



❖ بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ ❖

تقدیم به روح پاک پدرم

«رَحْمَةُ اللهِ عَلَيْهِ»





ریاضی و آمار - پایه دهم

فصل سوم

کار با داده‌های آماری

۳

معیارهای پراکندگی

۲

معیارهای گرایش به مرکز

۱

گردآوری داده‌ها



فهرست مطالب فصل سوم

ساختار سه بخشی فصل «کار با داده‌های آماری»

۰۳



بخش سوم

معیارهای پراکندگی

انحراف معیار، واریانس، دامنه میان‌چارگی، توزیع نرمال

نمذ پراکندگی و چارک

۰۲



بخش دوم

معیارهای گرایش به مرکز

میانگین، میانه، مد، میانگین موزون، داده دورافتاده

→ میانگین و خواص

۰۱



بخش اول

گردآوری داده‌ها

آشنایی با روش‌های گردآوری داده، متغیرها، پارامتر و آماره، مقیاس‌های اندازه‌گیری

مفاهیم پایه

شامل حل کامل تمام فعالیت‌ها، کاربرکلاس‌ها و تمرین‌های فصل

دانلود از ویسایت و اپلیکیشن پادرس



01

گردآوری داده‌ها

فعالیت ۱ - تخمین وزن ماهی‌های حوضچه

می‌خواهیم وزن ماهی‌های یک حوضچه پرورش ماهی را به منظور فروش آنها تخمین بزنیم. ابتدا ۵ ماهی از قسمت عمیق و در مرحله بعد، ۵ ماهی از قسمت کم عمق صید می‌کنیم.

۱. آیا انتخاب ۵ ماهی از قسمت عمیق، تخمین خوبی از وزن ماهی‌های حوضچه به ما می‌دهد؟

۲. به نظر شما کدام تخمین بیش از مقدار واقعی است و کدام کمتر؟

پاسخ سؤال ۱

خیر. انتخاب فقط از یک قسمت (عمیق یا کم‌عمق) نماینده کل حوضچه نیست. ماهی‌های قسمت عمیق معمولاً بزرگ‌تر و سنگین‌تر هستند زیرا آب عمیق‌تر محیط مساعدتری برای رشد است. بنابراین نمونه‌گیری غیرتصادفی از یک قسمت، تخمین سوگیرانه ایجاد می‌کند.

نکته: نمونه باید نماینده کل جامعه باشد، نه فقط یک بخش از آن.

پاسخ سؤال ۲

تخمین از قسمت عمیق: بیش از مقدار واقعی (بیش‌برآوردی)

تخمین از قسمت کم‌عمق: کمتر از مقدار واقعی (کم‌برآوردی)

نتیجه: برای تخمین واقعی، باید نمونه تصادفی از سراسر حوضچه انتخاب شود تا همه ماهی‌ها شانس برابر برای انتخاب داشته باشند.

مفاهیم پایه آمار

خواندنی صفحه ۷۳ - تعاریف کلیدی

۶ تعریف بنیادی

داده

واحد آماری به هر یک از افراد یا چیزهایی می‌گویند که مورد بررسی قرار می‌گیرد و داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود.

جامعه آماری

مجموعه کلّ واحدهای آماری را جامعه آماری می‌نامند. **مثلاً کل ماهی‌های حوضچه.**

نمونه

هر زیرمجموعه از جامعه آماری را که با روش مشخصی انتخاب شده باشد، یک نمونه می‌نامند.

نمونه تصادفی

نمونه‌ای را که در آن، همه اعضای جامعه، شانس انتخاب یکسان در نمونه را داشته باشند، نمونه تصادفی می‌نامند.

تفاوت عدد و داده

عدد در ریاضی فقط مقدار است، اما داده در آمار علاوه بر مقدار، حاوی اطلاعات زیادی است. مثل: میانگین تلفات روزانه جاده‌های کشور.

نقل قول

«مشت نمونه خروار است، ولی نه هر مشتی. چرا؟ اگر نمونه تصادفی انتخاب شود، معرف جامعه خواهد بود.»

فعالیت ۲ - آمارگیری طول قد دانش‌آموزان

می‌خواهیم طول قد دانش‌آموزان یک مدرسه را گردآوری کنیم. برای این منظور چه راهی پیشنهاد می‌کنید؟ چگونه مطمئن می‌شوید که دانش‌آموزی از قلم نیفتاده است؟

راهکارها - ۳ نکته کلیدی

۱ استفاده از پرسش‌نامه: ساده‌ترین راه برای انجام آمارگیری، استفاده از پرسش‌نامه است. پرسش‌نامه شبیه همان جدولی است که هنگام ثبت‌نام در مدرسه تکمیل کرده‌اید.

۲ اطمینان از شمول همه: برای اطمینان از اینکه دانش‌آموزی از قلم نیفتاده، باید فهرست کل دانش‌آموزان مدرسه را از دفتر مدرسه تهیه کنیم و تکمیل پرسش‌نامه توسط هر دانش‌آموز را در فهرست علامت بزنیم.

۳ گزینه‌های پرسش‌نامه: پنج گزینه از «کوتاه‌تر از ۱۴۰» تا «۱۷۰ یا بلندتر»:

> ۱۴۰ ۱۴۰-۱۴۹ ۱۵۰-۱۵۹ ۱۶۰-۱۶۹ ≥ ۱۷۰

جدول آمارگیری نمونه

اندازه طول قد	چوب خط برای شمارش	تعداد دانش‌آموزان
کوتاه‌تر از ۱۴۰ سانتی‌متر		۴
۱۴۰ - ۱۴۹ سانتی‌متر		۷
۱۵۰ - ۱۵۹ سانتی‌متر		۹
۱۶۰ - ۱۶۹ سانتی‌متر		۸
۱۷۰ سانتی‌متر یا بلندتر		۳

هر چوب‌خط نمایانگر یک دانش‌آموز در آن دسته قدی است.

۱۲ سؤال کلیدی برای انجام آمارگیری

برای به انجام رساندن یک آمارگیری باید پاسخ این سؤال‌ها را بدانید

1
2
3

۱

چه چیزی پیدا کنید؟ چرا؟

۲

چه داده‌هایی را باید گردآوری کنید؟

۳

کدام راه، بهترین راه گردآوری داده‌ها است؟

۴

به چه مقدار داده نیاز دارید؟

۵

داده‌ها باید چقدر دقت داشته باشند؟

۶

داده‌هایتان را چگونه ثبت می‌کنید؟

۷

داده‌ها را چگونه ارائه می‌کنید؟

۸

آیا داده‌ها از الگوی خاصی پیروی می‌کنند؟

۹

چه نتیجه‌گیری یا پیشگویی از داده‌ها ارائه می‌دهید؟

۱۰

آیا نتایج با آنچه انتظار داشتید، تطبیق دارد؟

۱۱

چگونه نتایج را ارائه می‌کنید؟ برای چه کسانی؟

۱۲

آیا می‌توانید سؤالات دیگری را نیز بررسی کنید؟



نکته: گردآوری داده‌ها به کدام مرحله از سؤالات فوق باید پاسخ داده شود؟

پاسخ: مرحله ۲ و ۳

دانلود از وبسایت و اپلیکیشن پادرس

۴ روش

چهار روش اصلی گردآوری داده

روش‌های اصلی گردآوری داده - صفحات ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی

۰۲

پرسش‌نامه
Questionnaire

مجموعه سؤالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود. مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است. مرکز آمار ایران هر ۱۰ سال یک بار با استفاده از پرسش‌نامه اطلاعات همه خانوارهای ساکن در ایران را جمع‌آوری می‌کند (سرشماری نفوس و مسکن).

⚠ **محدودیت:** اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، زمان‌بر است.

۰۱

مشاهده
Observation

گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو، مانند شمارش تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک تقاطع در هر ساعت یا اندازه‌گیری وزن محصولات یک باغ میوه.

⚠ **محدودیت:** اگر به دقت زیادی نیاز داشته باشیم، مناسب نیست.

۰۴

دادگان
Records / Database

شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است که قبلاً ثبت شده‌اند. به دلیل تولید داده‌ها به صورت خودکار، در بسیاری از مؤسسات و سامانه‌ها سرعت رواج یافته است.

⚠ **محدودیت:** همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیست.

