سؤالات موضوعی نهایی

((هندسه ۳))

پایه دوازدهم رشته‌ی ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

آخرین نسخه: دی ۱۴۰۰

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

((فصل اوّل : ماتریس و کاربردها))

***

درس۱ : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

(*) مفهوم ماتریس و ماتریس های خاص

۱	دی ۱۳۹۷	۰/۲۵ نمره

۱ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، را ماتریس ..... می نامند.

۲	تیر ۱۳۹۸	۱ نمره

۲ : در ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times۳}$ که $a_{ij}=\begin{cases} i-۲j & i<j \\ -i+j & i\geq j \end{cases}$ می باشد. مجموع درایه های ستون دوّم ماتریس A را به دست آورید.

۳	دی ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۳ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

در ماتریس $A=[a_{ij}]_{۴\times۳}$ که در آن $a_{ij}=\frac{۲i}{j-۱}$ باشد، درایه های واقع در سطر سوّم و ستون دوّم ماتریس A برابر است با : .....

۴	دی ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۴ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.

۵	خرداد ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۵ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس ..... می نامیم.

۶	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۰/۲۵ نمره

۶ : در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آنگاه آن را یک ماتریس ..... می نامیم.

۷	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۰/۲۵ نمره

۷ : درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را معلوم کنید.

ماتریس مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالر نامیده می شود.

۸	شهریور ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۸ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

در ماتریس قطری $A=\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ m-۱ & ۴ \end{bmatrix}$ مقدار m برابر ..... است.

۹	دی ۱۳۹۹	۰/۷۵ نمره

۹ : اگر $A=[a_{ij}]$ یک ماتریس ۳×۳ با درایه های $a_{ij}=\begin{cases} i-j & i<j \\ ۲ & i=j \\ i+j & i>j \end{cases}$ باشد، درایه های $a_{۳۳}$ و $a_{۳۱}$ و $a_{۱۲}$ را به دست آورید.

۱۰	شهریور ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره

۱۰ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

ماتریس مربعی که همه‌ی درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس .... گویند.

(*) ماتریس های مساوی

۱	شهریور ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره

۱ : اگر $A=\begin{bmatrix} ۲x & ۵ \\ z & ۱ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ۳ & ۲x+y \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و $A=B$ ، در این صورت حاصل $x+y+z$ را بیابید.

۲	شهریور ۱۳۹۹	۱/۵ نمره

۲ : اگر دو ماتریس $A=\begin{bmatrix} x-۱ & ۸ \\ ۳ & z+۱ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} y+۱ & x-۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ مساوی باشند. مقدار $x+y+z$ را بیابید.

(*) اعمال روی ماتریس ها

۱	دی ۱۳۹۷	۰/۲۵ نمره

(صفحه‌ی ۲)

۱ : جای خالی را با یک کلمه‌ی مناسب پرکنید.

حاصل ضرب ماتریس های خاصیت جابجایی ..... .

۲	دی ۱۳۹۷	۱ نمره

۲ : درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف: اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & -۲\\ ۱ & ۰ & -۱\\ ۲ & ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد. مجموع درایه های سطر دوّم $A^{۳}$ برابر۵ می باشد.

ب: اگر $A^{۲}=A$ باشد. در این صورت داریم : $(A+I)^{۲}=I+۳A$

۳	دی ۱۳۹۷	۱/۲۵ نمره

۳ : اگر ماتریس A به صورت زیر تعریف شده باشد. ماتریس $۲A-۳I$ را به دست آورید.

$$A=[a_{ij}]_{۳\times ۳} \quad , \quad a_{ij}=\begin{cases} i.j & i>j \\ i^{۲} & i=j \\ ۲i-j & i<j \end{cases}$$

۴	دی ۱۳۹۷	۱/۵ نمره

۴ : اگر ضرب ماتریس های $A=\begin{bmatrix}x & y\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشد.

حاصل $\begin{bmatrix}۳\\ ۲\\ -x\end{bmatrix}\times[x \quad ۲ \quad -y]$ را بیابید.

۵	خرداد ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۵ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر برای ماتریس های متمایز A و B و C داشته باشیم، $AB=AC$ آنگاه لزوماً $B=C$ است.

