



سال تحصیلی ۹۷-۹۶

بسمه تعالی

پایه یازدهم - نیمسال دوم

آزمون مستمر درس : هندسه 2

تاریخ : ۱۳۹۷/۰۲/۰۱

مبحث : درس‌های ۱ و ۲ و ۳ از فصل سوم (از صفحه ۶۱ تا ۷۲)

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

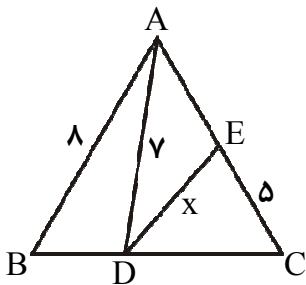
آزمون در ۲ صفحه تنظیم شده است.

۱- در مثلث ABC ، $BC = 10 \text{ cm}$ ، $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$ است. اندازه زوایای \hat{B} و \hat{C} را به دست آورید. (۱نمره)

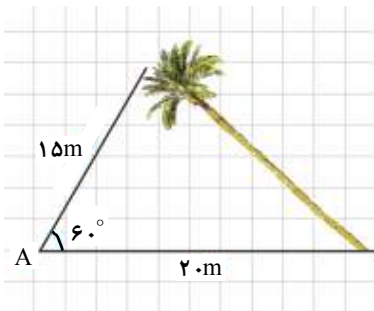
۲- مثلث ABC ($\hat{A} > 90^\circ$) مفروض است. ثابت کنید $\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R$ (R شعاع دایره محیطی مثلث است) (۲نمره)

۳- مثلث ABC ($\hat{A} < 90^\circ$) مفروض است. ثابت کنید $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$ (۲نمره)

۴- در شکل مقابل ABC یک مثلث متساوی الاضلاع است. طول پاره خط DE را به دست آورید. (۲نمره)
(مسئله دو جواب دارد)



۵- یک درخت کج از نقطه A روی زمین، که در فاصله ۱۵ متری از نوک درخت است به زاویه 60° دیده می‌شود. اگر فاصله A تا پای درخت ۲۰ متر باشد، مطلوب است :



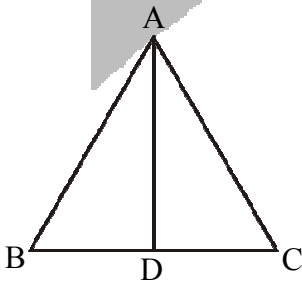
(الف) طول درخت (۰/۷۵-نمره)

(ب) زاویه‌ای که درخت با سطح زمین می‌سازد. (۰/۷۵-نمره)

(پ) فاصله نوک درخت از زمین (۰/۵-نمره)

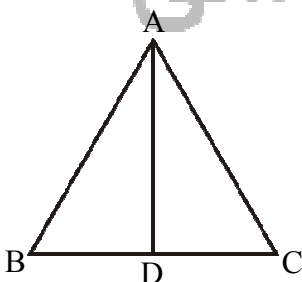
۶- در مثلث ABC ، D پای نیم‌ساز داخلی وارد از رأس A بر ضلع BC است. ثابت کنید: (۲نمره)

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



۷- در مثلث ABC ، نقطه دلخواه D روی ضلع BC مفروض است. به کمک قضیه کسینوس‌ها در دو مثلث ADB و ADC درستی تساوی زیر را ثابت کنید: (۲نمره)

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC \quad (\text{قضیه استوارت})$$





سال تحصیلی ۹۷-۹۶

بسمه تعالی

پایه یازدهم - نیمسال دوم

آزمون مستمر درس : هندسه 2

تاریخ : ۱۳۹۷/۰۲/۰۱

مبحث : درس‌های ۱ و ۲ و ۳ از فصل سوم (از صفحه ۶۱ تا ۷۲)

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

آزمون در ۲ صفحه تنظیم شده است.

۸- در مثلث ABC ، ضلع $AC = 6$ و میانه $BM = 5$ است. نیم‌سازهای دو زاویه AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در نقاط P و Q قطع می‌کنند. طول پاره خط PQ را به دست آورید. (۲ نمره)

۹- ثابت کنید در هر مثلث دلخواه مجموع مربعات سه میانه برابر است با $\frac{3}{4}$ مجموع مربعات سه ضلع مثلث (۲ نمره)

$$\text{یا به عبارت دیگر: } \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2) = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$$

(m_a, m_b, m_c به ترتیب طول میانه‌های وارد بر اضلاع BC, AC, AB هستند.)

