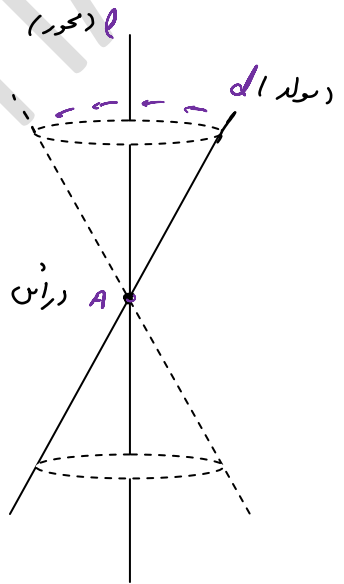


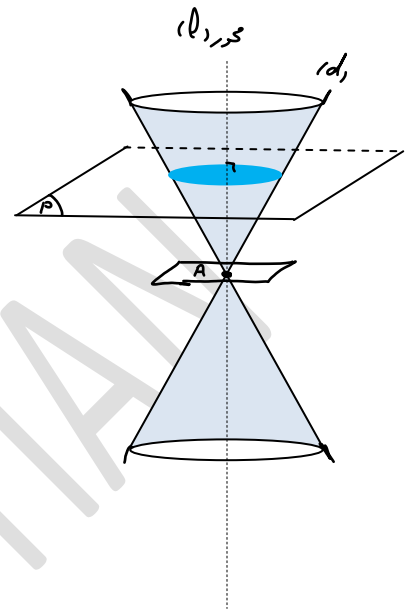
سطح (رود) مخروطی



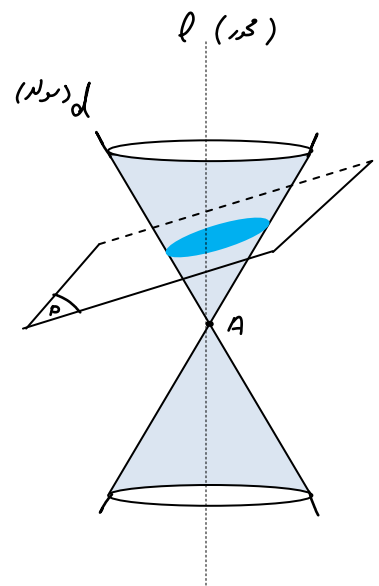
در این سطح مخروطی

KHOSHBAKHTI.AM

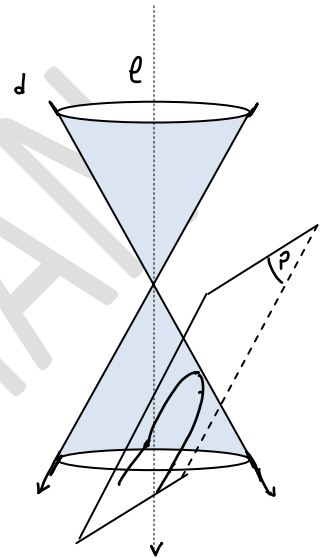
اگر صفحه‌ای عمود بر محور سطح مخروطی رسم کنیم طوری که از رأس آن عبور نکند  
 فصل مشترک صفحه با سطح مخروطی یک دایره است.  
 (اگر صفحه مذکور از رأس سطح مخروطی عبور کند یک نقطه فصل مشترک خواهد بود)



اگر صفحه  $P$  به محور سطح مخروطی عمود نباشد، با بولد  $d$  تلاقی نباشد، از رأس سطح  
 مخروطی عبور نکند، فصل مشترک صفحه با سطح مخروطی یک بیض است.

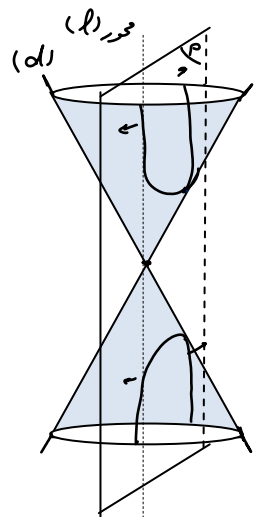


اگر صفحه  $P$  موازی با بولد باشد، از رأس سطح مخروطی عبور نکند در این صورت فصل مشترک صفحه مخروطی یک سهمی خواهد بود.



