



شماره صندلی:

.....

باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش پرورش منطقه ۶ تهران

محل مهر

وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۷

تعداد صفحات: ۳ صفحه

رشته: ریاضی

نام دبیر: ساطع

نیم سال اول سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۹

نام و نام خانوادگی:

پایه: یازدهم

سوالات امتحان درس: حسابان ۱

۱	مجموع همه عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۷ را به دست آورید.	۱
۱	اگر $x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{x+x^3+x^5+\dots+x^{19}}{x^2-x^4+x^6-x^8+\dots-x^{20}}$ را به دست آورید.	۲
۱	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر (-2) باشد. سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.	۳
۱	به ازای چند عدد صحیح مثل m معادله $4x^2 - mx + m^2 - 6 = 0$ دو ریشه حقیقی مختلف‌العلامت دارد؟	۴
۱	می‌خواهیم ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۴ درصدی را به محلول آب نمک ۷ درصدی تبدیل کنیم. اگر نمک به اندازه کافی موجود باشد، چند کیلوگرم نمک باید به آن اضافه کنیم؟	۵
۱	مجموع جواب‌های معادله $x^2 - 4x + 3 = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ چه قدر است؟	۶

۷	بهبود یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهبود به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟
۸	مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $y = x - 2 $ و خط $y = 1$ را به دست آورید.
۹	تعداد ریشه‌های معادله $ x - x = 2x$ چند تا است؟
۱۰	دو نقطه $A(-2, 1)$ و $B(3, 4)$ در صفحه مفروض‌اند. معادله عمودمنصف AB را بنویسید.
۱۱	اگر $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x+1}{x-2}$ ، مقدار $f\left(\frac{1}{2}\right)$ چند است؟
۱۲	نمودار هر یک از توابع زیر را رسم نموده و دامنه و برد آن‌ها را تعیین کنید. $f(x) = 2 - \sqrt{-x + 3} $ $g(x) = x - [x]$

۱۳	تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ با دامنه $[1, +\infty)$ را در نظر گرفته و ضابطه وارون آن را به دست آورید. سپس نمودار تابع و وارون آن را رسم کرده و دامنه و برد هر یک از آنها را مشخص کنید.
۱۴	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ دامنه و ضابطه توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را به دست آورید.
۱۵	اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ را به دست آورید.
۱۶	نمودار توابع $2^x, 3^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x$ و $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید. آیا این توابع یک به یک هستند؟ چرا؟
۱۷	سؤال امتیازی: اگر فاصله دو خط موازی $ax - 4y + 24 = 0$ و $x - y + b = 0$ برابر $\sqrt{2}$ باشد، حاصل ضرب مقادیرهای ممکن b چه قدر است؟
۱۸	سؤال امتیازی: اگر $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ ، دامنه تابع $f(x)$ را به دست آورید.



شماره ستدلی:

باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش پرورش منطقه ۶ تهران

نام و نام خانوادگی:

پایه: یازدهم

سوالات امتحان درس: حسابان ۱

رشته: ریاضی

نام دبیر: ساطع

نیم سال اول سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۹

وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۷

تعداد صفحات: ۲ صفحه

۱	<p>مجموع همه عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۷ را به دست آورید.</p> $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$ $= \frac{13}{2} (2(14) + 12(7)) = \frac{13 \times 14}{2} (2+4) = 728$ <p>اگر $x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{x+x^2+x^3+\dots+x^{10}}{x^2-x^4+x^6-x^8+\dots-x^{10}}$ را به دست آورید.</p> <p>بنابر فرمول مجموع جبرجی: $\begin{cases} a_1 = x \\ q = x^2 \\ n = 10 \end{cases}$ و $\begin{cases} a_1 = x^2 \\ q = -x^2 \\ n = 10 \end{cases}$</p> $= \frac{x(1-x^{10})}{1-x^2} - \frac{x^2(1-x^{10})}{x^2(1-x^2)} = \frac{x(1-x^{10})}{1-x^2} - \frac{1-x^{10}}{1-x^2} = \frac{x(1-x^{10}) - (1-x^{10})}{1-x^2} = \frac{x-1-x^{10}+x^{10}}{1-x^2} = \frac{x-1}{1-x^2} = \frac{1}{1+x}$ <p>مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^2 + kx^2 - x - 2$ برابر (-2) باشد. سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.</p> $f(-2) = 0 \Rightarrow -4 + 4k - 2 - 2 = 0 \Rightarrow 4k = 8 \Rightarrow k = 2$ $x^2 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x+2) = 0$ <p>صفرها: $x = 1, x = -\frac{2}{3}$</p>
۲	<p>بهرای چند عدد صحیح مثل m معادله $x^2 - mx + m^2 - 6 = 0$ دو ریشه حقیقی مختلف علامت دارد؟</p> <p>بنده: اگر $p = \frac{c}{a}$ پس $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ علامت در شرط Δ نیز باید یکسان باشد.</p> $p = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 6}{4} > 0 \Rightarrow m^2 - 6 > 0 \Rightarrow m^2 > 6 \Rightarrow m > \sqrt{6}$ $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{\pm 3, \pm 4, \pm 5, \dots\}$
۴	<p>می خواهیم ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۴ درصدی را به محلول آب نمک ۷ درصدی تبدیل کنیم. اگر نمک به اندازه کافی موجود باشد، چند کیلوگرم نمک باید به آن اضافه کنیم؟</p> $\frac{200}{x+200} = \frac{4}{100} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ kg} \\ 200 - x = 192 \text{ kg} \end{cases}$ <p>نکته: $x = \frac{700}{93} \text{ kg}$</p>
۵	<p>مجموع جوابهای معادله $x^2 - 4x + 2 = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ چه قدر است؟</p> $t - 2 = \sqrt{t} \Rightarrow (t-2)^2 = t \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = t \Rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-4) = 0$ <p>توجه: $x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ پس x حقیقی نیست.</p> <p>توجه: $x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$ پس $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$</p>