۰۳

مصاحبه
Interview

معمولاً بین دو نفر صورت می‌گیرد، یکی مصاحبه‌گر (آمارگیر) و دیگری مصاحبه‌شونده یا پاسخگو. مثلاً برای پژوهش درباره کاهش ترافیک، مصاحبه از صاحب‌نظران راه حل مناسب است.

⚠ **محدودیت:** آمارگیر اطلاع کافی از همه پاسخ‌دهندگان ممکن را ندارد.

امروزه آمارگیری را می‌توان به روش‌های بسیار سریع‌تر مانند تلفنی، اینترنتی یا پیامکی انجام داد. همچنین با ابزارهایی نظیر گوگل فرم می‌توان پرسش‌نامه طراحی کرد.

دانلود از وبسایت و اپلیکیشن پادرس



کاردرکلاس و تمرین - انتخاب روش گردآوری

کاردرکلاس - ۳ سؤال (انتخاب روش مناسب)

الف تعداد قلم‌های هر دانش‌آموز در یک کلاس

← مشاهده قابل شمارش مستقیم است.

ب ساعات خواب دانش‌آموزان کلاس درس شما در شب گذشته

← پرسش‌نامه یا مصاحبه - فقط خود دانش‌آموز پاسخ می‌داند.

پ طول قد دانش‌آموزان یک کلاس

← مشاهده با متر اندازه‌گیری مستقیم.

تمرین صفحه ۷۷ - ۳ سؤال با دلیل

۱ میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه برخورد و رسیدگی به درخواست‌ها

← پرسش‌نامه

دلیل: نیاز به نظر شخصی مشتریان دارد.

۲ سن همه دانش‌آموزان مدرسه بر حسب ماه در پایه دهم

← دادگان

دلیل: اطلاعات در پرونده دانش‌آموزان ثبت شده است.

۳ تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر

← مشاهده

دلیل: شمارش مستقیم در محل بدون نیاز به پاسخگو.

فعالیت ۳ - پژوهش آماری کوهنوردان دنا

قرار است درباره افرادی که از کوه دنا بالا رفته‌اند، پژوهش آماری انجام دهیم. واحدهای آماری این پژوهش، همه افرادی هستند که توانسته‌اند به قله برسند.

متغیر

۰۱

هر ویژگی از اشخاص یا اشیا که قرار است بررسی شود. مثل سن، وزن، قد، جنسیت، ملیت، میزان تحصیلات و درآمد کوهنوردان.

سن وزن قد جنسیت ملیت تحصیلات درآمد

متغیر کمی

۰۲

متغیری است که مقادیر عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است. مثل: سن، وزن، قد، درآمد.

سن وزن قد درآمد

متغیر کیفی

۰۳

متغیری است که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیا در گروه‌ها به کار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد. مثل: جنسیت، ملیت.

جنسیت ملیت

مثال: کوهنوردان دنا

۰۴

متغیرهای کمی: سن، وزن، قد، درآمد

متغیرهای کیفی: جنسیت، ملیت

هدف پژوهش می‌تواند فرهنگی یا علمی باشد و به هر یک از ویژگی‌های این افراد متغیر می‌گویند.

پارامتر و آماره – تفاوت کلیدی

مفهوم پارامتر و آماره – صفحه ۷۹

آماره



Statistic – مشخصه نمونه

- ✓ مشخصه‌ای خاص از نمونه است که جنبه توصیف‌کننده عددی دارد
- ✓ از داده‌های نمونه به دست می‌آید
- ✓ از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر می‌کند

مثال: نسبت مردان در نمونه ۵۰ کوهنورد انتخاب شده

پارامتر



Parameter – مشخصه جامعه

- ✓ مشخصه‌ای خاص از جامعه است که جنبه توصیف‌کننده عددی دارد
- ✓ در صورتی قابل محاسبه است که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند
- ✓ مقدار آن همیشه ثابت است

مثال: نسبت مردان در کل جامعه کوهنوردان دنا

VS

مثال هندوانه‌های خوزستان



متوسط وزن همه هندوانه‌های یک زمین = پارامتر. متوسط وزن نمونه ۲۰ هندوانه = آماره.

نکته کلیدی



چرا پارامترها ثابت و آماره‌ها متغیر هستند؟ چون پارامتر به کل جامعه (ثابت) اشاره دارد، ولی آماره به نمونه‌ای که می‌تواند هر بار متفاوت باشد. در بسیاری از موارد، آمارگیری از کل جامعه امکان‌پذیر نیست، بنابراین از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند.



یک شبکه تلویزیونی می‌خواهد نسبت دارندگان تلویزیون در شیراز را بداند که برنامه جدید این شبکه را حداقل یک بار در هفته تماشا می‌کنند. بدین منظور یک گروه ۱۰۰۰ نفری از دارندگان تلویزیون را در این شهر بررسی می‌کند.

سؤال	پاسخ
الف) داده‌ها و متغیرها	داده‌ها: اطلاعات گروه ۱۰۰۰ نفری دارندگان تلویزیون در شیراز. متغیر: تماشای تلویزیون (پاسخ «تماشا می‌کند» یا «تماشا نمی‌کند»)
ب) آیا نمونه آماری است؟	بله، نمونه است جامعه: همه دارندگان تلویزیون در شیراز
پ) متغیر کمی یا کیفی؟	کیفی چون پاسخ دسته‌بندی می‌شود (بله/خیر)
ت) متغیرهای کمی جالب	سن، درآمد، ساعت تماشای روزانه تلویزیون
ث) آماره یا پارامتر؟	آماره چون از نمونه ۱۰۰۰ نفری محاسبه شده است

نکته: اگر نسبت از کل دارندگان تلویزیون شیراز محاسبه می‌شد، پارامتر بود. اما چون از گروه ۱۰۰۰ نفری (نمونه) محاسبه شده، آماره است.

چهار مقیاس اندازه‌گیری متغیرها

مقیاس‌های چهارگانه اندازه‌گیری - صفحات ۸۰ و ۸۱

۴ مقیاس

فاصله‌ای
Interval Scale

صفر قراردادی

برای داده‌هایی که قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین مقادیر بامعناست. ولی صفر قراردادی است.

مثال: درجه حرارت برحسب سلسیوس. اگر دمای بوشهر ۲۰ و تهران ۱۰ درجه باشد، نمی‌توان گفت دمای بوشهر دو برابر تهران است؛ ولی اختلاف ۱۰ درجه است.

قوی‌ترین

نسبتی
Ratio Scale

داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین مقادیر داده‌ها، و نسبت مقادیر داده‌ها نیز بامعنا است. صفر به معنای نبود ویژگی است.

مثال: وزن و قد دانش‌آموزان، نمره، تعداد.
مرتب‌سازی: ●●●● | نسبت‌ها معنا دارند

اسمی
Nominal Scale

ضعیف‌ترین

متغیرهایی که شامل نام‌ها، برچسب‌ها و گروه‌ها می‌شود. هیچ معیاری برای مرتب کردن وجود ندارد.

مثال: گروه خونی انسان، شماره دانش‌آموزی (کدهای عددی درواقع عدد نیستند).

رتبه‌بندی

ترتیبی
Ordinal Scale

متغیرهایی که قابل مرتب کردن هستند ولی محاسبه اختلاف بین مقادیر بی‌معناست.

مثال: رتبه دانش‌آموزان در یک کلاس. اگر رتبه‌های اول تا سوم معدل ۱۹، ۱۸ و ۱۶ باشند، اختلاف نمره‌ها متفاوت است.