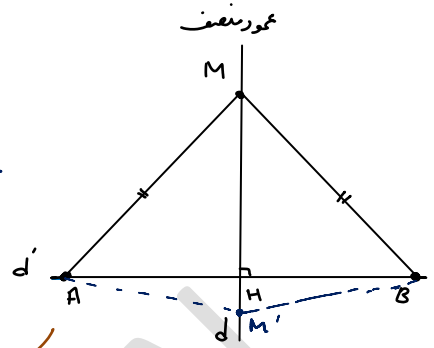
- مقطع یک سطح مخروطی با یک صفحه سهمی است، این صفحه با بولد سطح مخروطی در دو وضعیتی است؟  
موازی

اگر صفحه  $P$  عمودی باشد هر دو سمت سطح مخروطی را قطع کند و شامل  $l$  نباشد در این صورت فصل مشترک هذلولی است.



مکان هندسی: مجموعه‌ای از نقاط است (صفحه یا فضا) که همگی آن نقاط دایره‌ای و خصوصیت مشترکی دارند و همچنین هر نقطه که این خصوصیت مشترک را داشته باشد داخل مجموعه مذکور باشد. (معنوی از مجموعه باشد)

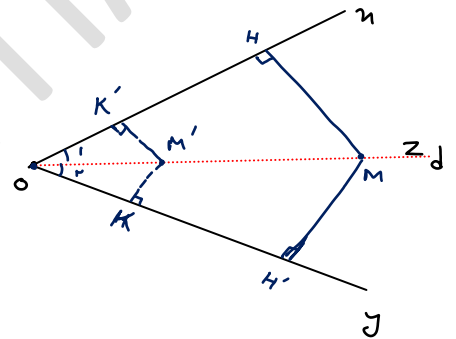
- هر نقطه روی محور منصف یک پاره خط، از دو سر پاره خط به یک فاصله است.
- اگر نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، آن نقطه روی محور منصف آن پاره خط قرار گرفته.



یک نقطه روی محور منصف یک پاره خط است اگر فقط یکی از دو سر آن پاره خط به یک فاصله باشد.

محور منصف یک پاره خط مکان هندسی تقاطع از منصف است که از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

هر نقطه روی نیساز یک زاویه فاصله اش از دو ضلع زاویه به یک اندازه است.



هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی نیساز زاویه قرار گرفته است.

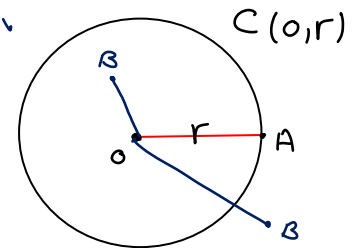
یک نقطه روی نیساز زاویه است، اگر فقط یکی از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد.

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad m'k = m'k' \quad m' \in oz$$

نیساز هر زاویه مکان هندسی نقطه ای از منصف است که فاصله آن از دو ضلع زاویه به یک اندازه است.

۱. هر نقطه روی دایره فاصله اش تا نقطه ای ثابت  $O$  برابر مقدار ثابت  $r$  می باشد.

هر نقطه که فاصله اش از آن تا نقطه ای ثابت  $O$  مقدار ثابت  $r$  باشد روی دایره قرار گرفته است.



در این حالت

فرض ضعف: (نقطه دلخواه B روی دایره نیست)

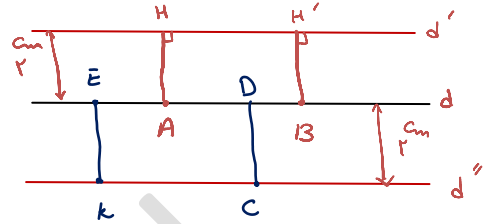
۱. ممکن است نقطه B داخل دایره باشد، در این صورت  $OB < r$  است.