۱۳

تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ با دامنه $[1, +\infty)$ را در نظر گرفته و ضابطه وارون آن را به دست آورید. سپس نمودار تابع و وارون آن را رسم کرده و دامنه و برد هر یک از آنها را مشخص کنید.

$f(n) = x^2 - 2x + 1 + 2 = (n-1)^2 + 2$

$y-2 = (n-1)^2 \rightarrow \sqrt{y-2} = n-1 \rightarrow 1 + \sqrt{y-2} = n \rightarrow 1 + \sqrt{n-2} = f^{-1}(n)$

مرتبه $n > 1$ پس مرتبه $y > 2$ است

رنگ - بر سر

$\begin{cases} D_f = [1, +\infty) = R_{f^{-1}} \\ R_f = [2, +\infty) = D_{f^{-1}} \end{cases}$

۱۴

اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، دامنه و ضابطه توابع $g \circ f$ و $f \circ g$ را به دست آورید. $D_f = \mathbb{R}$ ، $D_g = [-2, 2]$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\} = [-2, 2]$

$f(g(x)) = \sqrt{(\sqrt{4-x^2})^2 + 5} = \sqrt{4-x^2+5} = \sqrt{9-x^2}$

$g(f(x)) = \sqrt{4 - (\sqrt{x^2+5})^2} = \sqrt{4 - x^2 - 5} = \sqrt{-x^2-1}$ (توجه: $x \in \mathbb{R}$)

$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \emptyset$

چون $\sqrt{x^2+5} > 2$ برای هر $x \in \mathbb{R}$ است.

۱۵

اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (3,2), (5,6), (2,1)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ را به دست آورید.

$D_g \cap D_{g \circ f^{-1}} = \{5, 4\}$

$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(5, \frac{4}{3}), (4, \frac{2}{1})\} = \{(5, \frac{4}{3}), (4, 2)\}$

$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (4,3), (6,4)\}$

$g \circ f^{-1} = \{(5,3), (4,1), (7,2)\}$

(توجه: ۹۸)

۱۶

نمودار توابع $2^x, 3^x, (\frac{1}{2})^x$ و $(\frac{1}{3})^x$ را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید. آیا این توابع یک به یک هستند؟ چرا؟

یک به یک اند. زیرا هر خط موازی محور y ها توابع را در دو نقطه تقاطع می کند.

رنگ - بر سر

۱۷

سؤال امتیازی: اگر فاصله دو خط موازی $ax - 4y + 24 = 0$ و $x - y + b = 0$ برابر $\sqrt{2}$ باشد، حاصل ضرب مقادیرهای ممکن b چه قدر است؟

$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2} = \frac{|b - 4|}{\sqrt{1+1}}$

$\frac{1}{a} = \frac{-1}{-4} \rightarrow a = 4$

$x - y + 4 = 0$

$\sqrt{2} = \frac{|b-4|}{\sqrt{2}} \rightarrow 2 = |b-4| \rightarrow b-4 = 2 \rightarrow b = 6$ یا $b-4 = -2 \rightarrow b = 2$

$6 \times 2 = 12$

(توجه: ۹۰)

۱۸

سؤال امتیازی: اگر $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ، دامنه تابع $f(x)$ را به دست آورید.

$x + \frac{1}{x} = t$

$t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$

$f(t) = t^2 - 2$

$t > 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} > 2$

$t < 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} < -2$

رنگ - بر سر (۲۰۳)