اسمی < ترتیبی < فاصله‌ای < نسبتی

سلسله مراتب مقیاس‌ها (از ضعیف به قوی):

کاردرکلاس و تمرین – تعیین نوع متغیر

کاردرکلاس ۴ مورد – تعیین نوع و مقیاس متغیر

صورت	نوع متغیر	مقیاس
الف) محسن، محمود، محمد و میثم مذکر	کیفی	اسمی
ب) رتبه فارغ التحصیلی (احمد ۳، رضا ۱۹، صادق ۱۰، جواد ۲۵)	کیفی	ترتیبی
پ) دمای بدن ماهی قزل‌آلا در رودخانه هراز	کمی	فاصله‌ای
ت) طول ماهی قزل‌آلا در رودخانه هراز	کمی	نسبتی

تمرین صفحه ۸۱ نماینده مجلس – ۷ مورد

سؤال	نوع	مقیاس
الف) نام نماینده حسین ایرانی است	کیفی	اسمی
ب) سن ۵۸ سال	کمی	نسبتی
پ) سال‌های انتخاب (۱۳۸۶، ۱۳۹۰، ۱۳۹۴)	کمی	فاصله‌ای
ت) مجموع حقوق ۶۰۰/۰۰۰/۰۰۰ ریال	کمی	نسبتی
ث) گزینه‌های ایچه (حمایت کامل، حمایت، بی‌طرف، مخالف)	کیفی	ترتیبی
ج) وضعیت تأهل: متأهل	کیفی	اسمی
چ) هفتمین نفری که حمایت کرده	کمی	ترتیبی

راهنما: کیفی = کمی | اسمی | ترتیبی | فاصله‌ای | نسبتی

آمار چیست؟ - کاربرد در زندگی روزمره



تعریف آمار: آمار به مطالعه نحوه گردآوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر داده‌ها برای استخراج اطلاعات و تصمیم‌گیری گفته می‌شود. آمار در شرایطی که با عدم قطعیت در تصمیم‌گیری رو به رو هستیم، به یاری ما می‌آید.

فعالیت ۴

به نظر شما یک شهروند در زندگی روزمره خود از اطلاعات بیان شده در مثال‌های زیر چه استفاده‌ای می‌کند؟ جامعه و پارامتر یا نمونه و آماره را در هرکدام مشخص کنید.

۱ ایمنی منازل

«بیشترین آسیب‌دیدگی در منازل، افتادن یا زمین خوردن است.»

جامعه: همه افراد جامعه

آماره (از نمونه)

۲ واکسن آنفلوآنزا

«پنج درصد افراد به واکسن آنفلوآنزا واکنش شدید نشان می‌دهند.»

جامعه: همه افراد

آماره

۳ سیگار و سرطان

«افراد سیگاری دو برابر دیگران در معرض سرطان قرار دارند.»

جامعه: همه افراد

پارامتر (نسبت واقعی)

۴ تغذیه سالم

«مصرف روزانه ۵ نوع میوه و سبزی بیشتر ویتامین‌های مورد نیاز بدن را تأمین می‌کند.»

جامعه: همه افراد

آماره

۵ امداد خودرو

«اولین دلیل تماس با امداد خودرو فراموش کردن کلید داخل خودرو است.»

جامعه: همه تماس‌ها با امداد

آماره

۶ تصادفات روزانه

«متوسط تعداد کشته‌های تصادفات در حدود ۵۰ نفر در روز اعلام شده است.»

جامعه: همه تصادفات

آماره



تمرین‌های بخش اول - مفاهیم پایه

صفحات ۸۳ و ۸۴

۱ فرق بین داده و متغیر چیست؟

داده: مقدار مشاهده شده از یک ویژگی (مثل ۱۷۰ سانتی‌متر).
متغیر: ویژگی مورد بررسی (مثل طول قد).
 هر متغیر می‌تواند داده‌های مختلفی تولید کند.

۲ داده‌های در سطح اسمی، کمی هستند یا کیفی؟

کیفی: در مقیاس اسمی فقط دسته‌بندی انجام می‌شود و مقدار عددی معنا ندارد.

۳ فرق بین آماره و پارامتر چیست؟

آماره: از نمونه محاسبه می‌شود و متغیر است.
پارامتر: از جامعه محاسبه می‌شود و ثابت است (اما معمولاً مجهول).

۴ آیا پارامتر ممکن است تغییر کند؟ سه نمونه یکسان = سه آماره متفاوت؟

پارامتر ثابت است (چون جامعه ثابت است).
بله، سه نمونه می‌توانند سه آماره متفاوت بدهند، چون آماره به نمونه بستگی دارد.

۵ ۱۲۶۱ مشتری غذاخوری گیاه‌خوار، برای کدام وعده غذا سفارش داده‌اند؟

الف متغیر: وعده غذایی سفارش داده شده
ب کیفی (دسته‌بندی ناهار/شام)
پ جامعه: همه مشتریان غذاخوری‌های گیاه‌خوار

۶ طبقه‌بندی متغیرها در چهار مقیاس

الف مدت پاسخ‌گویی به سؤالات امتحان
ب زمان اولین کلاس
پ رشته تحصیلی
ت مقیاس ارزیابی (ضعیف، معمولی، خوب)
ث نمره آخرین آزمون از ۱۰۰
ج سن دانش‌آموز

نسبتی

فاصله‌ای

اسمی

ترتیبی

نسبتی

نسبتی



بخش دوم

معیارهای گرایش به مرکز

Measures of Central Tendency · میانگین، میانه، مد و میانگین موزون

میانگین موزون

میانه و مد

میانگین

صفحات ۸۵ تا ۸۸



فعالیت - میانگین درآمد خیرین مدرسه

صورت فعالیت

مدیر مدرسه بر اساس اطلاعات سال‌های گذشته می‌گوید: معمولاً خیرین به طور متوسط ۱۰ درصد از درآمد سالانه خود را اختصاص می‌دهند. درآمد ماهانه ۷ حاضر در انجمن خیریه به ترتیب حروف الفبا به صورت زیر است:

درآمد ماهانه (میلیون ریال):

آرمان: ۲۱ | احمد: ۲۲ | جوانه: ۲۵ | حسنا: ۲۸ | رسول: ۲۳ | سبحان: ۳۰
نجمیه: ۴۰

همه مقادیر بر حسب میلیون ریال است.

حل تشریحی

۱ جمع درآمدها:

$$۱۸۹ = ۴۰ + ۳۰ + ۲۳ + ۲۸ + ۲۵ + ۲۲ + ۲۱ \text{ (میلیون ریال)}$$

۲ تقسیم بر تعداد (۷ نفر): میانگین = $۱۸۹ \div ۷ = ۲۷$ میلیون ریال در ماه

$$\bar{X} = \frac{۲۱+۲۲+۲۵+۲۸+۲۳+۳۰+۴۰}{۷} = \frac{۱۸۹}{۷} = ۲۷$$

۳ محاسبه کمک سالانه (۱۰٪):

$$۳۲/۴ = ۳۲۴ \times ۱۰\% = (۲۷ \times ۱۲) \times ۱۰\% \text{ میلیون ریال}$$

نتیجه: خیرین معادل ۳۲/۴ میلیون ریال در سال به مدرسه کمک خواهند کرد.

فرمول میانگین

تعریف ریاضی میانگین Σ

اگر مشاهده‌ها را به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، میانگین آنها را با نماد $\bar{X}$ نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

← میانگین = (جمع همه داده‌ها) ÷ (تعداد داده‌ها)

۱. جمع‌پذیری +

میانگین همان چیزی است که به آن **معدل** هم می‌گویند. برای محاسبه باید همه درآمدها را با هم جمع و بر تعداد افراد تقسیم کنید.

۲. واحد

واحد میانگین با واحد داده‌ها **یکسان** است. اگر داده‌ها بر حسب میلیون ریال باشد، میانگین هم میلیون ریال است.

۳. کاربرد

میانگین مرسوم‌ترین معیار گرایش به مرکز است که در بسیاری از موارد استفاده می‌شود، اما گاهی ممکن است ما را به اشتباه بیندازد.

کاردکلاس · سؤالات ۱ تا ۶

کاردکلاس - محاسبه میانگین

۱ میانگین داده‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰

$$\bar{x} = \frac{10+20+30+40+50}{5} = \frac{150}{5}$$

$$= 30 \checkmark$$

۲ میانگین ۱۰، ۴۰، x برابر ۳۰ → ؟x

$$\frac{10+x+40}{3} = 30$$

$$50+x=90 \rightarrow x=40$$

$$x=40 \checkmark$$

۳ میانگین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5}$$

$$= 3 \checkmark$$

۴ میانگین اعداد ۲، ۴، ۶، ۸، ۵

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+8+5}{5} = \frac{25}{5}$$

$$= 5 \checkmark$$

۵ میانگین اعداد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹

$$\bar{x} = \frac{5+6+7+8+9}{5} = \frac{35}{5}$$

$$= 7 \checkmark$$

۶ میانگین اعداد ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰

$$\bar{x} = \frac{50+60+70+80+90}{5} = \frac{350}{5}$$

$$= 70 \checkmark$$



کاردرکلاس · سؤال ۷

کاردرکلاس - خواص میانگین و داده دورافتاده

× سه قاعده کلی درباره میانگین

افزایش متوازن +

اگر به همه داده‌ها مقدار ثابت a اضافه کنیم، میانگین هم به مقدار a اضافه می‌شود.

