

### 3. تابع نمایی

هر تابع به شکل  $y = a^x$  (با  $a > 0$  یا  $a < 0$ )

با دو شرط زیر رفتار نمایی دارد و یک تابع نمایی است:

شرط اول:  $a > 0$  مثبت است.

شرط دوم:  $a \neq 1$  مخالف یک باشد.

$$y = a^x \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

این تابع به این علت نمایی نامیده می‌شود که مقدر  $x$  در نما (توان)

مکرر شرفه است. مثلاً:  $y = 2^x$

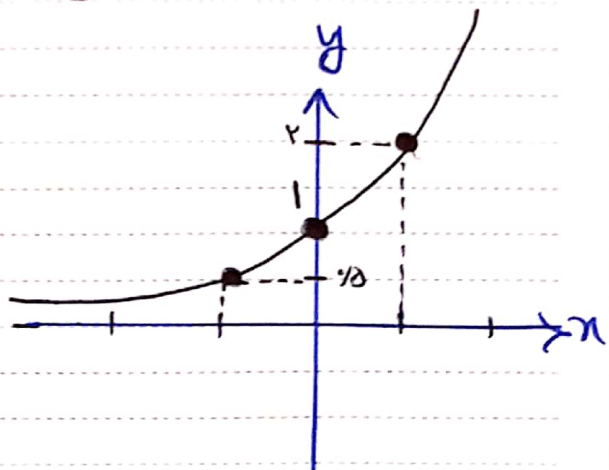
$$\text{تابع ثابت} \neq y = 1^x = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ اثر}$$

$$y = a^0 = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ اثر}$$

به عبارتی تابع نمایی محور  $x$  ها را قطع نمی‌کند بنابراین  $y > 0$  داریم.

مثال: نمودار مشخصاتی تابع نمایی  $y = 2^x$  را رسم کنید.

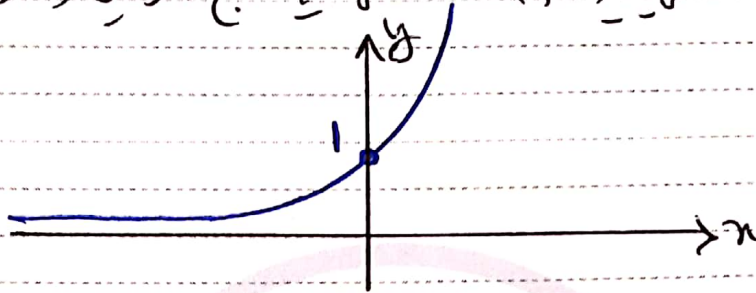
$x$	$y = 2^x$	مختصات نقطه
0	$2^0 = 1$	(0, 1)
1	$2^1 = 2$	(1, 2)
-1	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	(-1, 0.5)
2	$2^2 = 4$	(2, 4)
-2	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	(-2, 0.25)



با رسم تابع نمایی و بررسی رفتار آن:

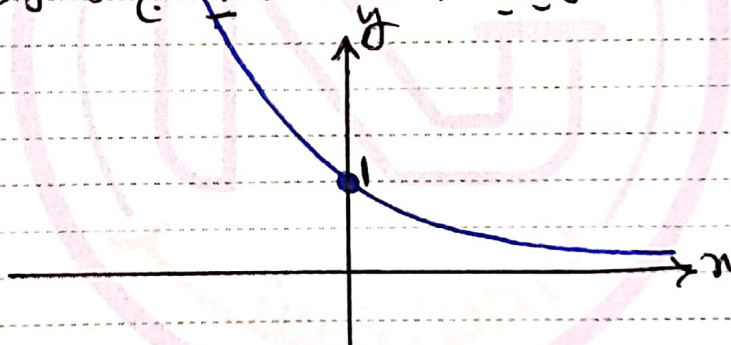
حالت اول  $a > 1$  مثل  $2^n$  یا  $3^n$  یا ...  $y = a^n$

با افزایش مقدار  $n$  ها، مقدار  $y$  ها به سرعت افزایش می یابد. اصطلاحاً مشتک تابع افزایشی (صعودی) است.