۲. ممکن است نقطه B خارج دایره باشد، در این صورت  $OB > r$  است.

فرض خف: نقطه دلخواه روی دایره است.

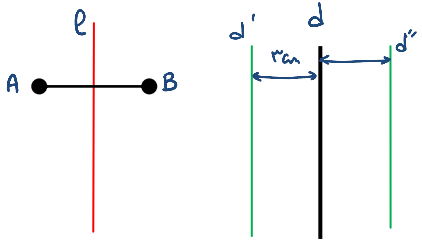
۴. دایره مکان هندسی مجموعه تقاطع از منصف است که فاصله اش از آن تا نقطه ای ثابت  $O$  (مرکز) مقدار ثابت  $r$  (شعاع) است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط  $d$  با فاصله  $k$  cm هستند  
 دو خط موازی با  $d$  به فاصله  $k$  cm می باشد.



دو نقطه  $A$ ،  $B$  و خط  $d$  که شامل هیچ یکی نیست در صفحه مفروضند. نقطه ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله بوده و از  $d$  به فاصله  $k$  cm باشد.

خطوط موازی با  $d$  که شامل هیچ یکی نیست در صفحه مفروضند. نقطه ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله است (خط قرمز) می باشد. - محور نصف  $AB$  مکان هندسی نقاطی است که از دو نقطه  $A$  و  $B$  به یک فاصله است (خط قرمز) می باشد. - دو خط موازی که  $k$  cm از  $d$  رسم شده اند مکان هندسی نقاطی است که به فاصله  $k$  cm از خط  $d$  هستند (خطی سبز).

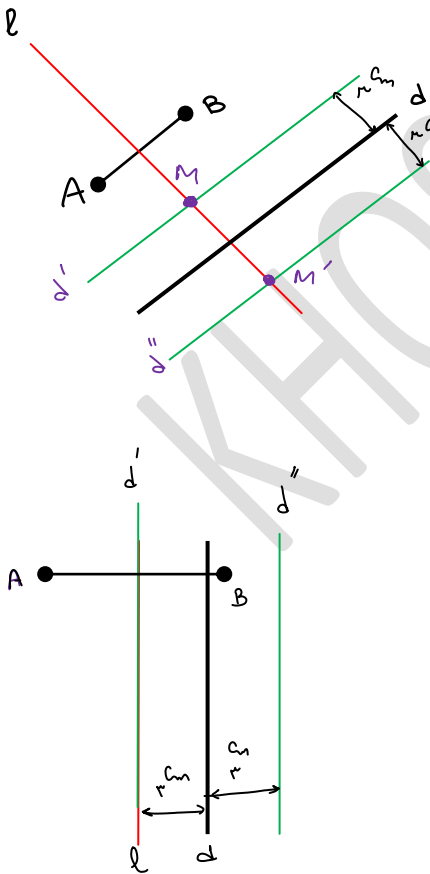


خطوط مکان هندسی با هم موازی نیستند نقطه اشتراکی

ندارد ( در این حالت  $k$  که جواب ندارد ) زیرا فاصله  $k$

دو خط موازی  $d$  و  $d$  بیشتر از  $k$  است.

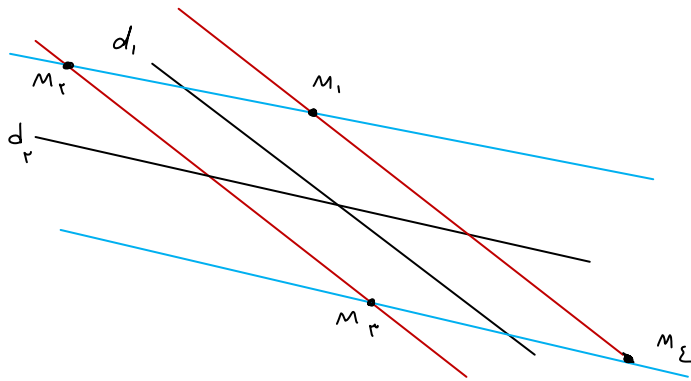
دو جواب نقاط  $M$ ،  $M'$



در این حالت محور نصف  $AB$  یعنی خط  $l$  به فاصله  $k$  موازی با  $d$  رسم شده

است پس خط  $d$  را بر هم منطبق شده اند و لذا  $k$  که بیشتر جواب دارد.

