

<b>مرور آخر</b>	به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد		<b>هندسه (۳)</b>
	سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷	جمع‌بندی فصل سوم هندسه (۳)	
	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی	
	تالیف و تنظیم: بهروز ملکی		

« این سوال‌ها صرفاً جهت آمادگی برای آزمون نهایی طرح شده‌است و مولف هیچ ادعایی مبنی بر طرح آن‌ها در این آزمون را ندارد. »

### فصل سوم

۱. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. (راه حل الزامی نیست)
  - الف « دستگاه  $\mathbb{R}^3$  دارای ..... ناحیه است که ..... ناحیه آن بالای صفحه  $xy$  قرار دارد.
  - ب « نمودار مربوط به معادله  $x=1$  در دستگاه  $\mathbb{R}^3$  صفحه‌ای موازی صفحه ..... و عمود بر محور ..... است.
  - پ « نمودار مربوط به معادله  $y=2$  در دستگاه  $\mathbb{R}^3$  صفحه‌ای موازی صفحه ..... و عمود بر محور ..... است.
  - ت « نمودار مربوط به معادله  $z=3$  در دستگاه  $\mathbb{R}^3$  صفحه‌ای موازی صفحه ..... و عمود بر محور ..... است.
  - ث « نمودار مربوط به معادله‌های  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$  در دستگاه  $\mathbb{R}^3$  خطی عمود بر صفحه ..... و موازی محور ..... است.
  - ث « نمودار مربوط به معادله‌های  $\begin{cases} x=1 \\ z=3 \end{cases}$  در دستگاه  $\mathbb{R}^3$  خطی عمود بر صفحه ..... و موازی محور ..... است.
  - ث « نمودار مربوط به معادله‌های  $\begin{cases} y=2 \\ z=3 \end{cases}$  در دستگاه  $\mathbb{R}^3$  خطی عمود بر صفحه ..... و موازی محور ..... است.
  - ج « بردار  $\vec{a} = (-2, 2, 1)$  بر حسب بردارهای یکه  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به صورت ..... نوشته می‌شود.
  - چ « طول بردار  $\vec{a} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  برابر ..... است.
  - ح « طول تصویر قائم بردار  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$  بر صفحه  $xz$  برابر ..... است.
  - خ « اگر  $\vec{a}$  برداری در فضای  $\mathbb{R}^3$  باشد آنگاه  $\vec{a} \cdot \vec{a}$  برابر ..... است.
  - د « زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  برابر ..... است.
  - ذ « دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمود هستند اگر و فقط اگر .....
  - ر « اگر دو بردار بر هم عمود باشند، آنگاه تصویر یکی بر دیگری بردار ..... می‌شود.
  - ز « تصویر قائم بردار  $\vec{i}$ ، بر امتداد بردار  $\vec{j}$  بردار ..... می‌شود.
  - ژ « اگر بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ..... باشند تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$ ، برابر خود  $\vec{a}$  می‌شود.
  - س « دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  با هم موازی هستند اگر و فقط اگر .....
  - ص « اگر  $\vec{a}$  برداری در فضای  $\mathbb{R}^3$  باشد آنگاه  $\vec{a} \times \vec{a}$  برابر ..... است.
  - ض « اگر  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  آنگاه بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  بر حسب بردارهای یکه  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به صورت ..... نوشته می‌شود.
  - ط « ضرب خارجی دو بردار برداری است ..... بر دو بردار که اندازه آن از لحاظ عددی برابر با مساحت ..... ایجاد شده توسط این دو بردار است.

<b>مرور آخر</b>	به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد		<b>هندسه (۳)</b>
	سال تحصیلی ۱۳۹۷-۱۳۹۸	جمع‌بندی فصل سوم هندسه (۳)	
	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی	
	تالیف و تنظیم: بهروز ملکی		

۲. ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (راه حل الزامی نیست)

