بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط

به کسری بزرگ‌تر از واحد گویند که صورت کسر از مخرج آن بزرگ‌تر باشد.

کسرهای بزرگ‌تر از واحد را می‌توان به صورت مخلوطی از یک عدد صحیح و یک کسر نوشت.

مثال: کسر $\frac{5}{4}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنید:

ابتدا صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم و سپس خارج قسمت عدد صحیح و باقیمانده صورت کسر و مقسوم-

علیه مخرج کسر نوشته می‌شود.

$$\begin{array}{r} 5 \quad 4 \rightarrow \text{مخرج کسر} \\ -4 \quad 1 \rightarrow \text{عدد صحیح} \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{پس} \quad \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

صورت کسر \rightarrow

تمرین ۲ کسرهای زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$$\frac{8}{5} = \frac{8 \div 5 = (1 \times 5) + 3}{5} \rightarrow 1\frac{3}{5} \qquad \frac{11}{3} = \frac{11 \div 3 = (3 \times 3) + 2}{3} \rightarrow 3\frac{2}{3}$$



معکوس کسر

اگر در یک کسر جای صورت و مخرج را عوض کنیم معکوس کسر بدست می‌آید.

مثال: $\frac{1}{13} \rightarrow \frac{13}{1}$ یا $\frac{3}{4} \rightarrow \frac{4}{3}$ یا $\frac{1}{7} \rightarrow \frac{7}{1} = 7$

نکته: برای بدست آوردن معکوس عدد اعشاری یا مخلوط باید ابتدا این اعداد را به کسر تبدیل کرده سپس

معکوس کسر را پیدا کنیم. مثلاً اعداد زیر را معکوس کرده‌ایم.

$$1/7 \xrightarrow{J} \frac{7}{1} = \frac{17}{10} \rightarrow \frac{10}{17} \qquad 1\frac{2}{3} \xrightarrow{J} \frac{5}{3} \rightarrow \frac{3}{5}$$

جمع و تفریق کسرها با مخرج‌های برابر

جمع کسرها با مخرج‌های برابر

در جمع کسرها ابتدا به مخرج کسرها نگاه می‌کنیم اگر دیدیم مخرج کسرها برابر هستند کافی

است که یکی از مخرج‌ها را بنویسیم و صورت‌ها را جمع کنیم.

مثال:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{(1+2)}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow \text{روش محاسباتی}$$

مخرج‌ها برابرند

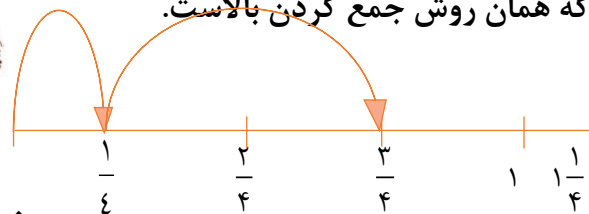


جمع کسرها با ۳ روش

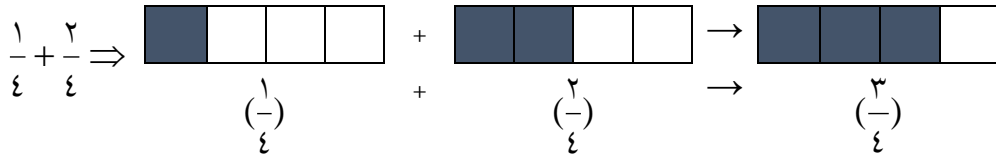
(۱) روش تکنیکی یا محاسباتی که همان روش جمع کردن بالاست.

(۲) جمع کسرها روی محور

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$



۳ جمع کسرها روی شکل

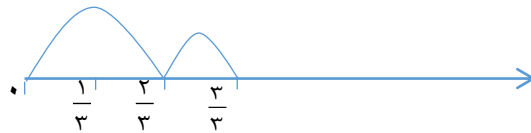


تمرین ۴ جمع کسر زیر را به ۳ روش به دست آورید:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

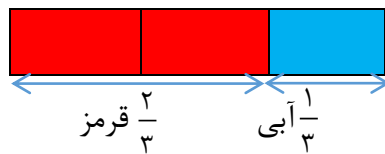
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

روش محاسباتی ←



روی محور ←

روی شکل ← دو سوم شکل قرمز و یک سوم شکل آبی می‌باشد که در صورت جمع یا ترکیب دو قسمت کل شکل یعنی سه سوم شکل رنگی می‌شود.