دو خط متقاطع  $d_1, d_2$  معروضند، تقاطعی از صحنه‌ای این دو خط بیاید که از  $d_1$  فاصله ۱، از  $d_2$  فاصله ۲ باشد.



- مکان هندسی نقاطی که از خط  $d_1$  فاصله ۱ هستند (خطهای قرمز)

دو خط موازی در  $\mathbb{I}$  طرف  $d_1$  می باشند.

- مکان هندسی نقاطی که از خط  $d_2$  فاصله ۲ هستند (خطهای آبی)

مکان هندسی تقاطعی که از آن نقاط بتوان دو مساحت معود برهم برین دایره رسم کرد، را پیدا کنیم.

$$d = OA = \sqrt{2} R$$

خط مساحت در نقطه  $A$  بر شعاع دایره عمود است.

$$H = H' = 9.$$

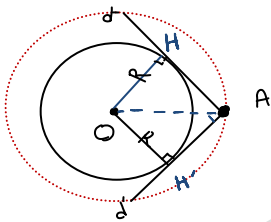
$$\hat{A} = 90.$$

مربع  $HAH'O \rightarrow$

$$OH = OH' = R$$

$$OA = R\sqrt{2}$$

نامندی نقطه  $A$  تا مرکز دایره (یک نقطه ثابت) برابر قطر مربع می باشد.

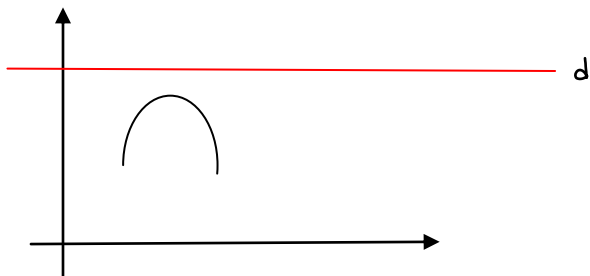


مکان هندسی تقاطعی که از آن جا دو مساحت معود برهم می توان رسم کرد.

دایره مؤثر  $C(0, R\sqrt{2})$

دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع  $R\sqrt{2}$  می باشد.

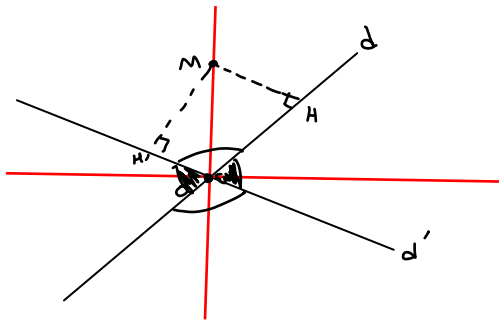
مکان هندسی نقاطی از منحنی که از نقطه  $A(2,4)$  در  $y=6$  به یکی فاصله باشند را بیابید.



KHOSHBAKHTIAN

۱) مکان هندسی حرکت از محوره تقاطع زیر را مشخص کنید.

- تقاطع از صفحه که از دو خط متقاطع  $d, d'$  به یکی فاصله اند.

