

# فصل ۱ : آمار و احتمال

نوبت اول : ۱۵ نمره

نوبت دوم : ۳/۵ نمره

ش.د : ۸ نمره

Math\_ghasemi

درس ۱ : شمارش

درس ۲ : احتمال

درس ۳ : چرخه آمار در حل مسائل

درس ۱ : مؤلف : مهران قاسمی

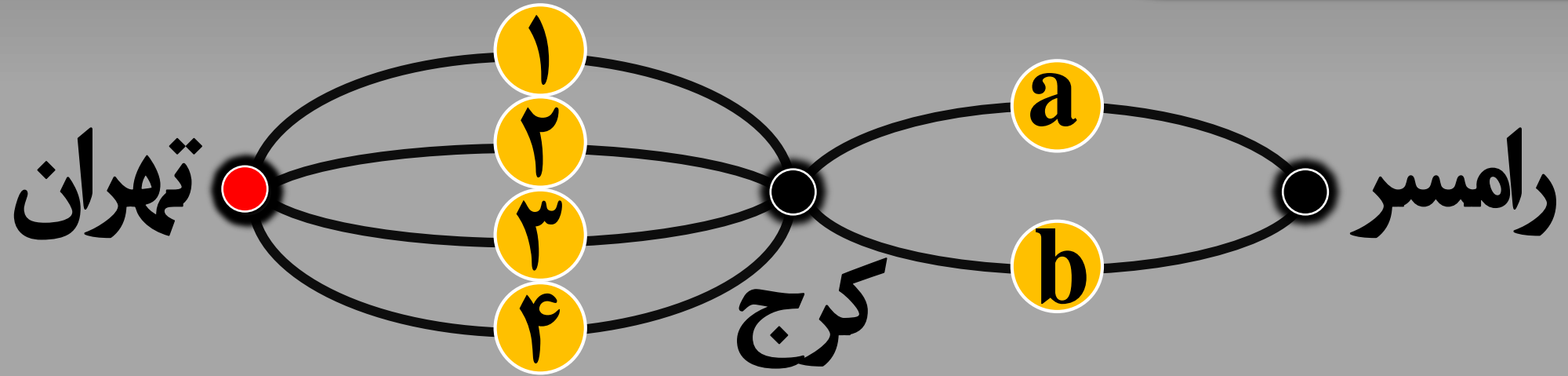


Math\_ghasemi

شمارش ، بدون شمردن

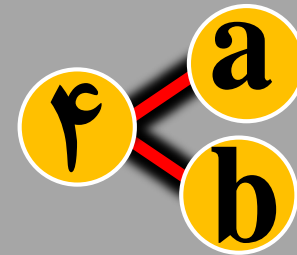
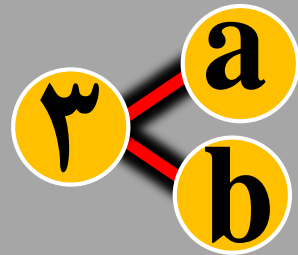
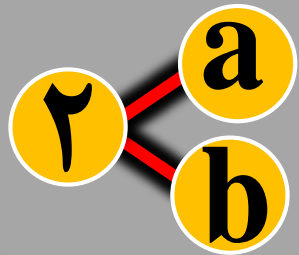
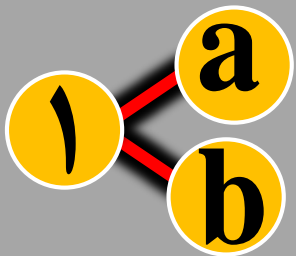
# اصل ضرب / جمع

به چند طریق می توان ....



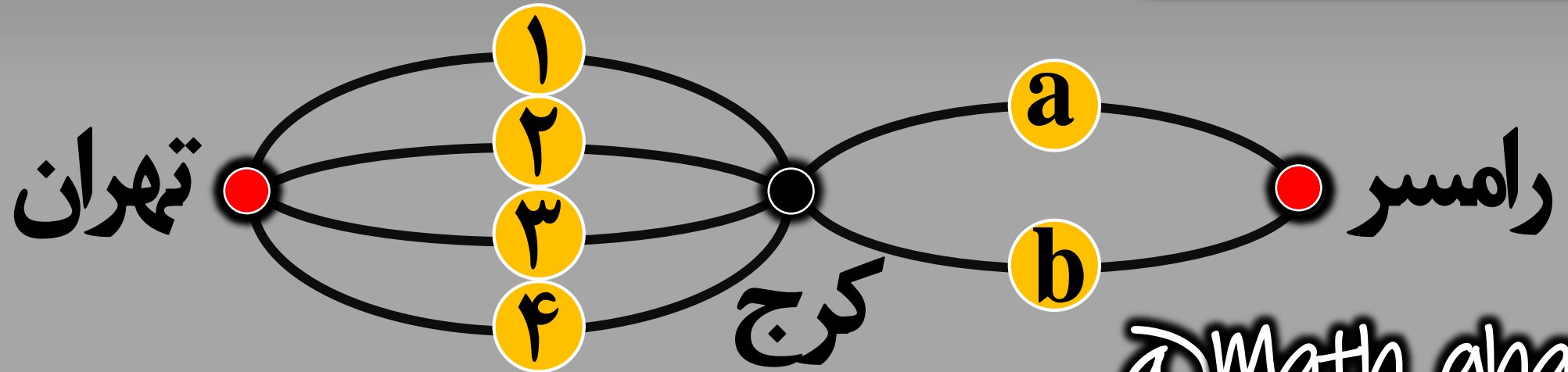
$$4 \times 2$$

از تهران به رامسر رفت ؟



# اصل ضرب / جمع

به چند طریق می توان ....



