۶ــ رابطهٔ محاسبهٔ احتمال اجتماع دو پیشامد A و B :

$$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)$$

۷ــ پیشامدهای ناسازگار : دو پیشامد A و B را ناسازگار می‌گوییم، هرگاه A و B با هم رخ ندهند؛ به بیان دیگر $A\bigcap B=\varnothing$ در این صورت داریم :

$$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)$$

۸ــ تعمیم پیشامدهای ناسازگار : پیشامدهای A_1 و A_2 و $\cdots$ و A_n را دو به دو ناسازگار گوییم، هرگاه هیچ دوتایی از آنها نتوانند با هم رخ دهند. در این صورت داریم :

$$P(A_1\bigcup A_2\bigcup\cdots\bigcup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$$

۹ــ احتمال شرطی : منظور از «احتمال A به شرط B» که آن‌را با $P(A|B)$ نمایش می‌دهیم، احتمال وقوع پیشامد A است، به شرط آنکه بدانیم پیشامد B رخ داده است و داریم :

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}\qquad (P(B)\neq 0)$$

۱۰ــ پیشامدهای مستقل : دو پیشامد A و B از هم مستقل‌اند هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد. مستقل بودن دو پیشامد A و B معادل است با اینکه $P(A\bigcap B)=P(A).P(B)$.

تمرین:

۱ دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبهٔ دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟

۲ فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۲۰ درصد کودک و نوجوان، ۵۰ درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته‌ها به‌ترتیب ۳ درصد، ۵ درصد و ۱ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟

۳ یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکهٔ دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟

۴ در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع A، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال اینکه عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A، $\frac{4}{5}$، برای نوع B، $\frac{9}{10}$ و برای نوع C، $\frac{1}{2}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟

مثال : اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده‌ای قصد بچه‌دار شدن داشته باشد، به چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟

مثال : ۴ ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۴ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۸ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمزند و در ظرف چهارم هیچ مهرهٔ قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه مهرهٔ انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

حل : پیشامد انتخاب ظرف‌ها را به‌ترتیب با A_1 , A_2 , A_3 و A_4 و پیشامد خارج شدن مهرهٔ قرمز را با B نمایش می‌دهیم. بنابراین به دنبال یافتن $P(B)$ هستیم و داریم :

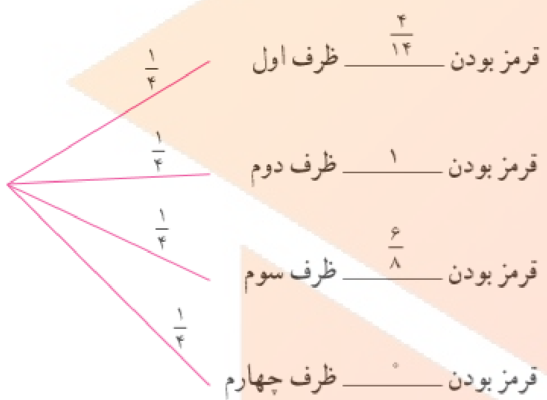
$$P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=P(A_4)=\frac{1}{4}$$

$$P(B|A_1)=\frac{4}{14}\qquad P(B|A_2)=1\qquad P(B|A_3)=\frac{6}{8}\qquad P(B|A_4)=0$$

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)+P(A_4)P(B|A_4)$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{4}{14}+\frac{1}{4}\times 1+\frac{1}{4}\times\frac{6}{8}+\frac{1}{4}\times 0=\frac{57}{112}$$

با نمودار درختی به صورت زیر نیز می‌توان مسئله را حل کرد :



احتمال اینکه مهرهٔ قرمزی خارج شود و از ظرف اول باشد $\frac{1}{4}\times\frac{4}{14}$

احتمال اینکه مهرهٔ قرمزی خارج شود و از ظرف دوم باشد $\frac{1}{4}\times 1$

احتمال اینکه مهرهٔ قرمزی خارج شود و از ظرف سوم باشد $\frac{1}{4}\times\frac{6}{8}$

احتمال اینکه مهرهٔ قرمزی خارج شود و از ظرف چهارم باشد $\frac{1}{4}\times 0$

مثال : دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهرهٔ سبز و ۴ مهرهٔ آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهرهٔ سبز و ۷ مهرهٔ آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟

حل : مهرهٔ انتخاب شده از ظرف اول یا سبز است و یا آبی. اگر این پیشامدها را به‌ترتیب با G و B و پیشامد انتخاب مهرهٔ سبز از ظرف دوم را با A نمایش دهیم خواهیم داشت : $P(B)=\frac{4}{10}$ و $P(G)=\frac{6}{10}$ و $P(A|G)=\frac{6}{13}$ (چرا؟) و $P(A|B)=\frac{5}{13}$ (چرا؟). در این صورت داریم :

$$P(A)=P(G)P(A|G)+P(B)P(A|B)=\frac{6}{10}\times\frac{6}{13}+\frac{4}{10}\times\frac{5}{13}=\frac{56}{130}$$

موفق و سربلند باشید. خرداد ۹۹ دبیرستان امام صادق(ع)   تهیه و تنظیم: سعید میری