مثال: سؤال ۳ میانگین ۳ داشت، سؤال ۵ که همه داده‌ها ۴ واحد بیشترند، میانگین $3+4=7$ شد.

ضرب در ثابت ×

اگر همه داده‌ها را در ثابت k ضرب کنیم، میانگین هم در k ضرب می‌شود.

مثال: سؤال ۳ میانگین ۳، سؤال ۶ داده‌ها ۱۰ برابرند، میانگین $3 \times 10 = 30$ نه ۷۰! توجه: سؤال ۶ فقط تا ۹۰ است.

تقارن داده‌ها

اگر داده‌ها متقارن باشند، میانگین نقطه وسط است.

مثال: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ → میانگین ۳ = عدد وسط.

\$ مثال میلیارد | اگر میلیاردری با درآمد ماهانه ۱ میلیارد ریال به انجمن بیاید، میانگین چه تغییری می‌کند؟

میلیون ریال $178/35 = 10\%$ ▲میلیون ریال $148/6 \rightarrow 27$ ↗

$$\text{میانگین جدید} = \frac{189 + 1000}{8} = \frac{1189}{8} = 148/625$$

میانگین از ۲۷ به حدود $148/6$ میلیون ریال بالا می‌رود. این عدد غیرمنطقی است چون خیرین معادل ۱۰٪ یعنی $178/35$ میلیون ریال کمک خواهند کرد.

⚠ داده دورافتاده (Outlier)

مقداری متفاوت با سایر مقادیر داده‌هاست. معمولاً مقدار آن بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از بقیه داده‌هاست.

میان و مد - معیارهای جایگزین میانگین

میان



Median

پس از مرتب کردن داده‌ها از کوچک به بزرگ، میان میانگین دو داده وسطی مرتب شده است. برابر است.

اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میان برابر با میانگین دو داده وسطی مرتب شده است.

مثال ۱ قبل از ورود میلیاردر:

۲۱ · ۲۲ · ۲۳ · ۲۵ · ۲۸ · ۳۰ · ۴۰

تعداد = ۷ (فرد) → میان = داده چهارم = ۲۵

مثال ۲ بعد از ورود میلیاردر:

۲۱ · ۲۲ · ۲۳ · ۲۵ · ۲۸ · ۳۰ · ۴۰ · ۱۰۰۰

تعداد = ۸ (زوج) → میان = میانگین داده‌های چهارم و پنجم =

$$\left(\frac{۲۵ + ۲۸}{۲} \right) = ۲۶/۵$$

● میان از ۲۵ به ۲۶/۵ تغییر کرد - تغییر کم! برخلاف میانگین.

مد



Mode

مد مقداری از متغیر است که بیشترین فراوانی را دارد. مد یکی از معیارهای گرایش به مرکز است.

🔗 کاربرد در پوشاک:

فروشندگان پوشاک از معیار مد بسیار استفاده می‌کنند تا بدانند چه نوع پوشاکی مورد پسند مصرف‌کنندگان است.

🔗 کاربرد در انتخابات:

در رأی‌گیری و انتخاب رئیس جمهور، تصمیم‌گیری بر اساس مد است - نامزدی انتخاب می‌شود که بیشترین فراوانی (رأی) را داشته باشد.

❗ مد ممکن است منحصر به فرد نباشد - ممکن است چند مد داشته باشیم.

تمرین - محاسبه میانه

تمرین ۰ صفحه ۸۷

۱ میانه داده‌های ۱، ۹۹، ۶۸، ۲، ۸۶، ۱۴، ۱۰، ۱۱ چقدر است؟

۱ مرتب کردن از کوچک به بزرگ:

۱۰ ۲۰ ۱۰۰ ۱۴ ۶۸ ۸۶ ۹۹

۲ تعداد = ۷ (فرد)

۳ میانه = داده وسط = داده چهارم = ۱۴

✓ پاسخ: میانه = ۱۴

۲ میانه داده‌های ۱۱، ۱۴، ۸۶، ۲، ۶۸، ۹۹، ۱۰، ۱ چقدر است؟

۱ مرتب کردن از کوچک به بزرگ:

۱۰ ۲۰ ۱۰۰ ۱۱ ۱۴ ۶۸ ۸۶ ۹۹

۲ تعداد = ۸ (زوج)

۳ میانه = میانگین دو داده وسط (چهارم و پنجم) =

$$\frac{11 + 14}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$$

✓ پاسخ: میانه = ۱۲/۵

نکته اصلی: اگر در آمار در جایی به یک نتیجه شسته و رفته برخوردید، خیلی احتیاط کنید. به دست آوردن یک استنباط درست از داده‌ها تنها چیزی نیست که شما در یک بررسی آماری خواهان آن هستید - خواسته دیگر ما برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری است.

دانلود از وبسایت و اپلیکیشن پادرس

خواندنی - تحلیل هزینه‌های جراحی بیمارستان

هزینه جراحی ۸ بیمار (میلیون ریال)

بیمار	الف	ب	پ	ت	ث	ج	چ	ح
هزینه جراحی	۲	۵	۴	۷	۳	۵	۰	۵۰
هزینه مرتب شده	۰	۲	۳	۴	۵	۵	۷	۵۰

Σ میانگین

مجموع = ۷۶ = ۵۰+۰+۵+۳+۷+۴+۵+۲

میانگین = $\frac{۷۶}{۸}$

میلیون ریال ۹/۵ =

± میانه

داده‌های مرتب: ۰، ۲، ۳، ۴، ۵، ۵، ۷، ۵۰

تعداد زوج → میانه = میانگین داده ۴ و ۵ = $\frac{۵+۴}{۲}$

میلیون ریال ۴/۵ =

📊 تحلیل تصمیم‌گیری مدیر بیمارستان

میانگین هزینه‌های جراحی ۹/۵ میلیون ریال و میانه آن برابر با ۴/۵ میلیون ریال است. اگر شما مدیر این بیمارستان بودید، کدام عدد برایتان از همه مهم‌تر بود؟
→ برای بودجه‌بندی سال بعد، باید از **میانه (۴/۵)** استفاده کنیم، نه **میانگین (۹/۵)**. چون میانگین تحت تأثیر **داده دورافتاده (۵۰)** قرار گرفته است. اگر از میانگین استفاده کنیم، احتمالاً با **کسر بودجه** مواجه می‌شویم.

”گاهی هیچ آمار درست یا غلطی وجود ندارد - همه چیز به این بستگی دارد که شما چرا می‌خواهید از آنها استفاده کنید.“

کاردرکلاس - تکمیل جملات با واژه‌های کلیدی

واژه‌های کلیدی:

میان

میانگین

داده دورافتاده

۱ آنچه اکثر مردم «حد وسط» می‌نامند، نزد آمارشناسان به **میانگین** معروف است. برای محاسبه آن به داده‌های خود به عنوان فهرستی از اعداد نگاه کنید؛ همه اعداد را با هم جمع کنید و بر تعدادشان تقسیم کنید.

۲ **میان** در واقع نقطه وسطی فهرست اعداد مرتب شده است. نیمی از اعداد مقادیر بزرگ‌تر از **میان** و نیمی دیگر مقادیر کوچک‌تر از **میان** هستند.

۳ زمانی با **داده دورافتاده** مواجه هستیم که مشاهده‌ای داشته باشیم که از الگوی داده‌هایمان پیروی نکند.

۴ وقتی با **داده دورافتاده** مواجه هستید، **میان** معمولاً بازتاب بهتری از داده‌ها می‌دهد تا **میانگین**.

۵ به طور کلی، برای برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری، **میان** بهتر از **میانگین** است (هنگام وجود داده دورافتاده).

” لطیفه آماری



شخصی دست راست خود را در یخچال و دست چپ خود را در فر فرو کرده است. زمانی که از او درباره احساسش سؤال می‌شود پاسخ می‌دهد: «**به طور متوسط خوب هستم!**»
🌟 نتیجه اخلاقی: یک عدد به تنهایی، معمولاً مجموعه‌ای از داده‌ها را به خوبی توصیف نمی‌کند. بنابراین، علاوه بر معیار گرایش به مرکز، معیاری را نیز گزارش کنیم که نوسان و تغییرات داده‌ها را هم بیان کند.