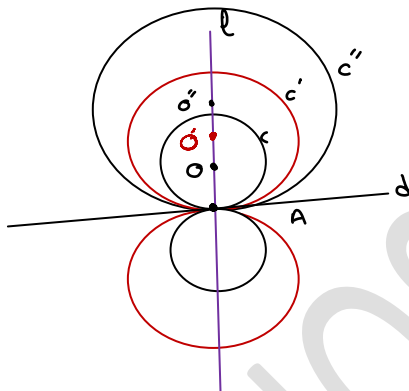


نیاز: زوایایی که دو خط  $d, d'$  با هم می سازند مکان هندسی

تقاطع از صفحه که دو خط متقاطع  $d, d'$  به یکی فاصله هستند

( دو خط قرمز که برهم میخورند )

۲) مرکز همه دایره هایی که در صفحه بر خط  $d$  در نقطه ثابت  $A$  میسازند.



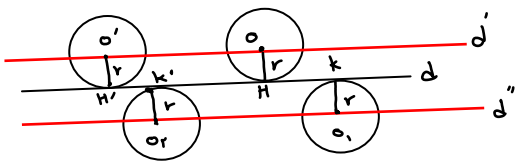
مکان هندسی خط  $l$  است که مرکز همه دایره هایی که بر  $d$  در نقطه  $A$

مماس هستند، روی آن واقع اند.

مکان هندسی مجموعه تقاطعی که ...

دو خط موازی با خط  $d$  به فاصله  $r$  از آن

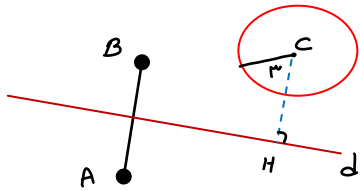
(  $d, d'$  )







۳-

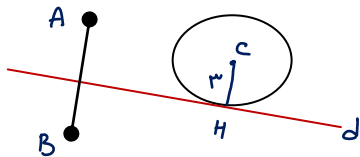


مکان هندسی مجموعه نقاطی که از A و B به یک فاصله هستند مجبورند بر خط AB است (d).

مکان هندسی نقاطی که از نقطه ثابت C به فاصله r قرار گرفته اند

اگر از مرکز دایره عمود CH را بر خط d رسم کنیم حالات زیر رخ می دهد.  
 ۱. در شکل فوق مکان هندسی یک استرک ندارند یعنی منته جواب ندارد.

$CH > r \rightarrow CH > r$



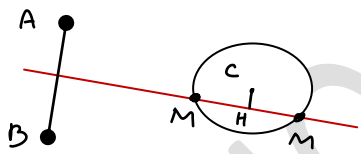
$CH = r \rightarrow CH = r$  دایره بر خط مماس است

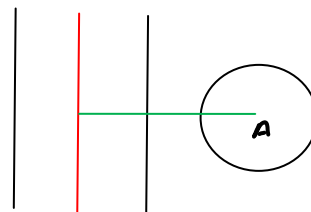
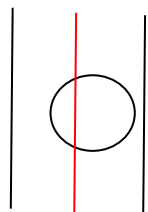
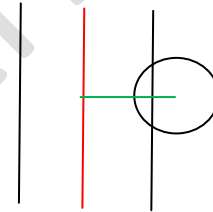
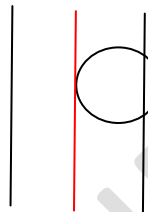
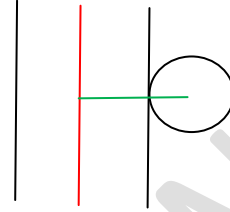
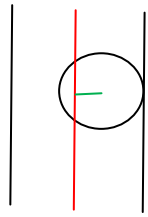
پس منته یک جواب دارد. (نقطه H جواب منته است)

$CH < r \rightarrow CH < r$

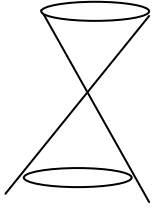
دایره و خط d در ۲ نقطه تلاقی یافته اند

M, M' جواب می دهند





KHOSHBAKHTIAN

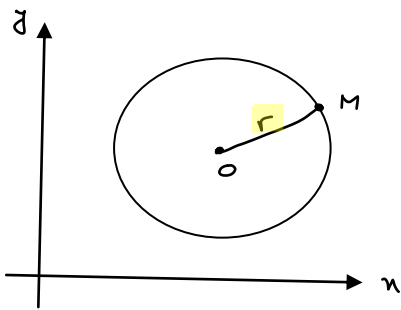


KHOSHBAKHTIAN

دایره: مجموعه نقاطی از صفحه است که فاصله آن از نقطه ثابتی (مرکز دایره)

$$O(\alpha, \beta) \quad M(x, y)$$

برابر مقدار ثابتی (شعاع) می باشد.