- الف « ضرب داخلی بردارها خاصیت جابجایی دارد یعنی  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$  »  درست  نادرست
- ب « ضرب خارجی بردارها خاصیت جابجایی دارد یعنی  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  »  درست  نادرست
- ب « اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$  آنگاه  $\vec{a} = \vec{b}$  »  درست  نادرست
- پ « اگر  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$  آنگاه  $\vec{a} = \vec{b}$  »  درست  نادرست
- ت « ضرب داخلی بردارها خاصیت شرکت‌پذیری دارد یعنی  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$  »  درست  نادرست
- ث « ضرب خارجی بردارها خاصیت شرکت‌پذیری دارد یعنی  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  »  درست  نادرست
- ث « ضرب داخلی بردارها خاصیت توزیع‌پذیری دارد یعنی  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$  »  درست  نادرست
- ج « ضرب خارجی بردارها خاصیت توزیع‌پذیری دارد یعنی  $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$  »  درست  نادرست
- چ «  $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$  برابر حجم متوازی‌السطوحی است که توسط این سه بردار ایجاد می‌شود. »  درست  نادرست

۳. مکعب مستطیلی که از تلاقی صفحه‌های  $x=1$ ،  $x=3$ ،  $y=1$ ،  $y=4$ ،  $z=-2$  و  $z=2$  بوجود می‌آید را در نظر بگیرید.  
الف « مختصات ۳ نقطه را مشخص کنید که تنها بر یک وجه مکعب مستطیل قرار دارند.  
ب « مختصات ۳ نقطه را مشخص کنید که دقیقاً بر دو وجه مکعب مستطیل قرار دارند.  
پ « مختصات نقطه‌ای را مشخص کنید که درون مکعب مستطیل باشد.  
ت « معادلات هر یک از یال‌های این مکعب مستطیل را تعیین کنید.

۴. در مثلث  $ABC$  با راس‌های  $A=(0,0,1)$  و  $B=(3,0,1)$  و  $C=(1,-4,-1)$  طول میانه  $AM$  را بدست آورید.

۵. بردارهای  $\vec{a}=(1,-2,4)$  و  $\vec{b}=(3,-1,5)$  مفروض هستند بردارهای  $\vec{a}+\vec{b}$  و  $\vec{a}-\vec{b}$  و  $3\vec{a}-2\vec{b}$  را تعیین کنید.

۶. اگر  $\vec{a}=(1,-3,4)$  و  $\vec{b}=(3,-4,2)$  و  $\vec{c}=(-1,1,4)$  آنگاه تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  را بر امتداد بردارهای  $\vec{b}$  و  $\vec{b}+2\vec{c}$  را تعیین کنید.

۷. اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بردارهایی به ترتیب با طول‌های ۲ و ۳ واحد با این خاصیت باشند که  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$  طول بردارهای  $\vec{a}+\vec{b}$  و  $2\vec{a}-\vec{b}$  را بیابید.

۸. اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  بردارهایی به ترتیب با طول‌های ۱ و ۲ و ۳ واحد با این خاصیت باشند که  $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$  مقدار  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  را بیابید.

<b>مرور آخر</b>	به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد		<b>هندسه (۳)</b>
	سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷	جمع‌بندی فصل سوم هندسه (۳)	
	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی	
	تالیف و تنظیم: بهروز ملکی		

۹. نامساوی کُشی-شوارتز را بیان و ثابت کنید.
۱۰. سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ مثال بزنید که $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ اما $\vec{a} \neq \vec{b}$
۱۱. سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ مثال بزنید که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ اما $\vec{a} \neq \vec{b}$
۱۲. برداری بیابید که بر بردارهای $\vec{a} = (1, -3, 2)$ و $\vec{b} = (-2, 1, -5)$ عمود باشد.
۱۳. مساحت مثلث $ABC$ با راس‌های $A = (3, 5, 7)$ و $B = (5, 5, 0)$ و $C = (-4, 0, 4)$ را بیابید.
۱۴. حاصل $\vec{i} \times \left( \left( \left( \vec{i} \times \vec{k} \right) \times \vec{k} \right) \times \vec{j} \right)$ را بیابید.
۱۵. اگر $ \vec{a}  = 3$ ، $ \vec{b}  = 26$ و $ \vec{a} \times \vec{b}  = 72$ حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را بیابید.
۱۶. حجم متوازی‌السطوحی که توسط بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ و $\vec{c} = (0, 1, 1)$ ساخته می‌شود را بدست آورید.
۱۷. آیا بردارهای $\vec{a} = (1, 9, -1)$ و $\vec{b} = (1, -1, 3)$ و $\vec{c} = (2, 3, -1)$ هم صفحه هستند؟ چرا؟
۱۸. به ازای چه مقدار از $m$ بردارهای $a = i + j$ ، $b = j + k$ ، $c = mi + k$ در یک صفحه قرار می‌گیرند.