Math\_ghasemi

$$8 \times 8$$

از تهران به رامسر رفت و برگشت؟

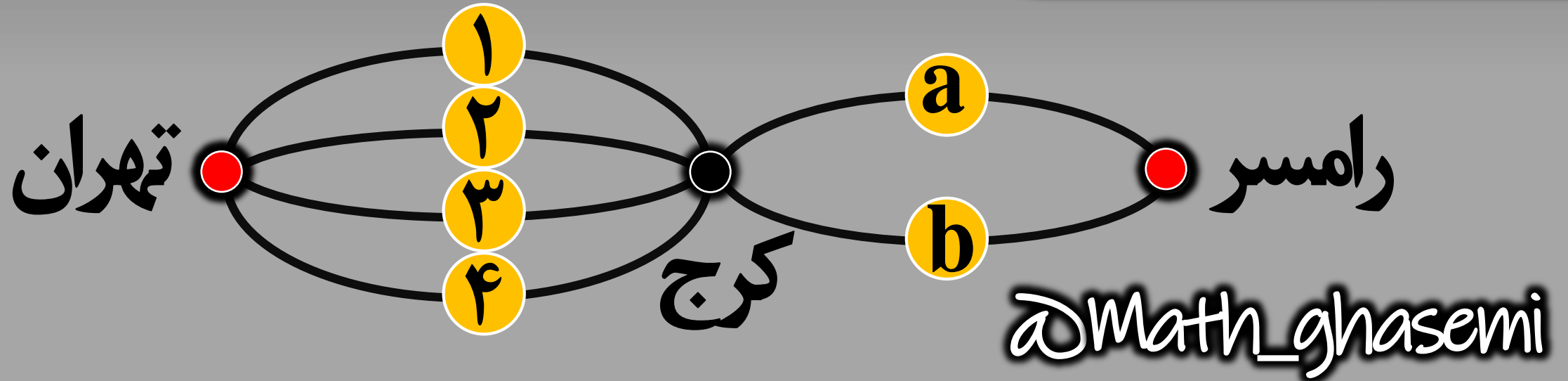
از تهران به رامسر رفت و برگشت به طوری که مسیر

$$8 \times 7$$

رفت و برگشت یکسان نباشد؟

# اصل ضرب / جمع

به چند طریق می توان ....



از شهر کرج به یکی از دو شهر رامسر یا تهران مهاجرت کرد؟

$$۲ + ۴$$

اصل جمع : انجام به کار به چند روش

# فعالیت ۱

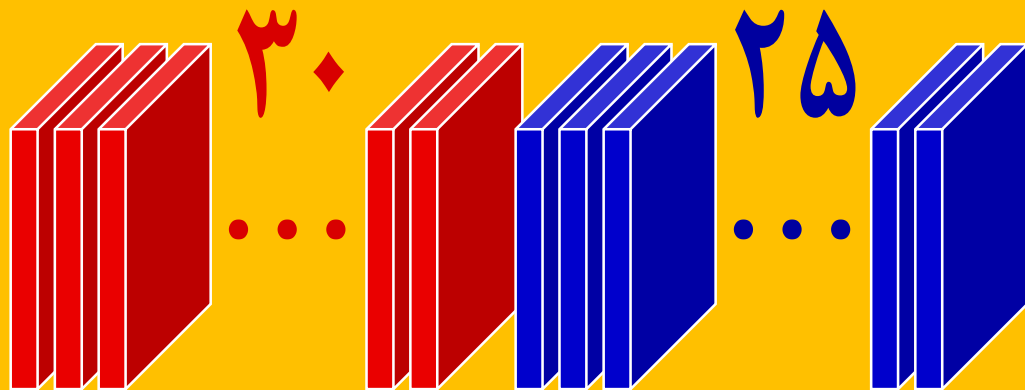
فرض کنید در کتابخانهٔ مدرسه ۳۰ کتاب متفاوت

دربارهٔ روان‌شناسی و ۲۵ کتاب متفاوت با موضوع تعلیم و

تربیت اسلامی وجود دارد. اگر دانش‌آموزی فرصت داشته

باشد فقط یک کتاب با موضوع روان‌شناسی یا تعلیم و تربیت

اسلامی مطالعه کند، برای این کار چند انتخاب دارد؟



$$۳۰ + ۲۵ = ۵۵$$

## فعالیت ۲

خانم فاطمی پرستار بیمارستان حضرت زینب (س) است. او می‌تواند به صورت:

رایگان (استفاده از سرویس بیمارستان یا پیاده روی)

پرداخت هزینه (استفاده از تاکسی، اتوبوس یا مترو)

یا

خانم فاطمی برای رسیدن به محل کارش چند انتخاب دارد؟

$$A = \{ \text{مترو، اتوبوس، تاکسی، پیاده روی، سرویس بیمارستان} \}$$

**تکمیای**

برای ورود به یک  
استاد یوم ورزشی در ضلع شرقی  
۳ در، ضلع جنوبی ۲ در و در ضلع  
شمالی ۱ در وجود دارد. هر  
تماشاگر برای ورود به استاد یوم به  
چند طریق می توانند وارد شوند؟

۳ در ضلع شرقی  
۲ در ضلع جنوبی  
۱ در ضلع شمالی

$$۳ + ۲ + ۱ = ۶$$

Math\_ghasemi



تکمیای

فرض کنید برای انتخاب رئیس شورای دانش آموزی از بین ۹ دانش آموز سال یازدهم یا ۵ دانش آموز سال دهم، قرار است یک نفر برگزیده شود، تعداد حالات ممکن این انتخاب کدام است؟

۵ دانش آموز دهم

۹ دانش آموز یازدهم

$$9 + 5 = 14$$

Math\_ghasemi

## تکمیای

از بین ۶ دانشجوی روانشناسی ، ۵ دانشجوی اقتصاد و ۴ دانشجوی علوم اجتماعی ، به چند طریق می توان یک نفر را برای اجرای همایشی علمی انتخاب کرد؟

۶ روانشناسی  
۵ اقتصاد  
۴ علوم اجتماعی

$$۶ + ۵ + ۴ = ۱۵$$

نهایی

می خواهیم از  
بین ۱۰ خودروی سواری ،  
۱۲ خودروی وانت و  
۶ خودروی کامیون یک  
خودرو انتخاب کنیم ، به  
چند طریق می توانیم این  
خودرو را انتخاب کنیم ؟

۱۰ سواری

۱۲ وانت

۶ کامیون

$$۱۰ + ۱۲ + ۶ = ۲۸$$

نهایی

می خواهیم از

بین ۲ سیب، ۳ کیوی و

۴ نارنگی یک میوه

انتخاب کنیم، به چند

طریق می توانیم این میوه

را انتخاب کنیم؟

۲ سیب  
۳ کیوی  
۴ نارنگی

$$۲ + ۳ + ۴ = ۹$$

مثال

شما به چند طریق می توانید فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان نویس را از بین چهار خودکار با چهار رنگ مختلف و پنج مداد با رنگ های متفاوت و سه روان نویس با رنگ های متمایز

انتخاب کنید؟

چهار خودکار با چهار رنگ مختلف

پنج مداد با رنگ های متفاوت

سه روان نویس با رنگ های متمایز

یا  
یا

$$4 + 5 + 3 = 12$$

Math\_ghasemi

اگر بتوان عملی را به  $m$  طریق و عمل دیگری را به  $n$  طریق انجام داد، و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به  $(m+n)$  طریق می توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد.

Math\_ghasemi

اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.