۱۰- در مثلث ABC ، $AB = 4$ ، $AC = 10$ و $BC = 7$ است. فرض کنید I محل برخورد نیم‌سازهای زوایای داخلی مثلث و D پای نیم‌ساز داخلی وارد از رأس A بر ضلع BC باشد.

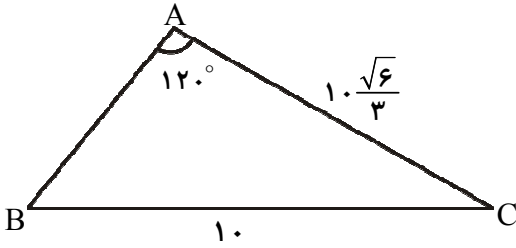
الف) طول AD را به دست آورید. (۱ نمره)

ب) طول AI را به دست آورید. (۱ نمره)

پ) نسبت مساحت مثلث BID به مساحت مثلث ABC را به دست آورید. (۱ نمره)

مجتمع فرهنگی آموزشی
علامه طباطبایی

www.mat.ir

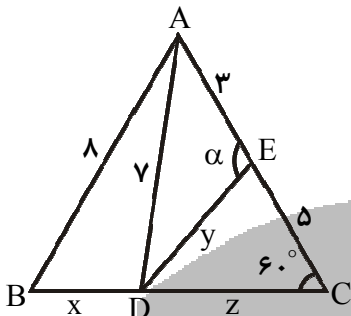


$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{\sin \hat{B}}$$

$$\rightarrow \sin \hat{B} = \frac{10\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{B} = 45^\circ \text{ یا } \hat{B} = 135^\circ \quad *_{1}$$

$$\hat{A} = 120^\circ \rightarrow \hat{B} < 60^\circ \quad *_{2}$$

$$*_{1}, *_{2} \rightarrow \hat{B} = 45^\circ \rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 120^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$



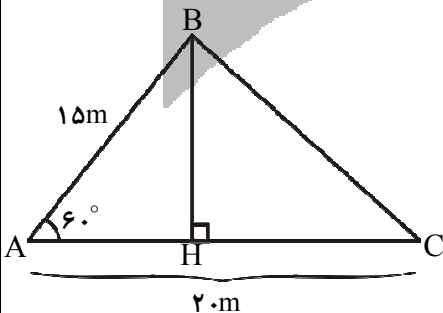
$$\Delta ADC: AD^2 = AC^2 + DC^2 - 2AC \cdot DC \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Delta ADC: y^2 = 8^2 + z^2 - 2 \times 8 \times z \times \frac{1}{2} \rightarrow z^2 - 8z + 15 = 0 \rightarrow \begin{matrix} z = 3 \\ \text{یا} \\ z = 5 \end{matrix}$$

$$\Delta DEC: DE^2 = DC^2 + EC^2 - 2DC \times EC \times \cos 60^\circ$$

$$\rightarrow y^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \times 5 \times 5 \times \frac{1}{2} \rightarrow y = 5$$

$$\text{یا } y^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2} \rightarrow y^2 = 19 \rightarrow y = \sqrt{19}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \rightarrow a^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \times 20 \times 15 \times \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow a^2 = 400 + 225 - 300 \rightarrow a = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$$

$$\Delta ABC: \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} \rightarrow \frac{15}{\sin \hat{C}} = \frac{5\sqrt{13}}{\sin 60^\circ}$$

$$\rightarrow \sin \hat{C} = \frac{15 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{5\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{13}}$$

$$\Delta BH: \frac{BH}{\sin 60^\circ} = \frac{15}{\sin 90^\circ} \rightarrow BH = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

-1

2- قضیه صفحه 63 و 64 کتاب درسی

3- قضیه صفحه 66 و 67 کتاب درسی

-4

5- الف)

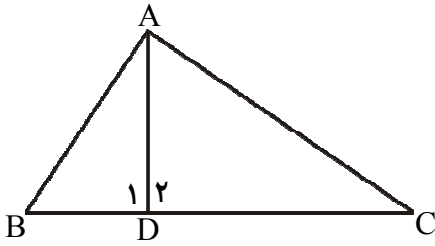
ب)

پ)