میانگین موزون (Weighted Mean)

تعریف: در میانگین موزون، هر داده با **ضریب (وزن)** خودش ضرب می‌شود. این روش برای محاسبه معدل دروسی که با واحدهای مختلف (تعداد ساعات متفاوت) ارائه می‌شوند، استفاده می‌شود.

محاسبه میانگین موزون

گام ۱ مجموع ضریب‌ها $۳ + ۱ + ۱ + ۱ = ۶$

گام ۲ مجموع (نمره $\times$ ضریب) $۹۸ = ۴۸ + ۱۵ + ۱۸ + ۱۷ = (۳ \times ۱۶) + (۱ \times ۱۵) + (۱ \times ۱۸) + (۱ \times ۱۷)$

گام ۳ میانگین موزون $= \frac{۹۸}{۶} \approx ۱۶/۳۳$

$$\bar{X}_{\text{وزنی}} = \frac{۱۷ + ۱۸ + ۱۵ + ۴۸}{۶} = \frac{۹۸}{۶} \approx ۱۶/۳۳$$

مثال: نمره‌های ۴ آزمون

اگر چهار بار از شما آزمون گرفته باشند و نمره آخرین آزمون ۳ ضریب داشته باشد:

آزمون	اول	دوم	سوم	چهارم
نمره	۱۷	۱۸	۱۵	۱۶
ضریب	۱	۱	۱	۳

! آزمون چهارم (نمره ۱۶) وزن ۳ برابر دارد و در نتیجه نهایی سه بار محاسبه می‌شود.

→ مقایسه با میانگین ساده: میانگین نمره‌ها بدون احتساب ضریب $= \frac{۱۷+۱۸+۱۵+۱۶}{۴} = \frac{۶۶}{۴} = ۱۶/۵$ با احتساب ضریب میانگین کمی بالاتر شد چون آخرین آزمون (با نمره ۱۶) وزن بیشتری داشت.

معیارهای پراکندگی

Measures of Dispersion · انحراف معیار، واریانس، دامنه میان چارکی

دامنه میان چارکی

توزیع نرمال

انحراف معیار

SECTION
03

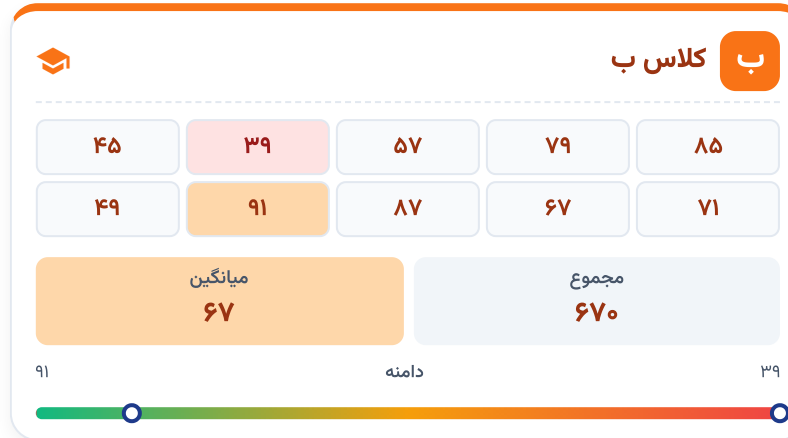
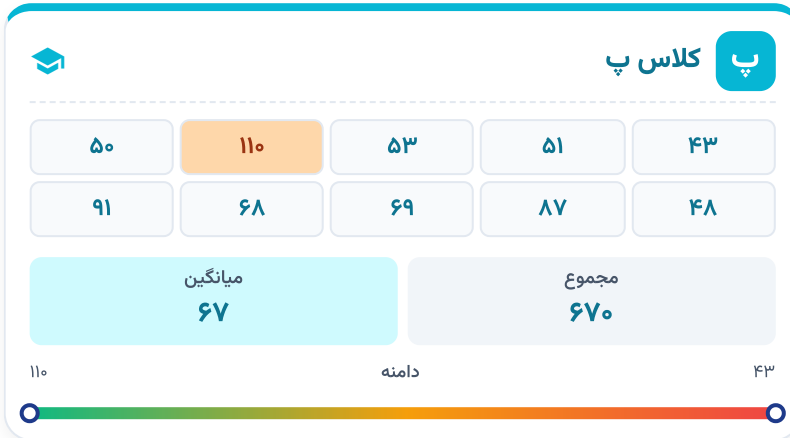
صفحات ۸۹ تا ۹۲



فعالیت ۰ صفحه ۸۹

فعالیت - مقایسه نمرات سه کلاس دهم

می‌خواهیم کلاس‌های دهم سه دبیرستان را بر اساس نتایج آزمون جامعی که هم‌زمان برگزار شده است، رتبه‌بندی کنیم. از هر دبیرستان ۱۰ نفر به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند. نمره جامع هر سه کلاس از ۱۲۰ نمره است.



نکته کلیدی: میانگین هر سه کلاس برابر ۶۷ است! اما **پراکندگی نمره‌ها متفاوت** است. برای والدین فرزند بازیگوش، مدرسه با پراکندگی کمتر بهتر است (نمرات هماهنگ). برای فرزند المپیادرفت، مدرسه با پراکندگی بیشتر بهتر است (شانس نمره‌های بسیار بالا).

پاسخ بصری: کلاس **الف** کمترین پراکندگی (نمرات نزدیک ۶۷)، کلاس **پ** بیشترین پراکندگی (نمرات از ۴۳ تا ۱۱۰)

انحراف معیار و واریانس

انحراف معیار یک معیار معمول برای سنجش میزان پراکندگی است که نشان‌دهنده تغییرات داده‌های مورد مطالعه است. انحراف معیار با به کارگیری یک فرمول، از داده‌ها به دست می‌آید. **توان دوم انحراف معیار را واریانس می‌نامند.**

۱ اختلاف هر عدد با میانگین داده‌ها را حساب کنید.
انحراف $= x_i - \bar{x}$

۲ انحراف‌ها را به توان ۲ برسانید.
 $(x_i - \bar{x})^2$

۳ میانگین اعداد حاصل را به دست آورید.
واریانس $= \Sigma (x_i - \bar{x})^2 / n$

۴ جذر بگیرید.
واریانس $= \sqrt{\text{واریانس}}$ **انحراف معیار**

 Σ فرمول انحراف معیار

اگر مشاهدات را به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، انحراف معیار آنها را با نماد σ (سیگما) نشان می‌دهند:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

۱ واریانس $= \sigma^2$ ۲ انحراف معیار $= \sqrt{\text{واریانس}}$ ۳ $\sigma \geq 0$ همیشه

کاردرکلاس صفحه ۹۰

محاسبه انحراف معیار - کلاس الف

داده‌ها: {۸۵، ۶۷، ۶۲، ۶۹، ۶۴، ۶۰، ۵۰، ۷۳، ۷۵، ۶۵} - میانگین $\bar{X} = 67$

Σ گام ۱ - واریانس

$$80/4 = \frac{804}{10} = \sigma^2$$

Σ گام ۲ - انحراف معیار

$$8/97 \approx \sqrt{80/4} = \sqrt{\frac{804}{10}} = \sigma$$

✓ نتیجه: مجموع مجذور انحرافات = ۸۰۴، انحراف معیار کلاس الف $\approx 8/97$ نمره.

یادآوری: چون جمع انحرافات صفر است، این کار صحت محاسبات را تأیید می‌کند.