۶	خرداد ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره

۶ : در معادله‌ی ماتریسی $[۳x \quad ۲]\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ -۳ & ۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱\\ ۱\end{bmatrix}=۰$ مقدار x را بیابید.

۷	دی ۱۳۹۸	۱/۵ نمره

۷ : اگر $A=\begin{bmatrix}۰ & ۲\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^{۷}$ را به دست آورید.

۸	دی ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره

۸ : ماتریس های $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۲\\ ۰ & -۱ & ۱\\ ۲ & ۱ & ۰\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}a+b & ۲ & ۲\\ ۲ & ۲ & -۱\\ ۲ & -۱ & ۴a+b\end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مقادیر a و b را

چنان بیابید که داشته باشیم : $A^{۲}-B=\overline{O}$ ($\overline{O}$ ماتریس صفر است.)

۹	خرداد ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۹ : درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد.

۱۰	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۱/۲۵ نمره

۱۰ : اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & ۲\\ b & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۲ & a\end{bmatrix}$ ، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A\times B$

ماتریس قطری باشد.

۱۱	شهریور ۱۳۹۹	۱/۲۵ نمره

۱۱ : معادله‌ی ماتریسی $[x \quad ۳]\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳\\ -۱\end{bmatrix}=۰$ را حل کنید.

۱۲	دی ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۱۲ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

حاصل ضرب ماتریس ها، خاصیت جابجایی ..... .

۱۳	دی ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۱۳ : درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

اگر برای ماتریس های متمایز A و B و C داشته باشیم، $AB=AC$ ، آنگاه لزوماً $B=C$ است.

۱۴	دی ۱۳۹۹	۱ نمره

۱۴ : مقادیر x و y را از معادله‌ی زیر به دست آورید.

$$[x \quad ۲]\times\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}=[۴ \quad y-۲]$$

۱۵	دی ۱۳۹۹	۱ نمره

۱۵ : اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A\times B$ ماتریس قطری باشد.

۱۶	خرداد ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره

۱۶ : درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

اگر ماتریس A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی و مخالف صفر باشد و $rA=rB$ ، آنگاه داریم : $A=B$

۱۷	خرداد ۱۴۰۰	۱ نمره

۱۷ : دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & m-۲ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۰\\ n+۱ & ۰ & ۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۱\\ m & ۰ & n\\ ۳ & -۱ & ۲\end{bmatrix}$ مفروض اند، اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل AB را محاسبه کنید.

۱۸	شهریور ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره

۱۸ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر A و B دو ماتریس ۳×۳ دلخواه باشند، آنگاه عبارت $(A+B)^۲=A^۲+۲AB+B^۲$ همواره برقرار است.

۱۹	شهریور ۱۴۰۰	۱/۵ نمره

۱۹ : اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & a\\ b & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ باشد. مقادیر b و a را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A\times B$ ماتریس قطری باشد.

❊❊❊

درس۲ : وارون ماتریس و دترمینان

(❊) دترمینان

۱	دی ۱۳۹۷	۰/۷۵ نمره

۱ : اگر A ماتریس ۳×۳ باشد و $|A|=-۲$. حاصل $|A|.A|$ را بیابید.

۲	خرداد ۱۳۹۸	۱نمره

۲ : اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۴\\ ۰ & ۲ & ۳\\ ۰ & ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|A^{۳}|$ را محاسبه کنید.

۳	تیر ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۳ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب ..... .

۴	تیر ۱۳۹۸	۱ نمره

۴ : اگر A ماتریس ۳×۳ باشد و $|A|=۲$. حاصل $|\frac{۱}{|A|}A|$ را بیابید.

۵	شهریور ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۵ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۰\\ ۰ & -۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۵\end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A|$ برابر است با ..... .

۶	شهریور ۱۳۹۸	۲ نمره

۶ : اگر ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که $a_{ij}=\begin{cases}i^{۲}-۱ & i=j\\ i-j & i>j\\ j-i & i<j\end{cases}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۳ & ۲\\ ۲ & ۰ & ۵\end{bmatrix}$ باشد.

الف) حاصل ماتریس $A\times B$ را به دست آورید.

ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید.

۷	دی ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۷ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

اگر $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۰ & ۰\\ -۱ & ۴ & ۰\\ ۰ & ۱ & -۱\end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|-A|$ برابر است با .....