۶- قضیه صفحه ۷۰ کتاب درسی

-۷



$$\triangle ABD : AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos \hat{D}_1 \quad *1$$

$$\triangle ACD : AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cdot \cos \hat{D}_2 \quad *2$$

$$*1 \rightarrow CD \cdot AB^2 = CD \cdot AD^2 + CD \cdot BD^2 - 2AD \cdot CD \cdot BD \cdot \cos \hat{D}_1 \quad \star 1$$

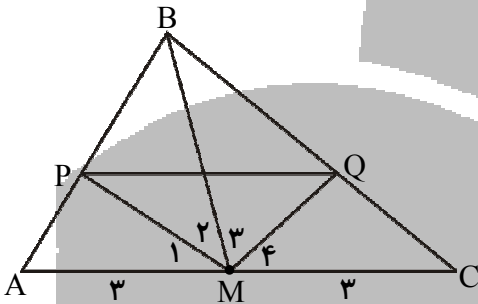
$$*2 \rightarrow BD \cdot AC^2 = BD \cdot AD^2 + BD \cdot CD^2 - 2AD \cdot BD \cdot CD \cdot \cos \hat{D}_2 \quad \star 2$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \rightarrow \cos \hat{D}_1 = -\cos \hat{D}_2$$

$$\star 1 \text{ و } \star 2 \rightarrow CD \cdot AB^2 + BD \cdot AC^2 = AD^2 \cdot CD + AD^2 \cdot BD + BD^2 \cdot CD + CD^2 \cdot BD$$

$$\rightarrow CD \cdot AB^2 + BD \cdot AC^2 = AD^2 (CD + BD) + BD \cdot CD (BD + CD)$$

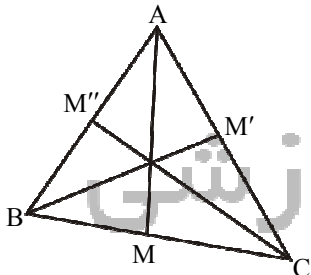
-۸



$$\left. \begin{array}{l} \text{MP نیمساز} \rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{BM}{MA} \\ \text{MQ نیمساز} \rightarrow \frac{BQ}{QC} = \frac{BM}{MC} \\ \text{میانم BM} \rightarrow MA = MC \end{array} \right\} \frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} \rightarrow PQ \parallel AC$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{MP نیمساز} \rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{BM}{MA} \rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{5}{8} \\ PQ \parallel AC \rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{PQ}{AC} \end{array} \right\} \frac{PQ}{AC} = \frac{5}{8} \rightarrow PQ = \frac{30}{8} = 3 \frac{3}{8}$$

-۹



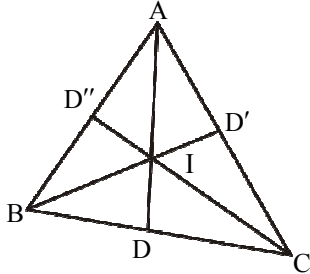
$$\text{میانم AM} \rightarrow b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\text{میانم BM} \rightarrow a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

$$\text{میانم CM} \rightarrow a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) = 2(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) + \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2) = 2(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) \rightarrow \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2) = (m_a^2 + m_b^2 + m_c^2)$$



(۱۰- الف)

$$AD \text{ نیمساز داخلی} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{4}{10}$$

$$\rightarrow BD = 4x, DC = 10x \rightarrow 14x = 7 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow BD = 2, DC = 5$$

$$AD \text{ نیمساز داخلی} \rightarrow AD^2 = AB \times AC - BD \times CD$$

$$\rightarrow AD^2 = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 30 \rightarrow AD = \sqrt{30}$$

(ب)

$$\triangle ABD \text{ نیمساز } BI \rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AI}{ID} \rightarrow \frac{4}{2} = \frac{AI}{ID} \rightarrow AI = 4x, ID = 2x$$

$$\xrightarrow{AD=\sqrt{30}} 6x = \sqrt{30} \rightarrow x = \frac{\sqrt{30}}{6} \rightarrow AI = \frac{2\sqrt{30}}{3}, ID = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

(پ)

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle BID}}{S_{\triangle BAD}} &= \frac{ID}{AD} \rightarrow \frac{S_{\triangle BID}}{S_{\triangle BAD}} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{3}}{\sqrt{30}} = \frac{1}{3} \\ \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{BD}{BC} \rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{2}{7} \end{aligned} \right\} \frac{S_{\triangle BID}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{2}{21}$$

مجتمع فرهنگی آموزشی
علامه طباطبایی

www.mat.ir