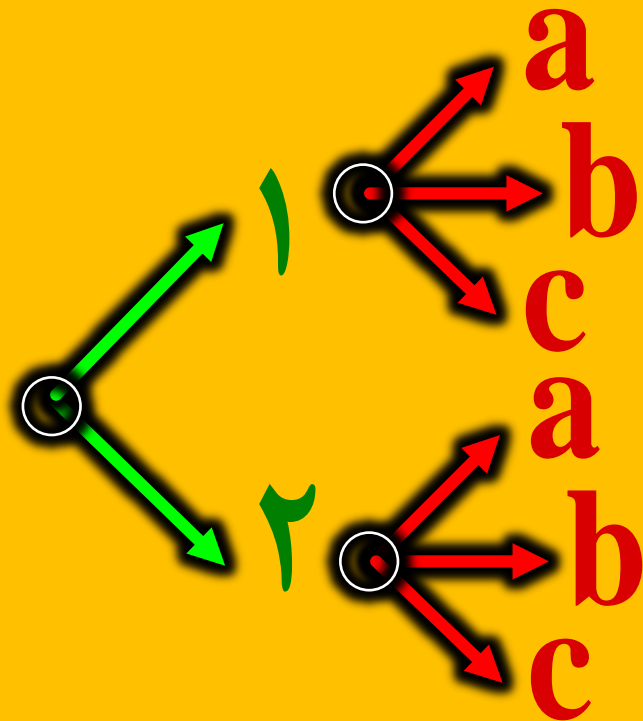
## تمرین ۱

می خواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دانش آموز انتخاب کنیم؛ به چند طریق می توانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟

$$۱۰ + ۱۱ + ۱۲ = ۳۳$$

# فعالیت

فرض کنید دانشجویی می خواهد از بین دو درس عمومی ارائه شده، یک درس عمومی و از میان سه درس اختصاصی ارائه شده، یک درس را انتخاب کند. او به چند طریق می تواند یک درس عمومی «و» یک درس اختصاصی خود را انتخاب کند؟



$$2 \times 3 = 6$$



# اصل ضرب **ضرب** انجام یه کار در چند مرحله

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این  $m$  طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به  $m \times n$  طریق انجام پذیر است.

خرداد ۱۴۰۰

اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.

# مثال

A

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$

B

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$

قرار می گیرند اعضای گروه A باید درباره نتایج مساعد احتمالی  
و اعضای گروه B درباره نتایج نامساعد احتمالی تحقیق کنند

الف) مدیرعامل به چند طریق می تواند فقط با یک نفر از این

$$7 + 8 = 15$$

۱۵ نفر مشورت کند؟

# مثال

A

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$

B

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$

قبل می‌گیریم مدیر اعضای گروه A را باید در دو گروه تقسیم کنیم. یکی شامل مدیر و اعضای گروه B و دیگری شامل مدیر و اعضای گروه A. هر دو گروه ۸ نفره خواهند بود. به چه روشی می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

$$7 \times 8 = 56$$

## تمرین ۵

یک کارخانه خودروسازی خودروهایی در ۷ رنگ، با ۲ حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبورد تولید می کند. یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟

رنگ

۷

×

حجم موتور

۲

×

جلو داشبورد

۳

= ۴۲

نهایی

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد سه رقمی

بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

رقم صدگان

۵

×

رقم دهگان

۴

×

رقم یکان

۳

= ۶۰

شهریور ۱۴۰۰

Math\_ghasemi

مهدي از بين ۳ كتاب رياضي، ۲ كتاب عربي و

۴ كتاب ادبيات به چند طريق مي تواند:

۳ رياضي

۴ ادبيات

۲ عربي

(الف) يك كتاب براي مطالعه انتخاب كند؟

$$3 + 2 + 4 = 9$$

(ب) يك كتاب رياضي، يك كتاب عربي و يك كتاب ادبيات

$$3 \times 2 \times 4 = 24$$

انتخاب كند؟

نهایی

با حروف کلمه « خورشید » و

و ی ش  
د خ ر

بدون تکرار حروف (با معنی یا بی معنی):

الف) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به « د » ختم شوند؟

د

$$1 \times 4 \times 5 = 20$$

Math\_ghasemi

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با « ی » شروع و

به « خ » ختم شوند؟

ی

$$1 \times 3 \times 4 \times 1 = 12$$

شهریور ۹۹

نهایی

با حروف کلمه « مه‌رسان » و بدون تکرار حروف (با معنی یا بی معنی):

م ا س ر ه ن

الف) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت؟

$$4 \times 5 \times 6 = 120$$

Math\_ghasemi

ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که با « م » شروع شوند؟

$$4 \times 5 \times 1 = 20$$

دی ماه ۱۴۰۰



در یک آزمون تستی که هر سوال دارای چهار گزینه است، ۱۰ سوال مطرح شده است.

الف) به شرط آن که به همه سوالات پاسخ داده شود، چند راه

برای پاسخ گویی وجود دارد؟  $4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4 = 4^{10}$

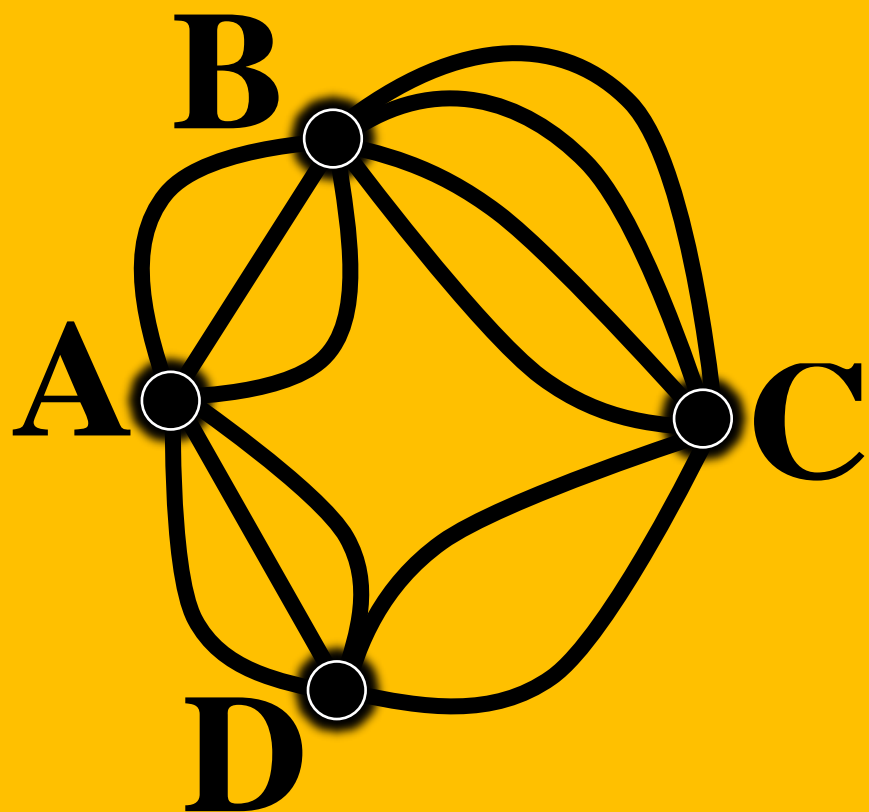
ب) اگر داوطلب مجاز باشد به سوالات پاسخ ندهد، چطور؟

$$5 \times 5 \times 5 \times \dots \times 5 = 5^{10}$$

## کار در کلاس

مطابق شکل روبه‌رو،

میان چهار شهر A، B، C و D راه‌هایی وجود دارد؛ مشخص کنید که به چند طریق می‌توان:



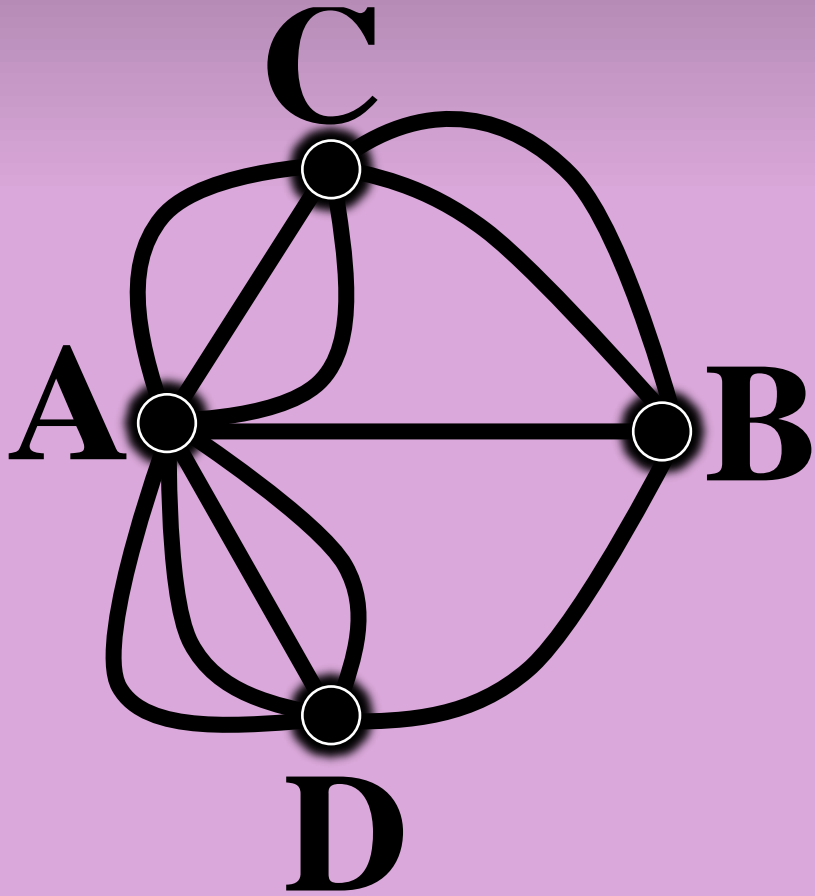
از شهر A به شهر C و از طریق شهر B سفر کرد؟  $3 \times 4$

از شهر A به شهر C سفر کرد؟  $(3 \times 4) + (3 \times 2)$

از شهر B به شهر D سفر کرد؟  $(3 \times 3) + (4 \times 2)$

نهایی

بین چهار شهر A ، B ، C و D مطابق شکل مقابل راه هایی وجود دارد .  
مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟



$$3 \times 4 = 12$$

خرداد ۱۴۰۰

Math\_ghasemi

نهایی

بین چهار شهر A ،

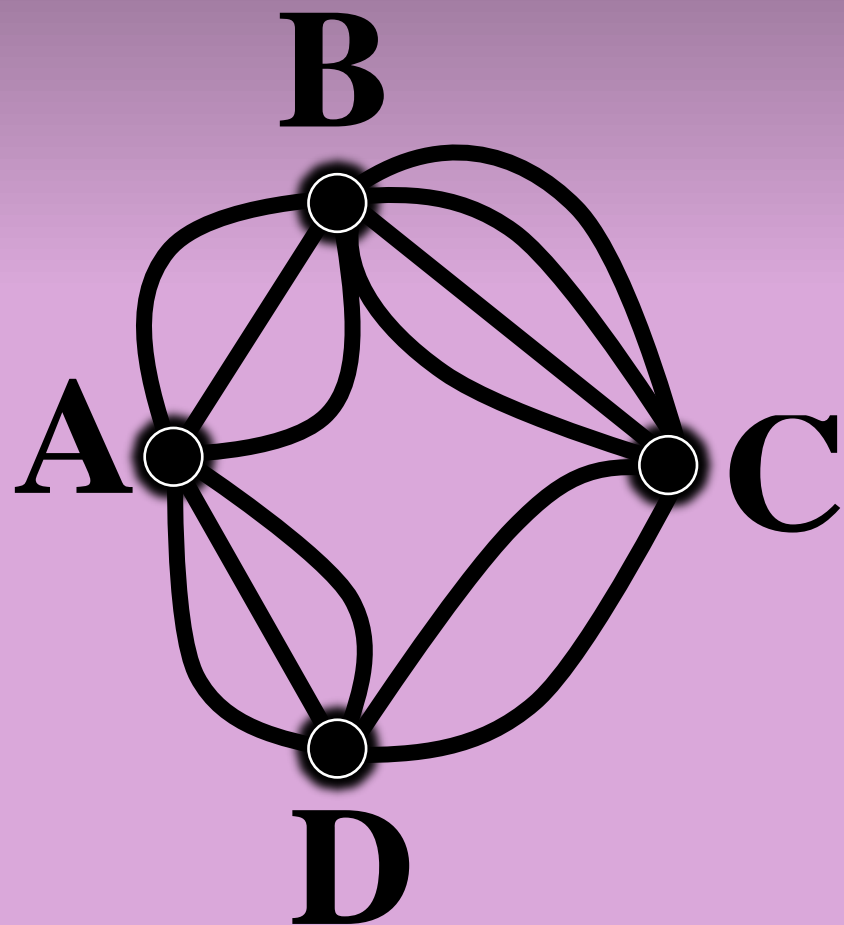
B ، C و D مطابق شکل

مقابل راه هایی وجود دارد که

دو طرفه اند. مشخص کنید به

چند طریق می توان از شهر

A به شهر C مسافرت کرد؟



Math\_ghasemi

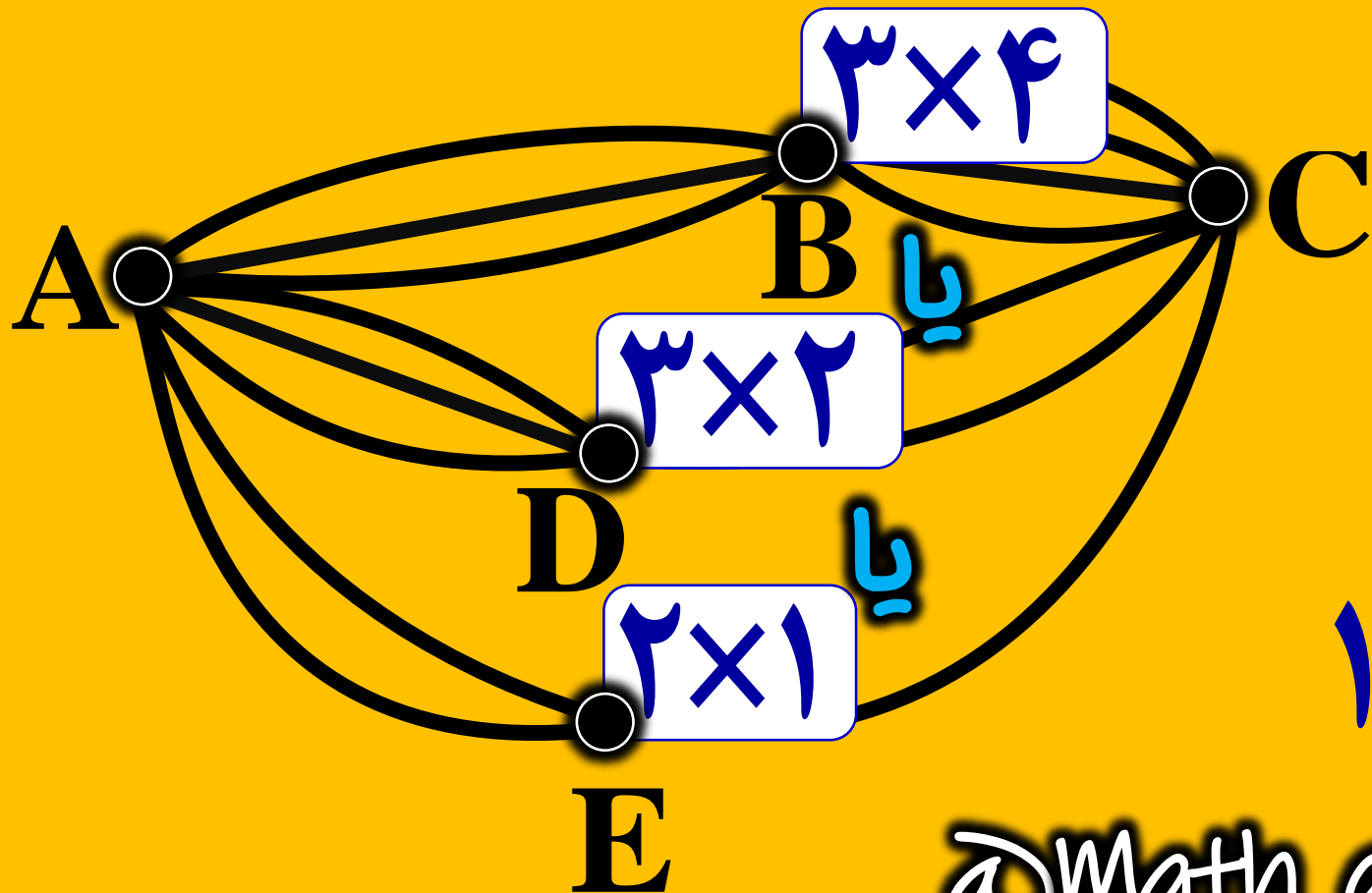
$$(3 \times 4) + (3 \times 2) = 18$$

خرداد ۹۹

## تمرین ۲

بین پنج شهر A، B، C، D، و E مطابق شکل زیر

راههایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان:



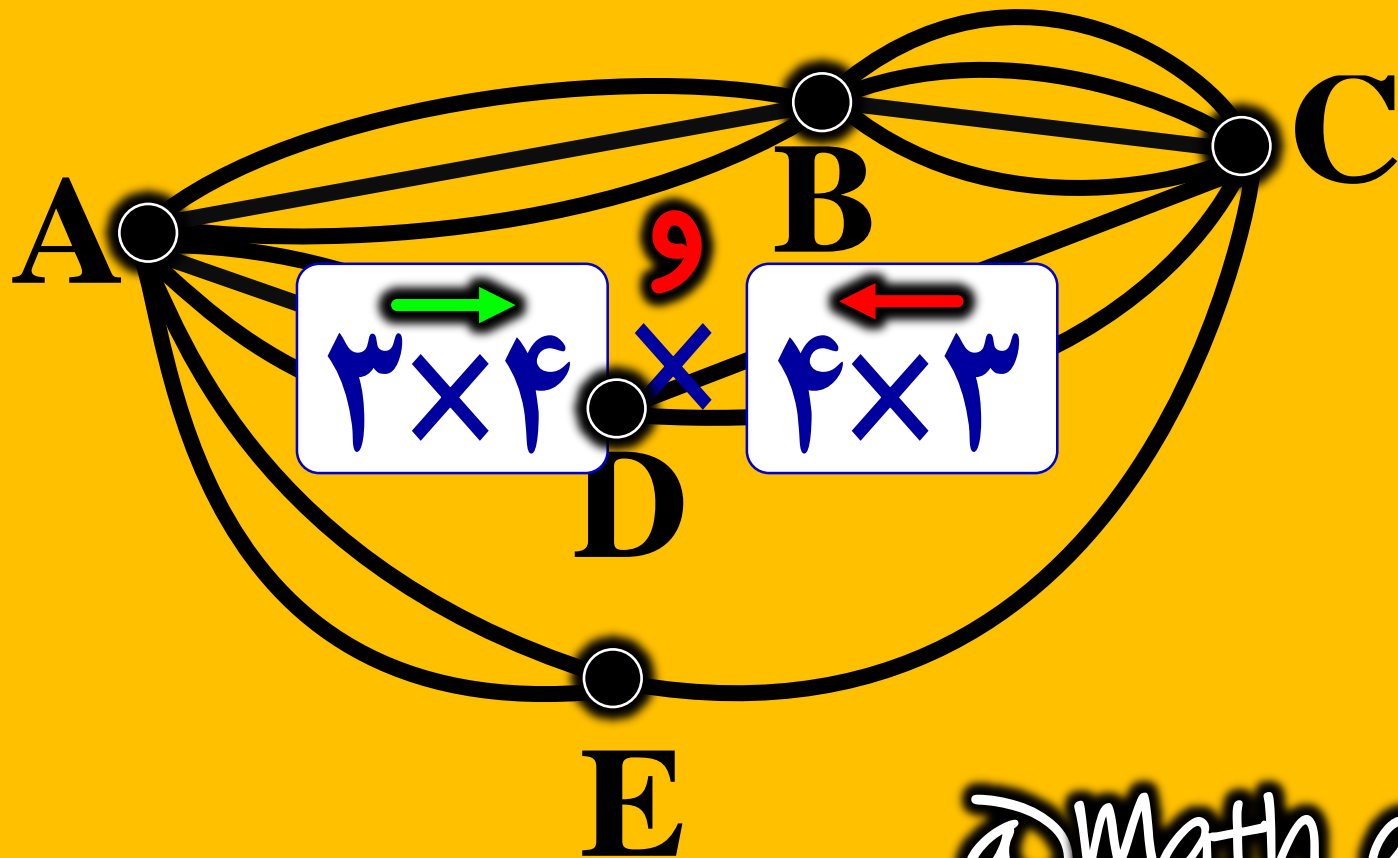
الف) از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟

$$۱۲ + ۶ + ۲ = ۲۰$$

## تمرین ۲

بین پنج شهر A، B، C، D و E مطابق شکل زیر

راههایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان:



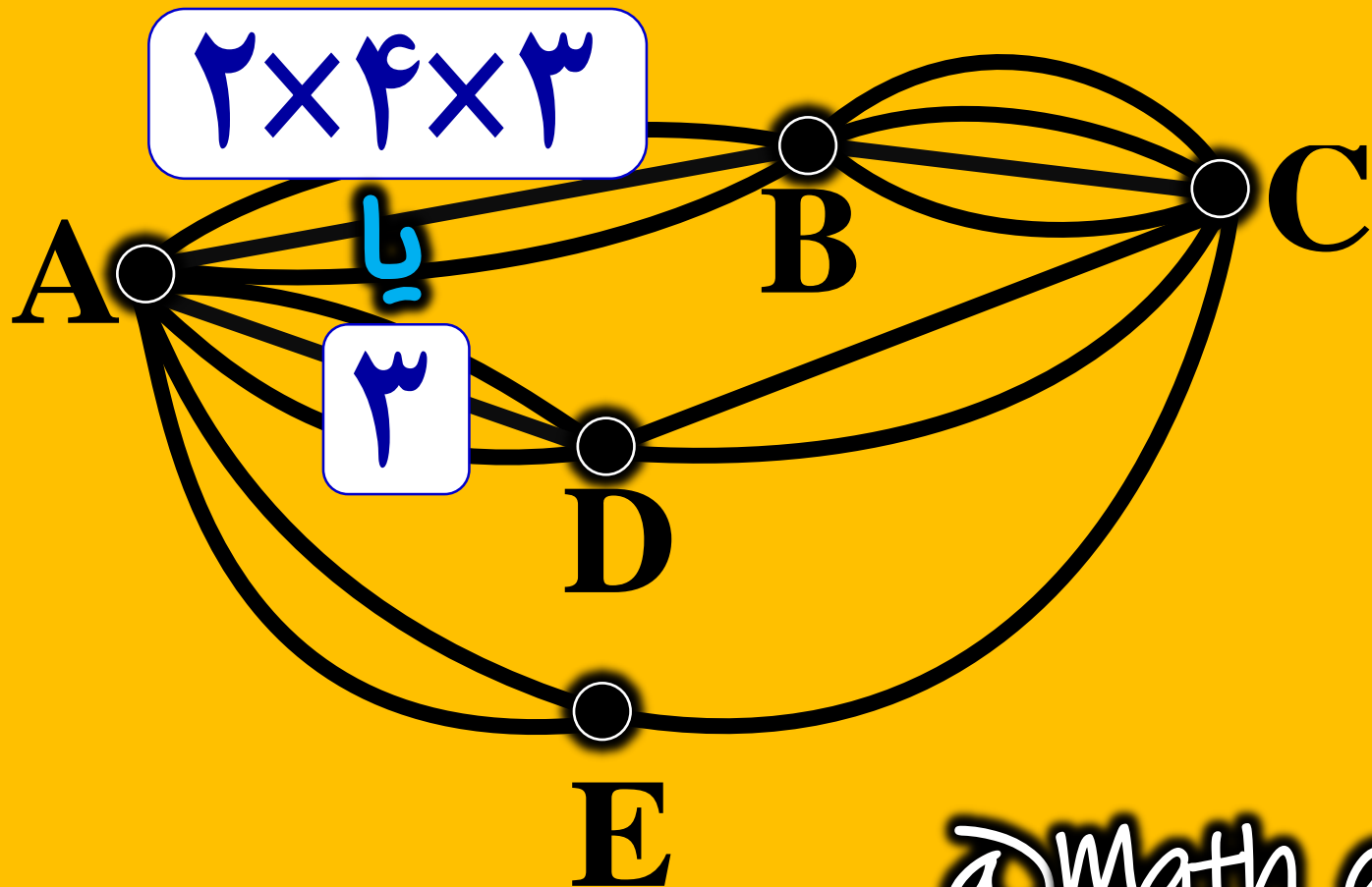
(ب) از شهر A به شهر  
C و از طریق شهر B  
مسافرت رفت و برگشت