۸	دی ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره

۸ : اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۲\\ ۲ & ۳ & -۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}$ دو ماتریس باشند. دترمینان ماتریس BA را بدست آورید.

۹	خرداد ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۹ : درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر A یک ماتریس ۳×۳ و $|A|=۲$ باشد،آنگاه $|۲A|=۱۶$ است.

۱۰	خرداد ۱۳۹۹	۱/۷۵ نمره

۱۰ : دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & m-۲\\ n+۱ & ۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۱\\ m & ۰ & n\\ ۳ & -۱ & ۲\end{bmatrix}$ مفروض اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل $|B|+|A|$ را محاسبه کنید.

۱۱	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۰/۷۵ نمره

۱۱ : اگر $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۲\\ -۴ & ۴ & ۵\end{bmatrix}$، در این صورت حاصل $||A|A|$ را بیابید.

۱۲	شهریور ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۱۲ : جای خالی را با عبارت مناسب پرکنید.

اگر A یک ماتریس ۳×۳ و $|A|=۵$ باشد، آنگاه $|\frac{۱}{۲}A|$ برابر ..... است.

۱۳	شهریور ۱۳۹۹	۱/۵ نمره

۱۳ : اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & -۱\\ ۰ & ۱ & -۲\\ ۰ & ۳ & ۴\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۳ & ۱ & ۰\\ ۰ & -۱ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۲\end{bmatrix}$ باشند، حاصل $|A|+|B^{۲}|$ را بیابید.

۱۴	شهریور ۱۳۹۹	۲ نمره

۱۴ : اگر $A=\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ باشد، مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه‌ی $A^{۲}=mA+۲I_{۲}$ برقرار باشد.

($I_{۲}$ ماتریس همانی است.)

۱۵	دی ۱۳۹۹	۱/۲۵ نمره

۱۵ : اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۲\\ ۱ & ۲ & ۳\\ -۱ & -۲ & ۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۰\\ ۰ & -۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۲\end{bmatrix}$ و $I_۳$ ماتریس همانی ۳×۳ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|A+B|+|۲I_۳|=$$

۱۶	خرداد ۱۴۰۰	۰/۲۵ نمره

۱۶ : جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پرکنید.

اگر ماتریس $\begin{bmatrix}۲ & ۰ & f\\ ۰ & a & ۰\\ e & c & b\end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.

۱۷	شهریور ۱۴۰۰	۱/۷۵ نمره

۱۷ : دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ ۰ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۰\\ -۲ & ۳ & -۲\end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید.

الف : آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟

ب : حاصل $|A\times B|$ را به دست آورید

(*) وارون ماتریس

۱	خرداد ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۱ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد، آن است که دترمینان ماتریس A ..... باشد.

۲	شهریور ۱۳۹۸	۰/۷۵ نمره

۲ : مقدار m را طوری بیابید که ماتریس $A=\begin{bmatrix}m & ۴\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.

۳	خرداد۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۳ : جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر $A=\begin{bmatrix}a & ۸\\ ۳ & -۴\end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر ..... است.

۴	خرداد۱۳۹۹	۱/۲۵ نمره

۴ : الف : اگر $A=\begin{bmatrix} |A| & ۸ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $|A|$ را بیابید.

ب : ماتریس وارون A را حساب کنید.

۵	خرداد ۱۴۰۰	۱/۵ نمره

۵ : اگر $۲A=\begin{bmatrix} |A| & -۴ \\ ۱ & |A| \end{bmatrix}$ باشد، در این حاصل $|A^{-۱}|$ را بیابید.

۶	شهریور ۱۴۰۰	۱ نمره

۶ : ماتریس $A^{-۱}=\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.

(*) حل دستگاه معادلات

۱	دی۱۳۹۷	۱ نمره

۱ : دستگاه زیر به ازای چه مقادیر m دارای جواب منحصر به فرد می باشد.

$$\begin{cases} (m-۳)x+۳y=m \\ ۴x+(m+۱)y=۲ \end{cases}$$

۲	خرداد ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره

۲ : مقدار m را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx+۳y=-۳ \\ ۴x+(m+۴)y=۲ \end{cases}$ جواب نداشته باشد.

۳	تیر ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۳ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$، اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.