$$OM = r$$

$r =$  طول پاره خط  $OM$

$$OM = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2}$$

$$r^2 = (x_M - \alpha)^2 + (y_M - \beta)^2$$

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2 \quad *$$

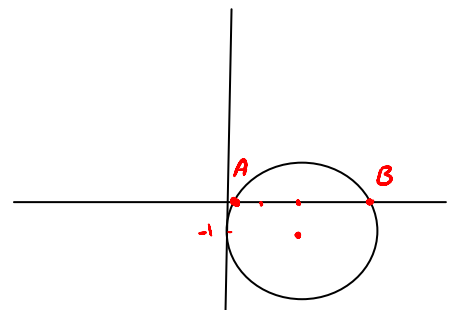
شعاع  $r =$  مرکز  $O(\alpha, \beta)$  معادله دایره:

- معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن  $O'(2, -1)$  و شعاع 2 باشد. مختصات نقاط برخورد آن با دستگاه مختصات به دست آورید.

$$*(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

$$y = 0 \rightarrow (x - 2)^2 + 1 = 4 \rightarrow (x - 2)^2 = 3 \rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{3} \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3} \leftarrow A, B$$

$$x = 0 \rightarrow \cancel{(0 - 2)^2} + (y + 1)^2 = 4 \rightarrow y + 1 = 0 \rightarrow y = -1$$



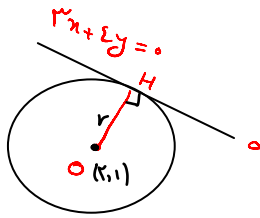
معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه  $O(1, 1)$  و نقطه  $A(3, 2)$  نقطه ای از آن باشد.

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2 \quad *$$

$$(3 - \alpha)^2 + (2 - \beta)^2 = r^2 \rightarrow 4 + 1 = r^2 \rightarrow r^2 = 5$$

$$\rightarrow *(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$$

معادله دایره ای که مرکز آن  $O(2,1)$  در خط  $3x + 4y = 0$  باشد، بیابید.



$OH = r$

$A(x_0, y_0) \quad ax + by + c = 0$

$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

شعاع دایره چون در نقطه تماس خط با من عمود است

ی توان از نزول فاصله نقطه از خط طول آن را

محاسبه کرد.

$$OH = \frac{|3(2) + 4(1)|}{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2 = r$$

معادله دایره  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

فعالیت ص ۴

$$x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1 \rightarrow O(0,0) \quad r = 1$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2) = 1 + 1 \rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 2 \rightarrow O'(1,0) \quad r' = \sqrt{2}$$

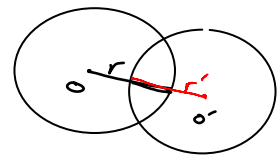
$$OO' = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1$$

$$r + r' = 1 + \sqrt{2} \approx 2,4$$

$$r' - r = \sqrt{2} - 1 \approx 0,4$$

$$r' - r < OO' < r + r'$$

مقاطعند



2.1  $x^2 + y^2 = 9$

$r = 3 \quad O(0,0)$

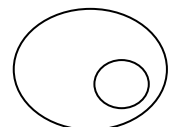
$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \quad O' \begin{cases} -\frac{2}{1} = 1 \\ -\frac{4}{2} = -1 \end{cases}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \rightarrow r' = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 - 4(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$OO' = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{2} \approx 1,4$$