تفریق کسرها با مخرج‌های برابر

مثل جمع کسرها با مخرج‌های برابر، مخرج یکی از کسرها را می‌نویسیم و صورت‌ها را از هم کم می‌کنیم.

$$\frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6}$$

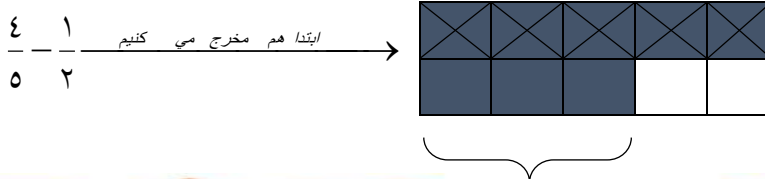
← مثال

تفریق کسرها با مخرج‌های نابرابر

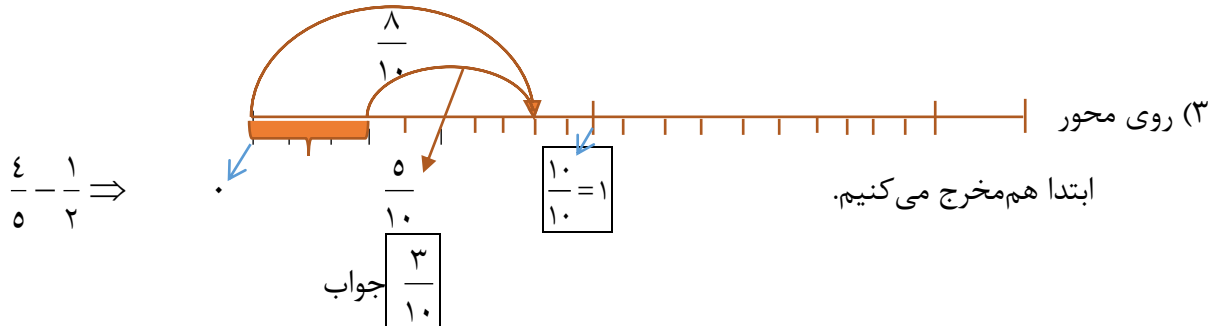
$$\frac{4}{5} - \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ابتدا هم مخرج می‌کنیم}} \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{3}{10}$$

(۱) به روش محاسباتی

(۲) روی شکل



قسمت ۳ از ۱۰ قسمت باقیمانده که همان جواب تفریق می‌باشد. یعنی $\frac{۳}{۱۰}$



هم‌مخرج کردن کسرها با مخرج‌های نابرابر

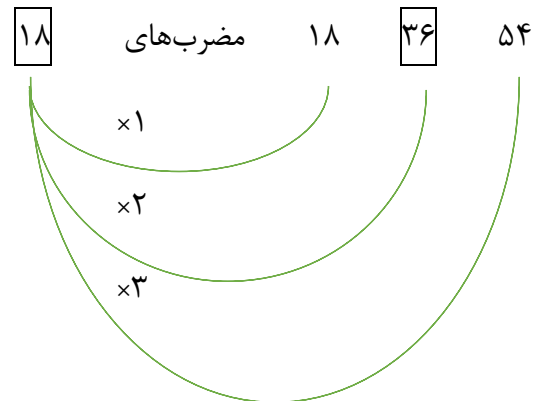
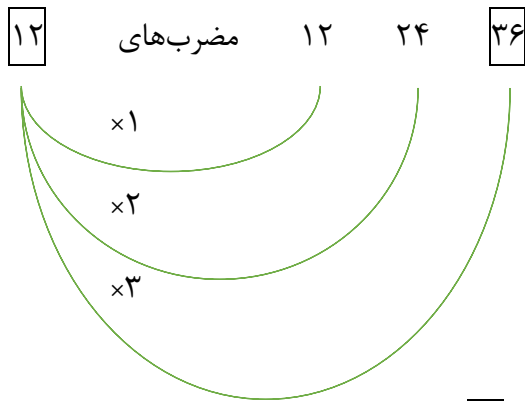
روش پیدا کردن مخرج مشترک یا هم‌مخرج کردن کسرها

$$\frac{۵}{۱۸} + \frac{۱}{۱۲}$$

مثال: می‌خواهیم دو کسر را باهم جمع کنیم می‌بینیم که مخرج‌ها نابرابرند.