۴	تیر ۱۳۹۸	۱/۵ نمره

۴ : دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید.

$$\begin{cases} ۳x+۲y=۴ \\ x-y=۳ \end{cases}$$

۵	شهریور ۱۳۹۸	۰/۲۵ نمره

۵ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$، اگر $A=\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $|A|\neq ۰$، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.

۶	شهریور ۱۳۹۸	۱/۵ نمره

۶ : دستگاه $\begin{cases} ۳x-۴y=۱ \\ -x+۲y=۱ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

۷	دی ۱۳۹۸	۱/۲۵ نمره

۷ : جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

$$\begin{cases} ۳x-۵y=-۱ \\ ۲x+y=۸ \end{cases}$$

۸	خرداد ۱۳۹۹	۱/۲۵ نمره

۸ : در تساوی $\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}=۰\quad \begin{bmatrix} x & ۱ \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.

۹	خرداد ۱۳۹۹	۲ نمره

۹ : الف : حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} ۲mx+۳y=۱ \\ ۲x-y=۳ \end{cases}$ دارای جواب منحصر بفرد باشد.

ب : جواب دستگاه مذکور را به ازای $m=۲$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.

۱۰	خرداد ۱۳۹۹ خارج کشور	۱/۵ نمره

۱۰ : دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A=\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B=\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از $A^{-۱}$ بیابید.

۱۱	شهریور ۱۳۹۹	۰/۲۵ نمره

۱۱ : درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف : در دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر بفرد دارد.

۱۲	شهریور ۱۳۹۹	۲ نمره

۱۲ : الف : به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} x-۲y=۳ \\ mx+۶y=-۴ \end{cases}$ فاقد جواب است؟

ب : دستگاه معادلات $\begin{cases} x-۲y=۳ \\ ۲x+۶y=-۴ \end{cases}$ را با استفاده از $A^{-۱}$ حل کنید.

۱۳	دی ۱۳۹۹	۱/۵ نمره

۱۳ : دستگاه مقابل را با استفاده از $A^{-۱}$ حل کنید.

$$\begin{cases} ۳x-۵y=-۱ \\ ۲x+y=۸ \end{cases}$$

۱۴	خرداد ۱۴۰۰	۱ نمره

۱۴ : جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

$$\begin{cases} ۳x-۴y=۷ \\ ۲x+y=۱ \end{cases}$$

۱۵	شهریور ۱۴۰۰	۱/۲۵ نمره

۱۵ : مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} ۲x+my=۱ \\ (m-۱)x+y=۳ \end{cases}$ جواب نداشته باشد.

❋❋❋

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

www.mathtower.ir

@amerimath

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل اوّل هندسه۳ پایه دوازدهم ریاضی فیزیک

درس۱ : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

(❋) مفهوم ماتریس و ماتریس های خاص

۱ : اسکالر

۲ :

$a_{۱۲} = ۱ - ۲(۲) = -۳$ و $a_{۲۲} = -۲ + ۲ = ۰$ و $a_{۳۲} = -۳ + ۲ = -۱$

$a_{۱۲} + a_{۲۲} + a_{۳۲} = -۳ + ۰ + (-۱) = -۴$

۳ : ۶

۴ : درست

۵ : اسکالر

۶ : سطری

۷ : نادرست

۸ : $m = ۱$

۹ :

$a_{۱۲} = ۱ - ۲ = -۱$ و $a_{۳۱} = ۳ + ۱ = ۴$ و $a_{۳۳} = ۲$

۱۰ : قطری

(❋) ماتریس های مساوی

۱ :

$$A=B\rightarrow\begin{cases}۲x=۳\rightarrow x=\frac{۳}{۲}\\ ۲x+y=۵\xrightarrow{x=\frac{۳}{۲}}y=۲\Rightarrow x+y+z=\frac{۳}{۲}+۲+(-۲)=\frac{۳}{۲}\\ z=-۲\end{cases}$$

۲ :
$$\begin{cases}x-۱=y+۱\\ x-۲=۸\\ z+۱=۴\end{cases}\longrightarrow x=۱۰\ ,\ \ y=۸\ ,\ z=۳\rightarrow x+y+z=۲۱$$

(*) اعمال روی ماتریس ها

۱ : ندارد.