حالت دوم  $0 < a < 1$  مثل  $(\frac{1}{2})^n$  یا  $(\frac{1}{3})^n$  یا ...  $y = a^n$

با افزایش مقدار  $n$  ها، مقدار  $y$  ها به سرعت کاهش می یابد. اصطلاحاً مشتک تابع کاهشی (نزولی) است.



و تریگنومی متریک در دو حالت فوق :

- تمام نمودارهای نمایی از نقطه  $(0, 1)$  عبور می کنند به عبارتی

در نقطه  $(0, 1)$  قرار ملاقات دارند زیرا

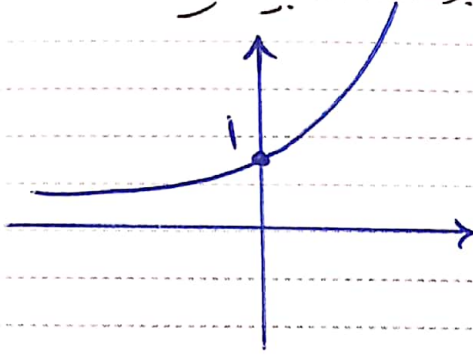
$$(0, 1) \Rightarrow y = a^0 = 1 \Rightarrow \text{مساوی}$$

- دامنه تابع نمایی تمام اعداد حقیقی  $\mathbb{R}$  و برد آن اعداد

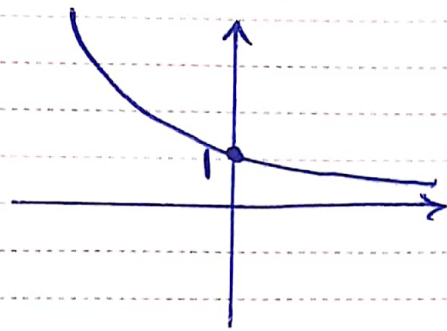
ناصفر  $\mathbb{R}^+$  است.

مثال: نمودار مقصبات تابع های  $y = 3^n$  و  $y = (\frac{1}{3})^n$

رسم کنید - گاهی با افزایش بودن آن را بیان کنید -



$y = 3^n$   
افزایش



$y = (\frac{1}{3})^n$   
کاهش

پسند و زوال تابع های :

در اینجا که از کاربردهای م توابع های را بر می آوریم :

$$y = c(1+r)^t$$

I. معادله کلی رشد های به صورت

که در آن  $y$  بیانگر مقدار نهایی،  $c$  مقدار اولیه،  $r$  میزان رشد و  $t$  زمان را نشان می دهد.

$$\text{میزان رشد} (1+r) \times \text{مقدار اولیه} = \text{مقدار نهایی}$$

$$y = c(1-r)^t$$

II. معادله کلی زوال های به صورت

که  $r$  در اینجا میزان نزول است.

← توجه کنید که  $r$  بر حسب اعداد بیان می شود.

مثال . جمعیت آمریکا در سال ۲۰۱۸ میلادی حدود یک میلیون نفر برآورد شده است . اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ ۰.۱ درصد در سال افزایش باشد ، جمعیت آن در سال ۲۰۲۰ میلادی چقدر خواهد بود ؟

$$y = c(1+r)^t = 1,000,000(1+0.01)^2$$

$$= 1,000,000(1.021) = 1,210,000$$

مثال . جمعیت کشور روسیه در سال ۱۳۹۶ حدود دو هزار نفر برآورد شده است . اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در سال کاهش باشد ، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چقدر خواهد بود ؟

$$y = c(1-r)^t = 2000(1-0.01)^2$$

$$= 1960.12$$

تمرین

۱. نمودار توابع  $y = 2^x$  و  $y = (\frac{1}{2})^x$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و سپس آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید .

۲. جمعیت آمریکا یک میلیون نفر است . اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۲ درصد در سال باشد ، جمعیت این کشور پس از ده سال چقدر خواهد بود ؟

