

نمونه سئوالات  
امتحانی سطح و حجم

۱. درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) کره مجموعه نقاطی از صفحه است که همه ی نقاط آن از یک نقطه به یک فاصله اند.  $\times$

(ب) از دوران نیم دایره حول قطر آن نیم کره پدید می آید.  $\times$

(ج) قاعده ی مخروط دایره ای و قاعده ی هرم یک چند ضلعی است.  $\checkmark$

(د) نحوه ی محاسبه حجم هرم و مخروط مثل هم است.  $\checkmark$

(ه) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن هرم پدید می آید.  $\times$

(و) حجم هرمی با مساحت قاعده ی ۲۰ و ارتفاع ۶ برابر است با ۴۰.  $\checkmark$   
 $V = \frac{1}{3} \times 20 \times 6 = 40$

(ز) ممکن است در حالت خاصی حجم کره با مساحت کره برابر شود.  $\checkmark$  در حالتی که  $R=3$

(ح) حجم هرمی که مساحت قاعده ی آن  $9\sqrt{3}$  و ارتفاع هرم  $\sqrt{27}$  سانتی متر باشد، ۲۷ سانتی متر مکعب است.  $\checkmark$

۲. کامل کنید.  
 $V = \frac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times \sqrt{27} = 3\sqrt{81} = 3 \times 9 = 27$

\* به فاصله ی رأس هرم تا قاعده ی آن را ارتفاع هرم گویند.

\* شکل وجه های جانبی هرم به صورت میدله است.

\* اگر دو هرم قاعده های هم مساحت و ارتفاع برابر داشته باشند آنگاه حجم های آن دو برابر اند.

\* حجم هرم مربع القاعده ای به اضلاع ۴ و ارتفاع ۶ باشد، برابر است با  $\frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 6 = 32$

\* حجم هرم به صورت جبری برابر است با  $V = \frac{1}{3} Sh$

\* مخروط شبیه هرم منتظم است که قاعده ی آن به شکل دایره است.

\* از دوران مستطیل حول طول آن ستوانه بدست می آید.

\* از دوران نیم دایره حول قطر آن نیم کره پدید می آید.

\* از دوران ربع دایره حول شعاع آن نیم کره به وجود می آید.

\* مساحت کل مکعبی به ضلع ۵cm برابر است با  $6(5 \times 5) = 150 \text{ cm}^2$

\* از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن هرم بدست می آید.

$$\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^2} = \frac{R}{1}$$

\* نسبت مساحت کره به حجم آن مساوی ..... برابر شعاع کره است.

\* اگر مساحت قاعده و ارتفاع یک هرم با مساحت قاعده و ارتفاع یک مخروط برابر باشد، نسبت حجم های

این دو شکل برابر است با  $\frac{1}{3}$ .....

۳. گزینه ی مناسب را علامت بزنید.

(الف) از دوران مربع حول یک ضلع آن چه شکلی پدید می آید؟

- (۱) هرم (۲) استوانه (۳) مخروط (۴) کره

(ب) اگر شعاع کره ای را ۳ برابر کنیم، حجم آن چند برابر می شود؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۸

(ج) حجم هرم مربع القاعده ای به قطر قاعده  $10\sqrt{2}$  و ارتفاع ۱۵ چند است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۶۰۰

$$\frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{R}{3}$$

(د) نسبت عددی حجم کره به مساحت کره کدام است؟

- (۱) ۴R (۲) ۳R (۳)  $\frac{1}{4}R$  (۴)  $\frac{1}{3}R$

(ه) حجم مخروطی به شعاع ۱cm و ارتفاع ۳cm چند سانتی متر مکعب است؟

- (۱)  $\frac{3}{14}\pi$  (۲)  $\frac{6}{28}\pi$  (۳)  $\frac{9}{42}\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{3}$

(و) مساحت کره ای به قطر ۶ سانتی متر برابر است با  $4 \div 2 = 2$ .....

- (۱)  $12\pi$  (۲)  $36\pi$  (۳)  $72\pi$  (۴)  $144\pi$

(ز) مکعب مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ موجود است اگر مساحت کل این مکعب مستطیل ۹۴ سانتی متر مربع

باشد، ارتفاع این شکل چند است؟  $2(4x + 5x + 20) = 94 \Rightarrow 9x + 20 = 47 \Rightarrow x = 3$

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2$$

(ح) کره ای به قطر ۴cm را درون استوانه ای محاط کرده ایم، حجم استوانه چند سانتی متر مکعب است؟

- (۱)  $4\pi$  (۲)  $48\pi$  (۳)  $12\pi$  (۴)  $16\pi$

۴. اگر حجم توپ فوتبال دستی  $\frac{4}{19}$  سانتی متر مکعب باشد، بلندی دروازه حداقل چه قدر باید باشد، تا

توپ از دروازه عبور کند.  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{4/19}{\frac{4}{3}\pi} = \frac{4/19}{\frac{4}{3}(19/4)} = \frac{12/57}{12/57} = 1 \Rightarrow R = \sqrt[3]{1} = 1$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 34\pi$$

۵. سطح کره ای را پیدا کنید که حجم آن  $26\pi$  باشد (بر حسب  $\pi$ )  
 $R^3 = \frac{34\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 27 \Rightarrow R = \sqrt[3]{27} = 3 \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi$

۶. کره ای در استوانه ای به قطر ۶ سانتی متر محاط شده است :  $h = 3$   
 $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3)^3 = 36\pi$

الف) حجم کره را بدست آورید.