۲ : الف : نادرست　　ب : درست

۳ :

$$A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & -۱\\ ۲ & ۴ & ۱\\ ۳ & ۶ & ۹\end{bmatrix}$$

$$۲A-۳I=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & -۲\\ ۴ & ۸ & ۲\\ ۶ & ۱۲ & ۱۸\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & -۲\\ ۴ & ۸ & ۲\\ ۶ & ۱۲ & ۱۸\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۳ & ۰ & ۰\\ ۰ & -۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & -۳\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & -۱\\ ۴ & ۵ & ۲\\ ۶ & ۱۲ & ۱۵\end{bmatrix}$$

۴ :

$$A\times B=\begin{bmatrix}x & y\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴x+۳y & ۳x+۴y\\ ۵ & ۲\end{bmatrix}$$

$$B\times A=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x & y\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴x+۶ & ۴y-۳\\ ۳x+۸ & ۳y-۴\end{bmatrix}$$

$$A\times B=B\times A\rightarrow\begin{cases}۳x+۸=۵\rightarrow x=-۱\\ ۳y-۴=۲\rightarrow y=۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}x & ۲ & -y\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۳\\ ۲\\ -x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۲ & -۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۳\\ ۲\\ ۱\end{bmatrix}=-۳+۴-۲=-۱$$

۵ : نادرست

:۶

$$\begin{bmatrix}۳x-۶ & -۶x+۱۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱\\ ۱\end{bmatrix}=۰\rightarrow-۳x+۶-۶x+۱۲=۰\rightarrow-۹x+۱۸=۰\rightarrow x=۲$$

:۷

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۰ & ۲\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۰ & ۲\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & ۰\\ ۰ & -۲\end{bmatrix}=-۲\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=-۲I$$

$$A^{۷}=(A^{۲})^{۳}.A=(-۲I)^{۳}.A=-۸I^{۳}A=-۸IA=-۸A=-۸\begin{bmatrix}۰ & ۲\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$$

:۸

$$A^{۲}=B\rightarrow\begin{bmatrix}۵ & ۲ & ۲\\ ۲ & ۲ & -۱\\ ۲ & -۱ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a+b & ۲ & ۲\\ ۲ & ۲ & -۱\\ ۲ & -۱ & ۴a+b\end{bmatrix}\rightarrow\begin{cases}a+b=۵\\ ۴a+b=۵\end{cases}\rightarrow a=۰\quad,\quad b=۵$$

۹ : نادرست

:۱۰

$$A\times B=\begin{bmatrix}۴ & ۲\\ b & -۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۲ & a\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۲ & -۴+۲a\\ ۲b-۲ & -b-a\end{bmatrix}$$

و چون در ماتریس قطری باید درایه های غیر واقع بر قطر اصلی صفر باشد، پس :

$$-۴+۲a=۰\rightarrow۲a=۴\rightarrow a=۲\qquad\text{و}\qquad ۲b-۲=۰\rightarrow۲b=۲\rightarrow b=۱$$

:۱۱

$$\begin{bmatrix} x & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = ۰ \rightarrow \begin{bmatrix} x-۳ & ۱۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = ۰ \rightarrow ۳x - ۲۱ = ۰ \rightarrow x = ۷$$

۱۲ : ندارد.

۱۳ : نادرست

۱۴ :

$$\begin{bmatrix} ۲x & ۴x-۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & y-۲ \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} ۲x = ۴ \rightarrow x = ۲ \\ ۴x - ۲ = y - ۲ \rightarrow y = ۸ \end{cases}$$

۱۵ :

$$A \times B = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۲ & -۲b-۲ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} ۲a - ۸ = ۰ \rightarrow ۲a = ۸ \rightarrow a = ۴ \\ b - ۳ = ۰ \rightarrow b = ۳ \end{cases}$$

۱۶ : درست

۱۷ :

$$\begin{cases} m - ۲ = ۰ \\ n + ۱ = ۰ \end{cases} \rightarrow m = ۲ \quad , \quad n = -۱$$

$$AB = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & ۲ & ۲ \\ ۶ & ۰ & -۳ \\ ۹ & -۳ & ۶ \end{bmatrix}$$

۱۸ : نادرست

۱۹ :

$$A \times B = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -۸ + ۲a = ۰ \rightarrow a = ۴ \\ b - ۳ = ۰ \rightarrow b = ۳ \end{cases}$$