پس باید هم‌مخرج کنیم ابتدا به مخرج کسرها نگاه می‌کنیم می‌بینیم که $\boxed{۱۸}$ و $\boxed{۱۲}$ می‌باشند که با این روش می‌توانیم مخرج‌های نابرابر را هم‌مخرج کنیم.

روش مضرب‌گیری (ک.م.م)



پس عدد $\boxed{۳۶}$ مخرج مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ می‌باشد.

مثال: به جمع و تفریق‌های زیر دقت کنید.

$$۲\frac{۲}{۳} + ۱\frac{۱}{۵} = \xrightarrow{۱} (۲+۱) + \frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۵} = ۳ + \frac{۱۰}{۱۵} + \frac{۳}{۱۵} = ۳\frac{۱۳}{۱۵}$$

$$۲\frac{۳}{۴} - ۱\frac{۱}{۶} = \xrightarrow{۱} (۲-۱) + \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۶} = ۱ + \frac{۹}{۱۲} - \frac{۲}{۱۲} = ۱\frac{۷}{۱۲}$$



توجه کنید که در مثال دوم کوچکترین مخرج یا مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۴ عدد ۱۲ می‌باشد.

ضرب و تقسیم کسرها

ضرب کسرها

بهترین روش ضرب کسرها روی طلق سفید و شفاف می‌باشد همراه ماژیک به ۳ روش ضرب کسرها را انجام می‌دهیم.

(۱) به روش محاسباتی:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{مثال}$$

در ضرب کسرها صورت را در صورت و مخرج را در مخرج کسرها ضرب می‌کنیم و تا حد امکان ساده می‌کنیم.

(۲) روی شکل:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$$


در ضرب کسرها روی شکل ابتدا عامل دوم ضرب را روی شکل به صورت عمودی یا افقی رسم می‌کنیم و سپس عامل اول را روی آن مشخص می‌کنیم یعنی رنگ می‌زنیم اگر عامل دوم را عمودی رسم کردیم عامل اول را افقی رسم می‌کنیم هر دورنگی که روی هم افتادند جواب ضرب می‌باشد. در ضرب بالا ۲ خانه دو بار رنگ شده سپس جواب ۲ به ۶ می‌باشد.

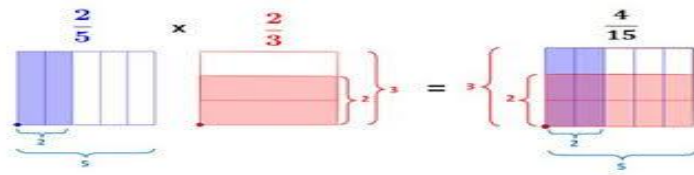
تمرین ۵ ضرب کسر زیر را به روش محاسباتی و روی شکل انجام دهید.

$$\text{الف) } \frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

روش محاسباتی ←





ضرب عدد صحیح در کسر و برعکس

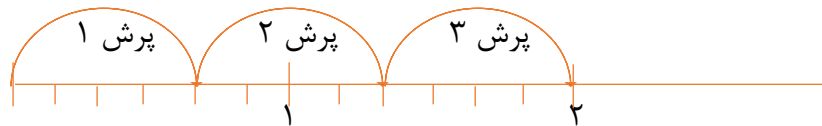
$$\frac{3}{6} \times 4 = \frac{12}{6} = 2$$

تعداد پرش ← شمارش پرش

$$4 \times \frac{3}{6} = 2$$

مثال: کسر $4 \times \frac{3}{6}$ را انجام دهید. (روی محور)
شمارش پرش ← (تعداد پرش)

روش راحت برای ضرب عدد صحیح در کسر و بالعکس ← (عدد صحیح شمارش پرش‌ها) و صورت کسر (تعداد پرش‌ها) می‌باشد دقت کنید.



پس روی محور جواب $\boxed{2}$ شد.

روش محاسباتی $4 \times \frac{3}{6}$ که همیشه عدد صحیح در صورت کسر ضرب می‌شود و مخرج خودش نوشته می‌شود.



$$4 \times \frac{3}{6} = \frac{12}{6} = \boxed{2}$$

که جواب در هر دو حالت $\boxed{2}$ می‌باشد.