انجام داد؟ ۱۴۴

## تمرین ۲

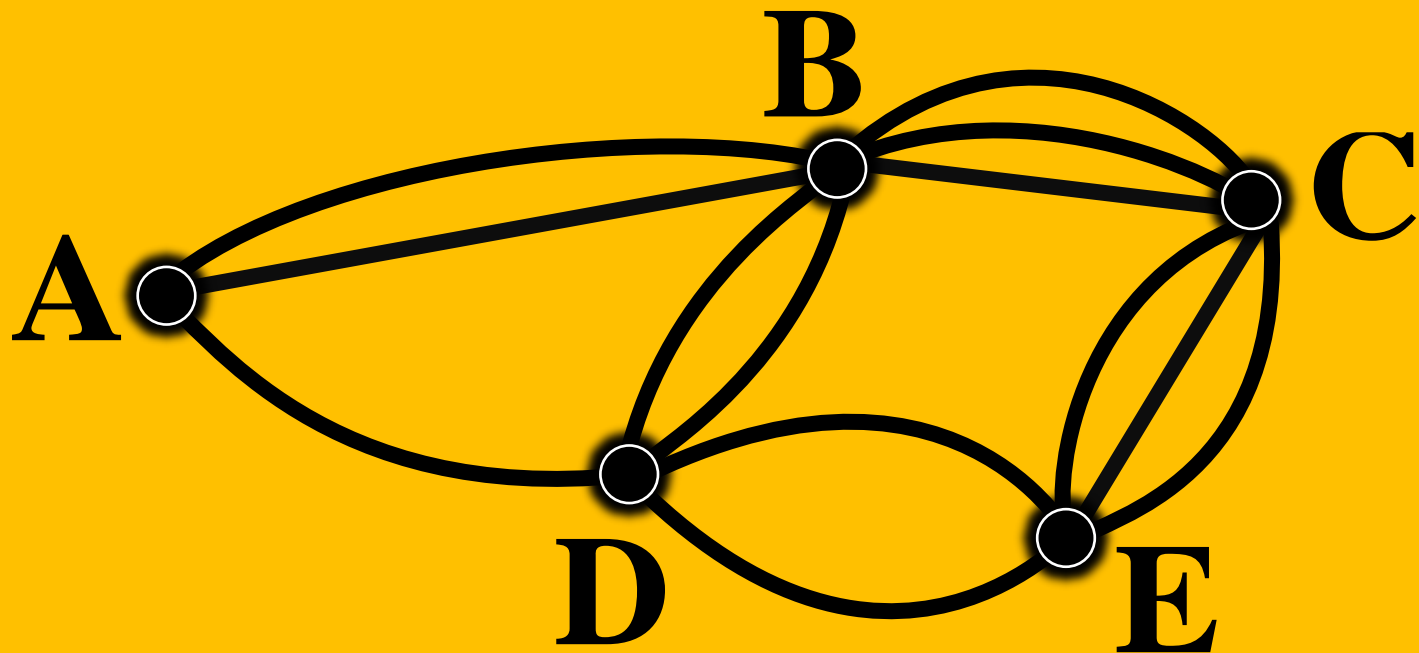
بین پنج شهر  $A, B, C, D$  و  $E$  مطابق شکل زیر

راههایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان:



پ) از شهر  $D$  بدون عبور از شهر  $E$  به شهر  $A$  مسافرت کرد؟  $۲۷$

# تکمیلی



مطابق شکل  
رو به رو به چند طریق  
می توان از شهر A به  
شهر E و بدون عبور از  
شهر C سفر کرد؟