درس۲ : وارون ماتریس و دترمینان

(*) دترمینان

۱ :

$$||A|.A|=|-۲A|=(-۲)^{۳}\,|A|=-۸\times(-۲)=۱۶$$

۲ :

$$|A|=۲(۴-۳)=۲\rightarrow|A^{۳}|=|A|^{۳}=۸$$

۳ : درایه های روی قطر اصلی

۴ :

$$|\frac{۱}{|A|}.A|=|\frac{۱}{۲}A|=(\frac{۱}{۲})^{۳}\,|A|=\frac{۱}{۸}\times۲=\frac{۱}{۴}$$

۵ : -۳۰

۶ :

$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۱ & ۳ & ۱\\ ۲ & ۱ & ۸\end{bmatrix}$$

$$A\times B=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۱ & ۳ & ۱\\ ۲ & ۱ & ۸\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۳ & ۲\\ ۲ & ۰ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۳ & ۱۲\\ ۱ & ۱۰ & ۱۱\\ ۱۹ & ۵ & ۴۲\end{bmatrix}$$

$$|B|=۲(-۱)^{۱+۱}\times\begin{vmatrix}۳ & ۲\\ ۰ & ۵\end{vmatrix}+۱(-۱)^{۱+۲}\times\begin{vmatrix}-۱ & ۲\\ ۲ & ۵\end{vmatrix}+۰(-۱)^{۱+۳}\times\begin{vmatrix}-۱ & ۳\\ ۲ & ۰\end{vmatrix}$$

$$=۲(۱۵)-۱(-۹)+۰(-۶)=۳۹$$

۷ : -۸

۸ :

$$BA=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & ۴ & ۱\\ -۱ & ۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۱ & -۱\\ -۱ & ۳ & ۲\\ ۱ & ۱۷ & ۸\end{bmatrix}$$

$$|BA|=۳(-۱)^{۱+۱}\times\begin{vmatrix}۳ & ۲\\ ۱۷ & ۸\end{vmatrix}+۱(-۱)^{۱+۲}\times\begin{vmatrix}-۱ & ۲\\ ۱ & ۸\end{vmatrix}+-۱(-۱)^{۱+۳}\times\begin{vmatrix}-۱ & ۳\\ ۱ & ۱۷\end{vmatrix}$$

$$|BA|=۳(-۱۰)-۱(-۱۰)-۱(-۲۰)=-۳۰+۱۰+۲۰=۰$$

۹ : درست

۱۰ :

$$\begin{cases}m-۲=۰\\ n+۱=۰\end{cases}\rightarrow m=۲\ ,\ \ n=-۱$$

$$\rightarrow A=\begin{bmatrix}۲ & m-۲\\ n+۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\rightarrow|A|=۲$$

$$\rightarrow B=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۱\\ m & ۰ & n\\ ۳ & -۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۱\\ ۲ & ۰ & -۱\\ ۳ & -۱ & ۲\end{bmatrix}\rightarrow|B|=۲(-۱)-۱(۷)+۱(-۲)=-۱۱$$

$$|A|+|B|=۲+(-۱۱)=-۹$$

۱۱ : ابتدا دترمینان ماتریس A را محاسبه می کنیم. در اینجا این محاسبه را به روش ساروس انجام می دهم.

$$\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۲\\ -۴ & ۴ & ۵\end{bmatrix}\begin{matrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۲\\ -۴ & ۴ & ۵\end{matrix}$$

— — — + + +

$$|A|=(-۱)(۲)(۵)+(۰)(۲)(-۴)+(۰)(۰)(۴)-(۰)(۲)(-۴)-(۰)(۰)(۵)-(-۱)(۲)(۴)$$

$$\rightarrow|A|=-۱۰+۸=-۲$$

$$||A|A|=|-۲A|=(-۲)^{۳}\ |A|=(-۸)\times(-۲)=۱۶$$

۱۲ : $\frac{۵}{۸}$

۱۳ :

$$|A|=۲\begin{vmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & ۴\end{vmatrix}=۲\times۱۰=۲۰$$

$$|B|=۳\begin{vmatrix}-۱ & ۰\\ ۳ & ۲\end{vmatrix}=۳\times(-۲)=-۶\rightarrow|B^{۲}|=|B|^{۲}=۳۶$$

$$|A|+|B^{۲}|=۲۰+۳۶=۵۶$$

۱۴ :