مشاهدات (x_i)	انحراف ($x_i - \bar{X}$)	مجذور انحراف $(x_i - \bar{X})^2$
۶۵	$2- = 67 - 65$	۴
۷۵	$8 = 67 - 75$	۶۴
۷۳	$6 = 67 - 73$	۳۶
۵۰	$17- = 67 - 50$	۲۸۹
۶۰	$7- = 67 - 60$	۴۹
۶۴	$3- = 67 - 64$	۹
۶۹	$2 = 67 - 69$	۴
۶۲	$5- = 67 - 62$	۲۵
۶۷	$0 = 67 - 67$	۰
۸۵	$18 = 67 - 85$	۳۲۴
جمع	۰	۸۰۴

مقایسه انحراف معیار سه کلاس

تعداد کاربرکلاس صفحه ۹۱

کلاس پ

بیشترین پراکندگی

داده‌ها: {۴۳، ۵۱، ۵۳، ۱۱۰، ۵۰، ۴۸، ۸۷، ۶۹، ۶۸، ۹۱}

میانگین: $\bar{x} = 67$

مجموع مجذور انحرافات: ۴۵۰۶

$$\text{واریانس} = \frac{4506}{10} = 450.6$$

$$\sigma = \sqrt{450.6}$$

$$\sigma \approx 21.23$$

کلاس ب

پراکندگی متوسط

داده‌ها: {۸۵، ۷۹، ۵۷، ۳۹، ۴۵، ۷۱، ۶۷، ۸۷، ۹۱، ۴۹}

میانگین: $\bar{x} = 67$

مجموع مجذور انحرافات: ۳۱۵۰

$$\text{واریانس} = \frac{3150}{10} = 315$$

$$\sigma = \sqrt{315}$$

$$\sigma \approx 17.75$$

کلاس الف

کمترین پراکندگی

داده‌ها: {۶۵، ۷۵، ۷۳، ۵۰، ۶۰، ۶۴، ۶۹، ۶۲، ۶۷، ۸۵}

میانگین: $\bar{x} = 67$

مجموع مجذور انحرافات: ۸۰۴

$$\text{واریانس} = \frac{804}{10} = 80.4$$

$$\sigma = \sqrt{80.4}$$

$$\sigma \approx 8.97$$

ترتیب پراکندگی و نتیجه‌گیری:

۱. کلاس الف ($\sigma \approx 8.97$) - کمترین پراکندگی۳. کلاس پ ($\sigma \approx 21.23$) - بیشترین پراکندگی

• برای دانش‌آموز المپیادرفت: کلاس پ بهتر است

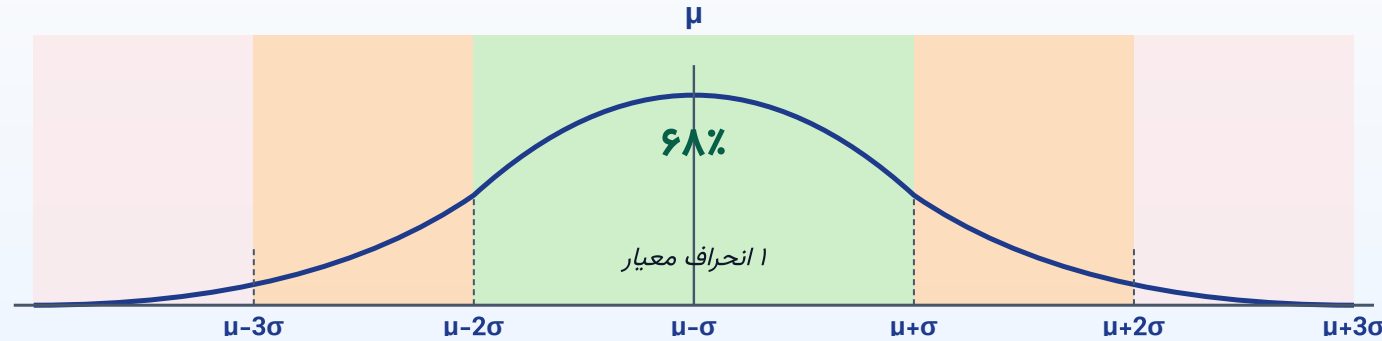
۲. کلاس ب ($\sigma \approx 17.75$) - پراکندگی متوسط

• برای دانش‌آموز متوسط: کلاس الف بهترین انتخاب است

• میانگین هر سه کلاس برابر ۶۷ بود، اما انحراف معیار تفاوت‌ها را آشکار کرد!

توزیع نرمال (خم بهنجار) و قانون تجربی

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد، می‌توان آنها را به صورت **بافت‌نگار (هیستوگرام)** نگاشت. اگر این خم به صورت یک زنگ باشد، به آن **خم بهنجار (Normal Distribution)** گفته می‌شود. خداوند بسیاری از پدیده‌ها را بهنجار آفریده است - مثلاً طول قد یا وزن دانش‌آموزان.



۹۹/۹٪

قانون ۳ - سه σ

تقریباً ۹۹/۹٪ از مشاهدات در فاصله سه انحراف معیار از میانگین قرار دارند:

$$\bar{x} - 3\sigma < x < \bar{x} + 3\sigma$$

۹۶٪

قانون ۲ - دو σ

تقریباً ۹۶٪ از مشاهدات در فاصله دو انحراف معیار از میانگین قرار دارند (تقریباً ۹۵٪):

$$\bar{x} - 2\sigma < x < \bar{x} + 2\sigma$$

۶۸٪

قانون ۱ - یک σ

تقریباً ۶۸٪ از مشاهدات در فاصله یک انحراف معیار از میانگین قرار دارند:

$$\bar{x} - \sigma < x < \bar{x} + \sigma$$

فعالیت - وزن خالص مواد غذایی و خطای تولید

فعالیت صفحه ۹۲

بر روی قوطی‌ها یا پاکت‌های مواد غذایی اعدادی به صورت ۲۵۰ ± ۱۰ گرم مشاهده کرده‌اید. وزن خالص ماده غذایی ۲۵۰ گرم است. این عدد چگونه به دست می‌رسد؟

 ۲۵۰ ± ۱۰ گرم

حل تشریحی

وزن دقیق ۲۵۰ گرم برای هر پاکت غیرممکن است - کمی خطا اجتناب‌ناپذیر است. اگر انحراف معیار تعداد زیادی از محتوای پاکت‌ها را محاسبه کنیم، دو برابر آن عدد، یعنی ± ۱۰ ، حدود مجاز خطا را مشخص می‌کند.

محاسبه بازه:

• حد پایین: $۲۵۰ - ۱۰ = ۲۴۰$ گرم• حد بالا: $۲۵۰ + ۱۰ = ۲۶۰$ گرمیعنی $\sigma = ۵$ گرم (چون $۱۰ = ۲\sigma$)نتیجه - قانون ۲σ

اگر ۱۰۰ قوطی حاوی این ماده غذایی را وزن کنیم، انتظار داریم حداقل ۹۶ تا از آنها وزنی بین ۲۴۰ و ۲۶۰ گرم داشته باشند.

۹۶٪ داده‌ها در فاصله ۲σ از میانگین

$$\bar{x} - 2\sigma \leq x \leq \bar{x} + 2\sigma \implies ۲۴۰ \leq x \leq ۲۶۰$$

کاربرد - استاندارد کالا و الزامات کشور

درج چنین اعدادی بر روی کالاها از الزامات استاندارد هر کشوری است. مثال‌های دیگر:

• بطری آب معدنی: ۵۰۰ ± ۵ میلی‌لیتر• شیشه مربا: ۳۰۰ ± ۸ گرم• جعبه دارو: $۲۰ \pm ۰/۵$ میلی‌گرم

کاردکلاس - تکمیل جدول انحراف معیار خیریه

قانون تجربی - تکمیل جدول

فاصله از میانگین	درصد مشاهدات
۳ انحراف معیار $\bar{x}+3\sigma$ تا $\bar{x}-3\sigma$	۹۹/۹%
۲ انحراف معیار $\bar{x}+2\sigma$ تا $\bar{x}-2\sigma$	۹۶%
۱ انحراف معیار $\bar{x}+\sigma$ تا $\bar{x}-\sigma$	۶۸%

فعالیت - خیریه (قبل از ورود میلیارد)

میانگین = ۲۷ میلیون ریال

مشاهدات (x_i)	انحراف ($x_i - \bar{x}$)	مجذور انحراف
۲۱	-۶	۳۶
۲۲	-۵	۲۵
۲۵	-۲	۴
۲۳	-۴	۱۶
۲۸	۱	۱
۳۰	۳	۹
۴۰	۱۳	۱۶۹
جمع	۰	۲۶۰

→ قبل از ورود میلیارد

$$\text{واریانس} = \frac{۲۶۰}{۷} \approx ۳۷/۱۴$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{۳۷/۱۴} \approx ۶/۱۰ \text{ میلیون ریال}$$

→ بعد از ورود میلیارد (میانگین = ۱۴۸/۶۲۵)

$$\text{مجموع مجذور انحرافات} \approx ۸۷۳۹۹۰ \text{ (به دلیل داده ۱۰۰۰)}$$

$$\text{واریانس} \approx ۱۰۹۲۴۹ \rightarrow \text{انحراف معیار} \approx ۳۳۰/۵ \text{ میلیون ریال}$$

نتیجه: انحراف معیار از ۶/۱۰ به ۳۳۰/۵ میلیون ریال تغییر کرد! این اختلاف شدید نشان می‌دهد میانگین و انحراف معیار به شدت تحت تأثیر داده دورافتاده قرار می‌گیرند. راه‌حل: استفاده از میانه و دامنه میان‌چارگی.