$$r + r' = 3 + 1 = 4$$

$$OO' = \sqrt{2} < r - r' = 2$$



$$r - r' = 3 - 1 = 2$$

$$x^2 + y^2 = 2$$

$$O(0,0) \quad r=2$$

$$OO' = \sqrt{14+2} = 2\sqrt{5}$$

$$OO' > r+r' \quad \text{تقاطع}$$

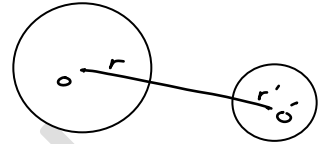
$$x^2 + y^2 - \frac{14}{a}x - \frac{2}{b}y + \frac{14}{c} = 0$$

$$r' = \frac{1}{2} \sqrt{72 + 16 - 56} = 1$$

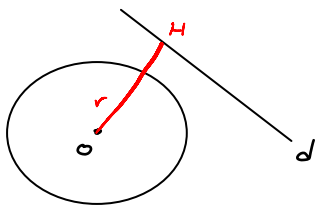
$$r+r' = 3$$

$$r-r' = 1$$

$$O' \begin{cases} -\frac{14}{a} = 4 \\ -\frac{2}{b} = 2 \end{cases}$$

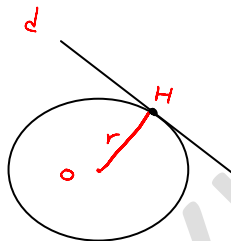


وضعیت خط دایره نسبت به هم:



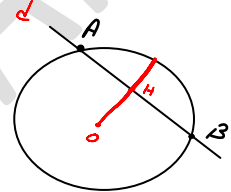
$C(0,r)$

$$OH > r$$



$$OH = r$$

$$\Delta = 0$$



$$OH < r$$

$$\Delta > 0$$

$\Delta < 0$  روش ۱

$$ax + by + c = 0$$

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \rightarrow y = \dots \\ x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \rightarrow \text{معادله درجه ۲ بر حسب } x \end{cases}$$

ب)  $\begin{cases} x + y = 2 \rightarrow y = 2 - x \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \rightarrow x^2 + (2-x)^2 = 2 \rightarrow x^2 + 2 - 2x + x^2 - 2 = 0$

سوال ۱۶ ص ۴

$$2x^2 - 2x + 2 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x-1 = 0 \rightarrow x=1 \quad (\Delta=0) \text{ یکی جواب}$$

خط دایره با آن است.

ج)  $\begin{cases} x + y = 1 \rightarrow y = 1 - x \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2 \end{cases} \rightarrow x^2 + (1-x)^2 - 2x - 2(1-x) - 2 = 0 \rightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \Delta = 4 + 8 = 12$

$\Delta > 0$  دو نقطه تلاقی دارند (خط دایره در)





سوال ۳

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0 \quad *$$

$$A(-1, -1) \xrightarrow{*} P_c^A = 1 + 1 + 2 - 4 - 5 = -5 < 0$$

داخل دایره

$$B(1, -2) \xrightarrow{*} P_c^B = 1 + 4 - 2 - 4 - 5 < 0$$

داخل دایره

$$C(2, 3) \xrightarrow{*} P_c^C = 4 + 9 - 4 + 12 - 5 > 0$$

خارج دایره

$$D(4, -1) \xrightarrow{*} P_c^D = 0$$

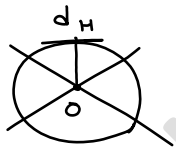
روی دایره

$$x^2 + y^2 - \frac{r}{a}x + \frac{r}{b}y + a = 0$$

سوال ۲:

$$a^2 + b^2 - rc > 0 \rightarrow a^2 + b^2 > rc$$

$$9 + 25 > fa \rightarrow 16 > 4a \rightarrow 4 > a$$



$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow x=2 \rightarrow y=-1$$

$$O(2, -1)$$

$$4x + 3y - 6 = 0$$

$$OH = \frac{|1 - 3 - 6|}{5} = \frac{1}{5} = r$$

KHOSHBAKHTIAN

KHOSHBAKHTIAN

KHOSHBAKHTIAN