$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\rightarrow A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸ & ۴\\ ۲ & ۹\end{bmatrix}$$

$$mA+۲I_{۲}=m\begin{bmatrix}۰ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}+۲\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۴m\\ ۲m & m\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n & ۰\\ ۰ & n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}n & ۴m\\ ۲m & m+n\end{bmatrix}\rightarrow\begin{cases}n=۸\\ m=۱\end{cases}$$

۱۵ :

$$|A|=(۴-۹-۴)-(-۴-۱۲+۳)=-۹+۱۳=۴$$

$$|B|=-۶$$

$$|A+B|+|۲I_{۳}|=|A|\times|B|=۸|I|=(۴)(-۶)+۸=-۲۴+۸=-۱۶$$

۱۶ : ۸

۱۷ :

الف : خیر، زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند.

ب :

$$A\times B=\begin{bmatrix}-۱ & ۱\\ ۰ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۰\\ -۲ & ۳ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳ & ۴ & -۲\\ -۴ & ۶ & -۴\\ -۸ & ۱۱ & -۶\end{bmatrix}\rightarrow|A\times B|=۰$$

(*) وارون ماتریس

۱ : غیر صفر

۲ : $|A|=۰ \rightarrow ۲m-۴=۰ \rightarrow m=۲$

۳ : -۶

۴ : الف : گیریم که $|A|=d$ باشد. در این صورت :

$$d=۵d-۲۴ \rightarrow d=۶$$

ب :

$$A^{-۱}=\frac{۱}{|A|}A^{*}=\frac{۱}{۶}\begin{bmatrix}۵ & -۸\\ -۳ & ۶\end{bmatrix}$$

۵ : فرض کنید که $|A|=d$ باشد. در این صورت :

$$۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۴\\ ۱ & |A|\end{bmatrix} \rightarrow ۲A=\begin{bmatrix}d & -۴\\ ۱ & d\end{bmatrix} \rightarrow |۲A|=\begin{vmatrix}d & -۴\\ ۱ & d\end{vmatrix}$$

$$\rightarrow ۲|A|=d^{۲}+۴ \rightarrow ۲d=d^{۲}+۴ \rightarrow d^{۲}-۲d+۴=۰ \rightarrow (d-۲)^{۲}=۰ \rightarrow d=۲$$

$$\rightarrow |A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}=\frac{۱}{۲}$$

۶ :

$$A^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۲ & ۳\end{bmatrix} \rightarrow |A^{-۱}|=۸$$

$$A=(A^{-۱})^{-۱}=\frac{۱}{|A^{-۱}|}(A^{-۱})^{*}=\frac{۱}{۸}\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ -۲ & ۲\end{bmatrix}$$

(*) حل دستگاه معادلات

۱ :

$$\begin{vmatrix}m-۳ & ۳\\ ۴ & m+۱\end{vmatrix} \neq ۰ \rightarrow (m-۳)(m+۱)-۱۲ \neq ۰ \rightarrow m \neq ۵\ ,\ m \neq -۳$$

$m \in R - \{۵, -۳\}$

۲ :

$$\frac{m}{۴} = \frac{۳}{m+۴} \neq \frac{-۳}{۲} \rightarrow m(m+۴) - ۱۲ = ۰ \rightarrow \begin{cases} m = -۶ \\ m = ۲ \end{cases}$$

که $m = -۶$ قابل قبول نیست.

۳ : نادرست

۴ :

$$\begin{cases} ۳x + ۲y = ۴ \\ x - y = ۳ \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix} = (۳)(-۱) - (۱)(۲) = -۳ - ۲ = -۵$$

$$A^{-۱} = \frac{۱}{|A|} A^{*} = \frac{۱}{-۵} \begin{bmatrix} -۱ & -۲ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵} \\ \frac{۱}{۵} & -\frac{۳}{۵} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-۱}D \rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵} \\ \frac{۱}{۵} & -\frac{۳}{۵} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۴}{۵} + \frac{۶}{۵} \\ \frac{۴}{۵} + \frac{-۹}{۵} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow x = ۲ \quad , \quad y = -۱$$