تمرین ۶ ضرب‌های زیر را به روش محاسباتی انجام دهید.

$$5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$2\frac{1}{5} \times 1\frac{3}{6} = \frac{11}{5} \times \frac{9}{6} = \frac{99}{30} = 3\frac{9}{30} = 3\frac{3}{10}$$

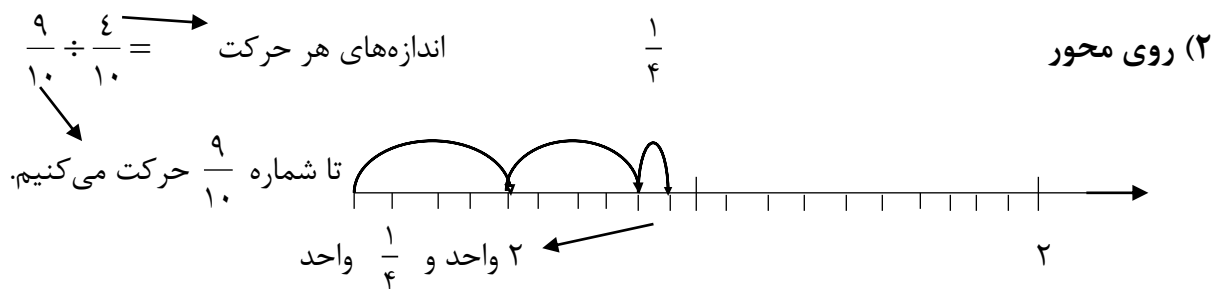
تقسیم کسرها

در تقسیم کسرها ابتدا کسر اول را می‌نویسیم و عمل تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم و عامل دوم را به صورت معکوس می‌نویسیم و سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می‌شود.



$$\frac{9}{10} \div \frac{4}{10} = \frac{9}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{10}}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

(۱) روش محاسباتی



در تقسیم کسرها روی محور ابتدا به اندازه‌ی عامل دوم جلو می‌رویم و تا به عامل اول برسیم. در اینجا جواب دو واحد و یک چهارم واحد میشود. (در تقسیم عامل دوم بعنوان واحد در نظر گرفته می‌شود)
تمرین ۷: تقسیم کسرها را انجام دهید.

الف) $\frac{7}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{7}{\cancel{8}} \times \frac{\cancel{8}}{1} = \frac{7}{1} = 7$

ب) $1\frac{4}{7} \div 2 = \frac{11}{7} \div \frac{2}{1} = \frac{11}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{14}$

کسر بین کسر

روش پیدا کردن کسر بین کسر:

بین هر دو عدد کسری، بی‌شمار عدد کسری وجود دارد.

راه‌های مختلفی برای پیدا کردن کسر بین دو کسر وجود دارد که در زیر به آنها اشاره می‌شود.

راه حل اول: برای پیدا کردن کسرهایی بین دو کسر ابتدا ۲ کسر را هم‌مخرج می‌کنیم و سپس کسر کوچک‌تر را می‌نویسیم و به کسر بزرگ‌تر می‌رسیم که در این حالت کسرهایی مابین مشخص می‌شوند.

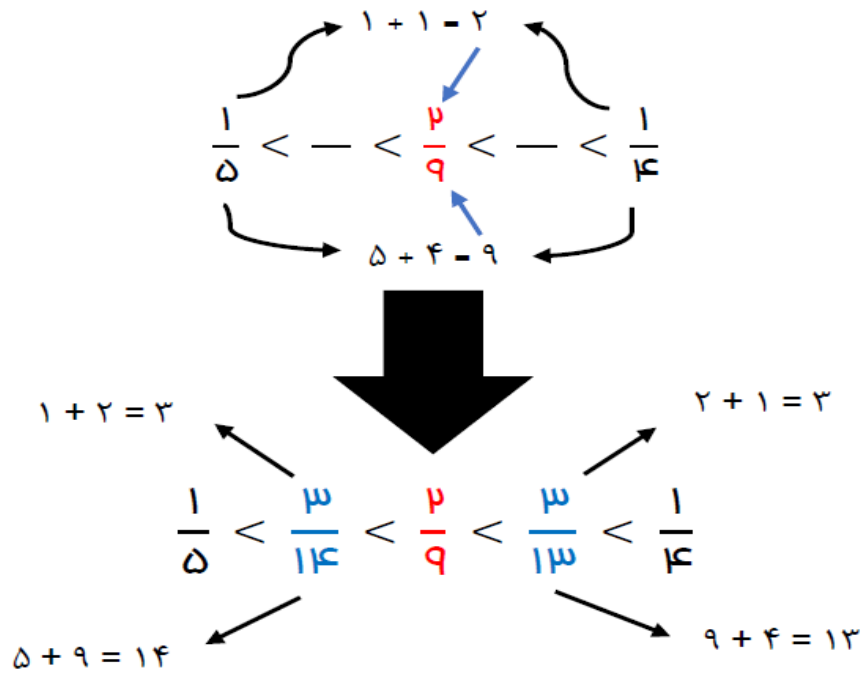
مثال: کسرهایی بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{3}{5}$ را پیدا کنید.