ABDE یا ADE

$$2 \times 2 \times 2$$

+

$$1 \times 2$$

$$20 (4)$$

$$18 (3)$$

$$14 (2)$$

$$10 (1)$$

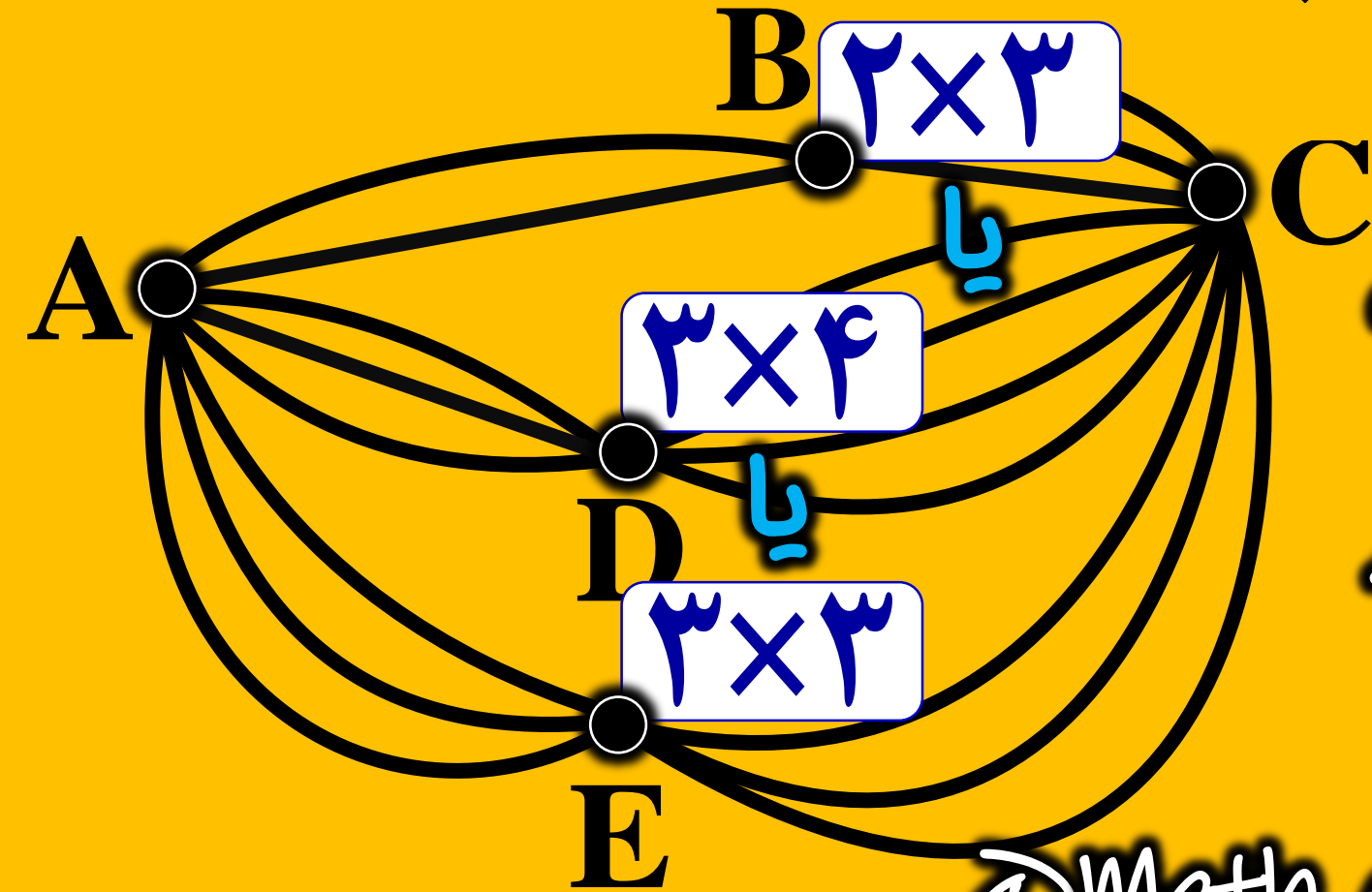
Math\_ghasemi



# تمرین ۹

مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت

$$(2 \times 3 + 3 \times 4 + 3^2) \text{ باشد.}$$



با توجه به شکل مقابل به

چند طریق می‌توان از شهر

A به شهر C سفر کرد؟

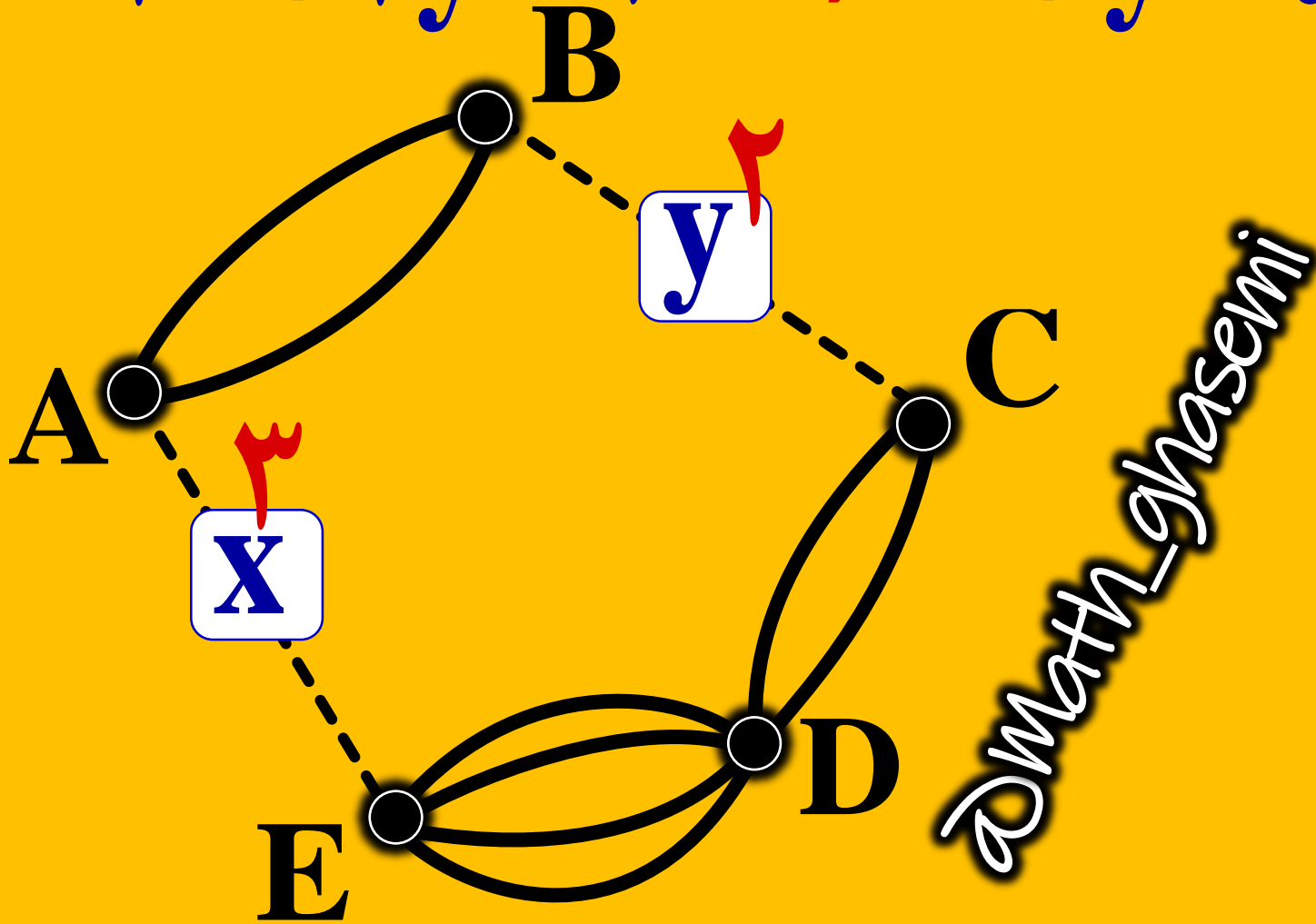
# تمرین ۱۰

تعداد راهها

یا جادهها از شهر B به C و از شهر A به E را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به ۲۰ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد

$$x \times 4 + 2 \times y \times 2 = 20$$

$$4x + 4y = 20 \rightarrow x + y = 5$$



**n مرتبه**

$$a \times a \times a \times \dots \times a = a^n$$

**نماد فاکتوریل !**

**قرارداد:**  
 $0! = 1$   
 $1! = 1$

●  $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 9!$

●  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 6 \times 5!$

●  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 4 \times 3!$

●  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$

●  $n \times (n-1)! = (n-2)! (n-2)!$

مثال

حاصل هر یک

را به ساده ترین صورت

ممکن بنویسید.

$$\text{الف) } 4! \times 2 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2$$

$$\text{ب) } \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

$$\text{پ) } \frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 720$$

$$\text{ت) } \frac{3! \times 5! \times 0!}{7! \times 1!} = \frac{\cancel{6 \times 5!} \times 1}{7 \times \cancel{6 \times 5!} \times 1} = \frac{1}{7}$$

@math\_ghasemi

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

خرداد ۹۹

تساوی  $\frac{6!}{3!} = 2!$  همواره برقرار است. ❌

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت  $0! = 1$  و  $1! = 1$  تعریف می کنیم. ✅

شهریور ۹۹

نهایی

جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

● برای عدد صفر ، فاکتوریل را به صورت  $0! = 1$  تعریف می کنیم. **خرداد ۱۴۰۰**

● مقدار  $\frac{0!}{1!}$  برابر ..... است. **شهریور ۱۴۰۰**

نهایی

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

● حاصل  $\frac{6!}{3!}$  کدام است؟ **خرداد ۱۴۰۰**

۳۵ (۴)

**۱۲۰ (۳)**

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

$$\frac{3!}{3!}$$

Math\_ghasemi

کدام تساوی، نادرست است؟

$$\frac{8! \times 5!}{7! \times 6!} = 0.75 \quad (2)$$

$$\frac{(8 \times 7!) \times 5!}{7! \times (6 \times 5!)} = \frac{4}{3}$$

$$(a^{3!})^{2!} = a^{12} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{0!} + \sqrt{1!}}{2!} = 1 \quad (3)$$

$$4! + 3! = 30 \quad (1)$$



هر یک از معادلات زیر را حل کنید؟

•  $\frac{n!}{(n-3)!} = 60$   $n(n-1)(n-2)(n-3)!$   $n(n-1)(n-2) = 60 \rightarrow n=5$

•  $\frac{n!}{(n-2)!} = 42$   $n(n-1)(n-2)!$   $n(n-1) = 42 \rightarrow n=7$

© Math\_ghasemi

تکمیلی

با توجه به تساوی زیر، حاصل  $(\frac{n^2}{9} - 1)!$  کدام

است؟

$$\cancel{(n+1)}(n)\cancel{(n-1)}(n-2)!$$

$$(n) \frac{(n+1)!}{\cancel{n^2-1}} = \cancel{3} \cancel{(n-2)}! \rightarrow n=3$$

Math\_ghasemi

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

Math\_ghasemi

# پایان

ریاضی و آمار (۳)