۵ : نادرست

۶ :

$$\begin{cases} ۳x - ۴y = ۱ \\ -x + ۲y = ۱ \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} ۳ & -۴ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} = (۳)(۲) - (-۱)(-۴) = ۶ - ۴ = ۲$$

$$A^{-۱}=\frac{۱}{|A|}A^{*}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۲}{۲} & \frac{۴}{۲}\\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}$$

$$X=A^{-۱}D\rightarrow X=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ \frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱\\ ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱+۲\\ \frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix}\Rightarrow x=۳\quad,\quad y=۲$$

:۷

$$A=\begin{bmatrix}۳ & -۵\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\longrightarrow |A|=۱۳\neq ۰$$ لذا دستگاه دارای جواب است.

$$A^{-۱}=\frac{۱}{|A|}A^{*}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=A^{-۱}D=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix}۱ & ۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱\\ ۸\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ ۲\end{bmatrix}\rightarrow x=۳\quad,\quad y=۲$$

:۸

$$\begin{bmatrix}۱ & x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲\\ ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲+x & ۴+۲x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲\\ ۱\end{bmatrix}=۴+۲x+۴+۲x=۰\rightarrow x=-۲$$

:۹

$$\frac{۲m}{۲}\neq\frac{۳}{-۱}\rightarrow m\neq -۳$$

$$A=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}\rightarrow |A|=-۱۰\neq ۰$$

$$A^{-۱}=\frac{۱}{|A|}A^{*}=\frac{۱}{-۱۰}\begin{bmatrix}-۱ & -۳\\ -۲ & ۴\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\frac{۱}{-۱۰}\begin{bmatrix}-۱ & -۳\\ -۲ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\ ۳\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\ -۱\end{bmatrix}\rightarrow\begin{cases}x=۱\\ y=-۱\end{cases}$$

۱۰ : دستگاه مورد انتظار مسئله به صورت زیر است.

$$\begin{cases} ۳x-۵y=۱ \\ ۴x+۲y=۱۰ \end{cases}$$

$$A=\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} \rightarrow |A|=(۳)(۲)-(-۵)(۴)=۶+۲۰=۲۶$$

$$A^{-۱}=\frac{۱}{|A|}\times A^{*}=\frac{۱}{۲۶}\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$X=A^{-۱}B=\frac{۱}{۲۶}\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}\rightarrow x=۲ \quad , \quad y=۱$$

۱۱ : نادرست

۱۲ :

الف :

$$\begin{vmatrix} ۱ & -۲ \\ m & ۶ \end{vmatrix}=۰\rightarrow ۶+۲m=۰\rightarrow m=-۳$$

ب :

$$A^{-۱}=\frac{۱}{۱۰}\begin{bmatrix} ۶ & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\frac{۱}{۱۰}\begin{bmatrix} ۶ & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}\rightarrow\begin{cases} x=۱ \\ y=-۱ \end{cases}$$

۱۳ :

$$\begin{cases} ۳x-۵y=-۱ \\ ۲x+y=۸ \end{cases}\xrightarrow{A=\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}}|A|=۳+۱۰=۱۳$$ دستگاه دارای جواب است.

$$A^{-۱}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix} ۱ & ۵ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix} \quad , \quad B=\begin{bmatrix} -۱ \\ ۸ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow X=A^{-۱}B=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix} ۱ & ۵ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} -۱ \\ ۸ \end{bmatrix}=\frac{۱}{۱۳}\begin{bmatrix} -۱+۴۰ \\ ۲+۲۴ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}\rightarrow x=۳ \ , \ y=۲$$

۱۴ :

$A=\begin{bmatrix}۳ & -۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\rightarrow |A|=۳+۸=۱۱$ دستگاه جواب دارد.

$$A^{-۱}=\frac{۱}{|A|}A^{*}=\frac{۱}{۱۱}\begin{bmatrix}۱ & ۴\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=A^{-۱}D=\frac{۱}{۱۱}\begin{bmatrix}۱ & ۴\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۷\\ ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\ -۱\end{bmatrix}\rightarrow\begin{cases}x=۱\\ y=-۱\end{cases}$$

:۱۵

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}\rightarrow\frac{۲}{m-۱}=\frac{m}{۱}\neq\frac{۱}{۳}\rightarrow m(m-۱)=۲\rightarrow\begin{cases}m=-۱\\ m=۲\end{cases}$$

***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

www.mathtower.ir

@amerimath