$$\frac{3}{5}, \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{کسرهایی مابین}} \frac{9}{15}, \frac{5}{15} \xrightarrow{\text{سپس}} \frac{5}{15} < \frac{6}{15} < \frac{7}{15} < \frac{8}{15} < \frac{9}{15}$$

(ابتدا هم‌مخرج کردیم) کسرهایی مابین

راه حل دوم: برای پیدا نمودن یک عدد کسری بین دو کسر، باید کسری را تشکیل دهیم که صورت آن مجموع صورت‌های دو کسر و مخرج آن نیز مجموع مخرج‌های دو کسر باشند.





راه حل سوم: معدل یا میانگین دو عدد کسری نیز بین آن ها قرار دارد (دو کسر را با هم جمع کرده و بر ۲ تقسیم می کنیم).

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \longrightarrow \frac{5}{6} \div 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

حالا کافی است که کسرهای مساوی $\frac{5}{12}$ را بنویسیم:

$$\frac{5}{12} = \frac{10}{24} = \frac{15}{36}$$

نکته: گاهی کسرهای داده شده به صورتی هستند که بعد از هم مخرج کردن نیز (به راحتی)

نمی توانیم کسری بین آنها قرار دهیم.

مثال: دو کسر بین کسرهای $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ بنویسید.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \\ \frac{1}{3} = \frac{4}{12} \end{array} \right\} \longrightarrow \frac{3}{12} < \dots < \frac{4}{12}$$

اینجا لازم است با ضرب صورت و مخرج هر دو کسر در یک عدد و نوشتن کسرهای مساوی آنها روند حل مسئله را پیش ببریم. باید دقت داشته باشیم که عدد انتخاب شده برای ضرب صورت و مخرج کسرها، باید حداقل یک واحد بیشتر از تعداد کسرهایی باشد که مسئله از ما خواسته است. (مثلا اگر مسئله دو کسر بین کسرهای داده شده بخواهد، ما صورت و مخرج ها را در عدد ۳ یا بیشتر ضرب می کنیم).

پس صورت و مخرج ها را در عدد ۳ ضرب می کنیم و کسرهای مساوی را می نویسیم:

$$\begin{array}{l} \frac{3}{12} = \frac{9}{36} \\ \frac{4}{12} = \frac{12}{36} \end{array} \times 3 \longrightarrow \frac{9}{36} < \frac{10}{36} < \frac{11}{36} < \frac{12}{36}$$

محاسبات با کسر

برای محاسبه یک عبارت تمام روش هایی که گفته شد را به کار می بریم.

نکته: در محاسبات اولویت با داخل پرانتز است و در جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اولویت به ترتیب با

ضرب، تقسیم، جمع و تفریق است.

مثال: در محاسبه ی $\frac{1}{4} - \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{4}$ ابتدا مقدار داخل پرانتز را حساب می کنیم سپس حاصل ضرب

داخل پرانتز را بر $\frac{1}{4}$ تقسیم می کنیم سپس آن را از $\frac{3}{4}$ کم می کنیم.



ریاضی ششم / فصل ۲ / مفهوم کسر

$$\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \right) \div \frac{1}{2} = \xrightarrow{J} \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{9} \right) \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{9} \times \frac{2}{1} \right) = \frac{3}{4} - \frac{4}{9} = \frac{27}{36} - \frac{16}{36} = \frac{11}{36} \quad \text{حل:}$$

دو مثال دیگر:

$$\frac{1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}} = \xrightarrow{J} \frac{2 + \frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}} = \frac{2\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}} = 2\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{17}{6} \times \frac{6}{1} = 17$$

$$\frac{3 - \frac{2}{3}}{4\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3}} = \xrightarrow{J} \frac{\frac{3}{1} - \frac{2}{3}}{\frac{9}{2} \times \frac{4}{3}} = \frac{\frac{9}{3} - \frac{2}{3}}{\frac{36}{6}} = \frac{\frac{7}{3}}{6} = \frac{7}{3} \div 6 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{18}$$