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi$$

ب) مساحت کره را بدست آورید.

$$\text{حجم استوانه} = \frac{3}{2} \times \text{حجم کره} = \frac{3}{2} (36\pi) = 54\pi$$

ج) حجم استوانه را پیدا کنید.

۷. مهدی نیم کره ای توپر به قطر ۲۰ سانتی متر دارد. می خواهد سطح آن را با کاغذ کادو ببوشاند. حداقل

$$S = \pi R^2 + 2\pi R^2 = 3\pi R^2$$

چند سانتی متر مربع کاغذ کادو به کار می رود؟

$$S = 3(\frac{20}{2})^2 = 9,42 \times 100 = 942 \text{ cm}^2$$

۸. حجم هرمی که قاعده ی آن یک لوزی به قطرهای ۸ و ۶ و ارتفاع هرم ۹ سانتی متر باشد، را حساب کنید.

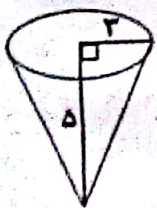
$$S_{\text{لوزی}} = \frac{6 \times 8}{2} = 24 \Rightarrow V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} (24 \times 9) = 72$$

۹. حجم هرمی را حساب کنید که قاعده ی آن مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع قائم ۹ و ۱۲ و ارتفاع هرم ۲۰

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{9 \times 12}{2} = 54 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \times 54 \times 20 = 360 \text{ سانتی متر باشد.}$$

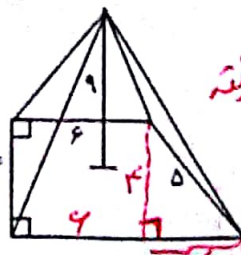
۱۰. قاعده ی یک هرم مستطیلی به ابعاد ۶ و ۱۰ سانتی متر است. اگر ارتفاع هرم ۱۵ سانتی متر باشد، حجم

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} (6 \times 10) \times 15 = 300 \text{ هرم را پیدا کنید.}$$



$$V = \frac{1}{3} (\pi \times 3 \times \pi) \times 5$$

$$V = 15\pi$$

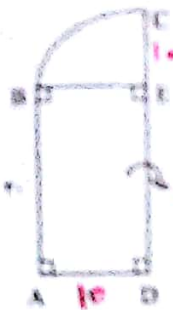


۱۱. حجم شکل های زیر را به دست آورید.

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(6+9) \times 4}{2} = 30$$

$$V = \frac{1}{3} \times 30 \times 9 = 90$$

$$x^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$



۱۱. الف) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم آن چه شکلی حاصل می شود؟

خسره  
 حجم مخروط + حجم استوانه + حجم مکعب

ب) شکل مقابل را حول ضلع CD دوران می دهیم. حجم جسم حاصل را حساب کنید. (CD=20 cm)  
 $V = 10 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times 10 = 1000 + 5000 = 6000$   
 $V = 9620 + \frac{1}{2} \times (10 \times 10) \times 10 = 9620 + 5000 = 14620$

۱۲. وتر و یک ضلع قائم مثلث قائم الزاویه ای به ترتیب ۱۰ و ۶ می باشند. این مثلث را حول ضلع ۶ سانش

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} (6 \times 8 \times 6) \times 6 = 128\pi$$



$$x^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$x = \sqrt{64} = 8$$

۱۳. گنجایش مخروطی ۲۸۲۴۰ لیتر است. اگر شعاع قاعده ی آن ۳ متر باشد ارتفاع آن چند متر است؟

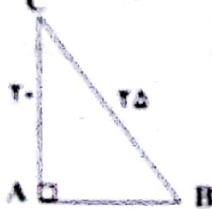
هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است

$$28240 \div 1000 = 28.24 \text{ متر مکعب}$$

$$28.24 = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} (\pi \times 3^2 \times h) \Rightarrow h = \frac{28.24 \times 3}{\pi} = 2.7$$

۱۴. الف) اگر هرم منتظمی با قاعده ی مثلث را از بالا نگاه کنیم چه شکلی دیده می شود؟

ب) مثلث قائم الزاویه ABC را حول ضلع AC دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را بدست آورید



$$\overline{AB}^2 = 25^2 - 20^2 = 625 - 400 = 225 \Rightarrow AB = \sqrt{225} = 15$$



$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} (15 \times 15 \times 20) = 150\pi$$

۱۵. در استوانه ای که ارتفاع و قطر قاعده ی آن باهم برابرند، کره ای محاط شده است. نسبت حجم کره به

حجم استوانه را پیدا کنید

$$\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{(\pi R^2)(2R)} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{2\pi R^3} = \frac{2}{3}$$



۱۶. شکل زیر هرم منتظمی است که قاعده ی آن مربعی به ضلع ۱۶cm و اندازه ی ساق هر یک از وجه



$$x^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow x = 15$$

$$y^2 = 15^2 - 8^2 = 225 - 64 = 161 \Rightarrow y = \sqrt{161}$$

$$V = \frac{1}{3} (16 \times 16) \times \sqrt{161} = \frac{164\sqrt{161}}{3}$$