... صفحه ۹۴

1 مثال - قبل از ورود میلیارد

داده‌های مرتب: ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۵، ۲۸، ۳۰، ۴۰

Q2 (میان)

۲۵

داده چهارم

Q1 (نیمه پایینی)

۲۲

میان {۲۱، ۲۲، ۲۳}

Q3 (نیمه بالایی)

۳۰

میان {۲۸، ۳۰، ۴۰}

IQR

۸

۲۲ - ۳۰

2 بعد از ورود میلیارد

داده‌ها: ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۵، ۲۸، ۳۰، ۴۰، ۱۰۰۰

Q2

۲۶/۵

میانگین ۲۵ و ۲۸

Q1

۲۲/۵

میانگین ۲۲ و ۲۳

Q3

۳۵

میانگین ۳۰ و ۴۰

IQR

۱۲/۵

۲۲/۵ - ۳۵



نتیجه: با ورود میلیارد، IQR فقط از ۸ به ۱۲/۵ تغییر کرد (تغییر معقول). اما انحراف معیار از ۶/۱ به ۳۳۰/۵ پرید! این نشان می‌دهد IQR در برابر داده دورافتاده مقاوم است.

چارک‌ها و دامنه میان‌چارکی (IQR)

تعریف چارک‌ها

برای رفع مشکل حساسیت انحراف معیار به داده دورافتاده، معیار پراکندگی دیگری تعریف می‌کنیم: **دامنه میان‌چارکی** یا IQR. میان، چارک دوم است. میان داده‌های قبل از میان = چارک اول (Q1) و میان داده‌های بعد از میان = چارک سوم (Q3).

فرمول دامنه میان‌چارکی

$$IQR = Q3 - Q1$$

نمایش بصری سه چارک



کاردرکلاس - مرور مفاهیم با تکمیل جملات

☰ صفحه ۹۵ - ۱۲ جمله

۲ شما معمولاً نه تنها معدل یک مجموعه را می‌خواهید، بلکه میزان تغییرات حوالی آن نقطه را هم نیاز دارید که آن معیار، **انحراف معیار یا دامنه میان‌چارکی** است.

۴ معیار پراکندگی که معمولاً با میانه بیان می‌شود، **دامنه میان‌چارکی** نام دارد.

۶ آماره‌هایی که برای توصیف یک مجموعه داده به کار می‌روند (میانگین، انحراف معیار، دامنه‌ها، میانه، دامنه میان‌چارکی)، **آمار توصیفی** نام دارد.

۸ ۷۵ درصد داده‌ها قبل از **Q3** یا بعد از **Q1** قرار دارند.

۱۰ ۵۰ درصد داده‌ها بین **Q1** و **Q3** قرار دارند.

۱۲ تقریباً ۶۸٪ از مشاهدات در فاصله **۱ انحراف معیار** از میانگین هستند.

۱ میانگین و میانه انواعی از معیارهای **گرایش به مرکز** هستند.

۳ معیار پراکندگی که معمولاً با میانگین بیان می‌شود، **انحراف معیار** است.

۵ **میانه** و **دامنه میان‌چارکی** اطلاعاتی سریعی درباره داده‌ها بدون نیاز به هرگونه محاسبه می‌دهند.

۷ **۲۵** درصد داده‌ها قبل از میانه و **۵۰** درصد داده‌ها بعد از میانه قرار دارند.

۹ ۲۵ درصد داده‌ها قبل از **Q1** یا بعد از **Q3** قرار دارند.

۱۱ تقریباً ۹۶٪ از مشاهدات در فاصله **۲ انحراف معیار** از میانگین هستند.

تمرین‌های پایانی فصل – نمونه‌گیری تصادفی

صفحه ۹۶ – تمرین ۱ تا ۳

۳ نمونه ۴تایی از اعضای فامیل

مجموعه افراد فامیل درجه اول و دوم خود را بنویسید و آنها را شماره‌گذاری کنید. سپس یک نمونه ۴ تایی از این جامعه انتخاب کنید.

✓ پاسخ:

هر دانش‌آموز باید فهرست اعضای فامیل خود را تهیه کند، شماره‌گذاری کند (مثلاً ۱ تا N)، سپس با استفاده از **جدول اعداد تصادفی** یا **قرعه‌کشی**، ۴ نفر را به صورت تصادفی انتخاب کند.

📌 این یک تمرین عملی است – هر دانش‌آموز پاسخ متفاوتی خواهد داشت.

۲ اعداد ۱ تا ۳۶ با دو تاس

می‌توانید از پرتاب دو تاس به عنوان روشی برای انتخاب اعداد ۱ تا ۳۶ استفاده کنید. (راهنمایی: ضرب دو تاس)

✓ پاسخ:

پرتاب دو تاس. عدد اول را در ۶ ضرب کنید و با عدد دوم جمع کنید. نتیجه عددی بین ۱ تا ۳۶ است:

$$\text{عدد} = (\text{تاس ۱} - ۱) \times ۶ + \text{تاس ۲}$$

$$\text{یا: عدد} = \text{تاس ۱} \times ۶ + \text{تاس ۲} - ۶$$

$$\text{مثال: تاس ۱} = ۳, \text{تاس ۲} = ۵ \rightarrow \text{عدد} = ۵ + ۶ \times ۳ = ۱۷$$

۱ نمونه ۲تایی تصادفی از ۱ تا ۶

یک نمونه ۲ تایی از اعداد ۱ تا ۶ انتخاب کنید. اگر بخواهید این نمونه حتماً تصادفی باشد، چه راهی پیشنهاد می‌دهید؟ اگر بخواهید واحدهای انتخابی این نمونه تصادفی، تکراری نباشند، چگونه این کار را انجام می‌دهید؟

✓ پاسخ:

نمونه تصادفی با تکرار: پرتاب دو تاس (هر تاس یک عدد ۱ تا ۶).

نمونه تصادفی بدون تکرار: اگر هر دو تاس عدد یکسان نشان دادند، دوباره پرتاب کنید تا دو عدد متفاوت به دست آید.

تمرین - روش گردآوری و نمونه‌گیری

صفحه ۹۶ - تمرین ۴ و ۵

۵ نمونه‌گیری تصادفی - تعیین واحدها

در هر مورد، واحدهای آماری، جامعه و نمونه را مشخص کنید:

واحد آماری / جامعه / نمونه	مورد
هر مأمور پلیس / همه مأموران پاسگاه / مأموران مصاحبه‌شده	الف) مصاحبه با مأموران پاسگاه پلیس
هر کودک وارد پارک / همه کودکان وارد پارک / ۵ کودک مصاحبه‌شده	ب) مصاحبه با ۵ کودک وارد پارک بازی
هر شامپو تولیدی / همه شامپوهای تولیدی کارخانه / ۱۰۰ شامپوی آزمایش‌شده	پ) آزمایش pH صد شامپو

۴ دو موضوع برای هر روش گردآوری داده

دو موضوع برای هر یک از روش‌های گردآوری داده بیان کنید:

مشاهده	مصاحبه	پرسش‌نامه	دادگان
شمارش تعداد خودروهای عبوری	نظر صاحب‌نظران درباره ترافیک	رضایت مشتریان بانک	نمرات دانش‌آموزان از پرونده
اندازه‌گیری بارش روزانه	نظرسنجی سیاسی	پرسش‌نامه سلامت	آمار فروش ماهانه شرکت

تمرین - تحقیقات آماری و انواع متغیر

۶ تعیین جامعه و روش نمونه‌گیری

تحقیق	جامعه / روش نمونه‌گیری
الف) درصد بیکاران مازندران	افراد فعال اقتصادی استان / تصادفی از فهرست آماری
ب) مردان کدام شامپو را ترجیح می‌دهند	همه مردان کشور / خوشه‌ای چندمرحله‌ای

۷ آمارگیری مدت مطالعه هفتگی

سؤال	پاسخ
الف) جامعه	همه دانش‌آموزان کلاس
ب) روش نمونه‌گیری	سرشماری (تمام کلاس) یا نمونه تصادفی
پ) روش گردآوری	پرسش‌نامه یا مصاحبه
ت) اندازه جامعه	تعداد کل دانش‌آموزان کلاس (مثلاً ۳۰ نفر)
ث) اندازه نمونه	اگر سرشماری، ۳۰ نفر؛ اگر نمونه، مثلاً ۱۰ نفر
ج) متغیر	مدت زمان مطالعه هفتگی
چ) نوع متغیر	کمی - نسبی

۸ نوع متغیر و بهترین مقیاس اندازه‌گیری

متغیر	رنگ اتومبیل	درجه حرارت کلاس	گنجایش آب مخزن	تعداد شکایات	درآمد دانشجویان	وضعیت تأهل	سن دانشجویان
نوع	کیفی	کمی	کمی	کمی	کمی	کیفی	کمی
مقیاس	اسمی	فاصله‌ای	نسبی	نسبی	نسبی	اسمی	نسبی

تمرین ۹ - تحلیل حقوق پرداختی یک شرکت

سمت	حقوق (میلیون ریال)
مدیر	۵۰۰
معاون	۳۰۰
حسابدار	۱۵۰
بازاریاب	۱۰۰
منشی	۱۰۰
۲ فروشنده	۶۰
مستخدم	۴۰
جمع کل	۱۲۵۰

۱ میانگین

$$\text{میانگین} = \frac{۱۲۵۰}{۷} \approx ۱۷۸/۶ \text{ میلیون ریال}$$

۲ میانه (مرتب شده)

۵۰۰، ۳۰۰، ۱۵۰، ۱۰۰، ۱۰۰، ۶۰، ۴۰
میانه = داده چهارم = ۱۰۰ میلیون ریال

۳ مد

مد = ۱۰۰ (یا فراوانی ۲)

پاسخ سؤالات

۱ سؤال: مدیر اعلام می‌کند که میانگین پرداخت حقوق در این شرکت بیشتر از ۱۷۸/۶ میلیون ریال است.
→ پاسخ: عدد میانگین = ۱۷۸/۶ میلیون ریال

۲ سؤال: آیا این رقم می‌تواند دلیلی برای پرداخت حقوق زیاد در این شرکت باشد؟ چرا؟
→ پاسخ: خیر. میانگین تحت تأثیر حقوق بالای مدیر (۵۰۰) و معاون (۳۰۰) بالا کشیده شده است. حقوق ۴ نفر از ۷ کارمند (۵۷٪) کمتر از میانگین است.

۳ سؤال: کدام یک از معیارهای گرایش به مرکز مناسب‌تر است؟
→ پاسخ: میانه (۱۰۰ میلیون ریال) مناسب‌تر است، چون:

- ۴ نفر از ۷ کارمند حقوق ≥ ۱۰۰ دارند
- میانه در برابر داده دورافتاده (حقوق مدیر) مقاوم است
- تصویر واقعی‌تری از وضع پرداختی ارائه می‌دهد

تمرین ۱۰ - تحلیل نمرات فیزیک

داده‌ها: ۱۹ ۱۸ ۱۸ ۷ ۱۸ ۱۷ ۱۸

الف میانگین، میانه و مد

مرتب شده: ۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۱۹

میانگین: $116 \div 7$

$$\frac{116}{7}$$

→ میانگین ≈

۱۶/۵۷

میانه (داده چهارم)

۱۸

مد (بیشترین فراوانی = ۳)

۱۸

⚠ نمره ۷ یک داده دورافتاده است که میانگین را پایین کشیده است.

ب کدام شاخص؟

کدام شاخص نشان‌دهنده وضع این دانش‌آموز در فیزیک است؟

پاسخ: میانه (۱۸) بهتر از میانگین (۱۶/۵۷) نشان‌دهنده وضع واقعی است، چون نمره ۷ یک داده دورافتاده است که میانگین را پایین کشیده است. مد هم ۱۸ است که با میانه هم‌خوانی دارد.

★ میانه + مد = ۱۸ (هم‌خوان)

پ امتحان مجدد - جبران ۷

برای اینکه میانگین وی بیشتر از ۱۸ شود، چه نمره‌ای باید کسب کند؟

نمره جدید ← جایگزین ۷
میانگین جدید < ۱۸

$$\frac{116 - 7 + x}{7} > 18$$

$$\frac{109 + x}{7} > 18$$

$$109 + x > 126 \Rightarrow x > 17$$

پاسخ: نمره بالاتر از ۱۷ (یعنی ۱۸ یا ۱۹)

تمرین ۱۱ – مقایسه پراکندگی قیمت دو بازار

بازار الف

۸، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۹، ۱۰، ۱۳ – میانگین: ۱۰/۵

الف

کدام دسته پراکندگی بیشتر؟

بازار الف: مجموع = ۱۲۶، میانگین = ۱۰/۵ – حداقل = ۸، حداکثر = ۱۳

بازار ب: مجموع = ۱۱۹، میانگین = ۹/۹۲ – حداقل = ۸، حداکثر = ۱۳

بصری، پراکندگی بازار ب بیشتر است – داده‌ها پراکنده‌ترند.

بازار ب

۸، ۱۰، ۹، ۹، ۱۱، ۱۰، ۸، ۱۱، ۱۰، ۱۰، ۱۳ – میانگین: ۹/۹۲

ب دامنه تغییرات

دامنه هر دو بازار:

$$۵ = ۸ - ۱۳$$

هزار ریال

هر دو بازار دامنه یکسان دارند.

پ

همخوانی دامنه با پراکندگی؟

پاسخ: خیر. دامنه هر دو بازار برابر ۵ است، اما پراکندگی واقعی متفاوت است. در بازار الف داده‌ها بیشتر حول میانگین ۱۰/۵ جمع شده‌اند، در حالی که بازار ب پراکندگی بصری بیشتری دارد. **دامنه معیار مناسبی برای مقایسه پراکندگی نیست** چون فقط دو مقدار حدی را در نظر می‌گیرد.

ث

تصمیم‌گیری فقط با دامنه؟

پاسخ: خیر. دامنه اطلاعات کافی برای تصمیم‌گیری ندارد. برای تصمیم بهتر باید میانگین، انحراف معیار و توزیع داده‌ها را نیز در نظر بگیریم.

ت

کدام بازار را ترجیح می‌دهید؟ چرا؟

پاسخ: بازار الف را ترجیح می‌دهیم، چون قیمت‌ها حول میانگین ۱۰/۵ متمرکزترند و قابل پیش‌بینی‌تر است. قیمت‌ها در بازار ب نوسان بیشتری دارد.

بخش پایانی

جمع‌بندی فصل سوم - کار با داده‌های آماری

۱ - گردآوری داده‌ها

- جامعه، نمونه، نمونه تصادفی
- ۴ روش گردآوری: مشاهده، پرسش‌نامه، مصاحبه، دادگان
- متغیر کمی و کیفی
- پارامتر (ثابت) vs آماره (متغیر)
- ۴ مقیاس اندازه‌گیری:

نسبتی → فاصله‌ای → ترتیبی → اسمی

۲ - معیارهای گرایش به مرکز

• میانگین:

$$\frac{\sum x}{n} = \bar{x}$$

- میانگین: داده وسط (فرد) یا میانگین دو وسط (زوج)
- مد: بیشترین فراوانی
- میانگین موزون: با ضریب
- داده دورافتاده → استفاده از میانگین

۳ - معیارهای پراکندگی

• انحراف معیار:

$$\sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sigma$$

- واریانس: σ^2
- توزیع نرمال: $\%68 - \%95 - \%99/9$
- چارک‌ها: Q1, Q2, Q3
- دامنه میان‌چارکی:

$$IQR = Q3 - Q1$$

- IQR مقاوم به داده دورافتاده

پیام کلیدی فصل

«آمار، سیمای واقعیت و ابزار مدیریت است. آمار دقیق، برنامه‌ریزی بهتر، آینده روشن.»

داده دورافتاده: از میانگین و IQR استفاده کنید

داده‌های متقارن: میانگین و انحراف معیار مناسب‌ترند

گزارش کامل: هم گرایش به مرکز هم پراکندگی