



مجموعه دسته ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز (غیر تکراری) است .
آن اشیاء را عضو های مجموعه نامیده و همگی را در نماد آکولاد $\{ \}$ گذاشته و بین اعضا حرف "و" می نویسیم .
معمولاً مجموعه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند . به طور مثال مقسوم علیه های مثبت عدد ۱۲ را به صورت

مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ نمایش می دهیم .

سوال : آیا دسته دانش آموزان باهوش مجتمع صالحین آبادان ، یک مجموعه است ؟

پاسخ : خیر زیرا دقیقاً نمی توان مشخص کرد ، کدام دانش آموز درون این دسته است و کدام دانش آموز عضو این دسته نیست ، بنابراین نمی تواند مجموعه باشد .

مجموعه ی $K = \{a, b, 5, 7\}$ را در نظر بگیرید ، برای این که نشان دهیم a عضوی از مجموعه ی K است ، می نویسیم $a \in K$ و می خوانیم " a عضو K است" و چون عدد ۴ عضو این مجموعه نیست ، می نویسیم $4 \notin K$ و می خوانیم " 4 عضو K نیست" .

قرار داد : تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را با نماد $n(A)$ نمایش می دهیم . به عنوان مثال اگر $A = \{2, 4, 6, 7\}$ آنگاه $n(A) = 4$ است .

مجموعه های معروف اعداد :

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد حسابی}$$

$$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد صحیح}$$

مجموعه اعداد گویا (مُنطِق) : مجموعه اعداد که بتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشت ، که با نماد \mathbb{Q} نمایش می دهیم .

مجموعه اعداد گنگ (أَصَم) : مجموعه اعدادی که نتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد ، مانند $\sqrt{2}$ و π و ...
مجموعه اعداد گنگ با نماد \mathbb{Q}' نمایش داده می شود .

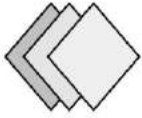
مجموعه اعداد حقیقی : مجموعه ای که شامل تمام اعداد گویا و گنگ می باشد و با نماد \mathbb{R} نمایش می دهیم .

توجه : هر عدد طبیعی که شامل فقط دو مقسوم علیه متمایز باشد را عدد اول نامیم مانند ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ... این اعداد

را در یک مجموعه نوشته و به عنوان **مجموعه اعداد اول** می شناسیم : $P = \{2, 3, 5, \dots\}$.

تعریف : مجموعه هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است ، **مجموعه های متناهی** می نامیم .

همچنین مجموعه هایی که نمی توان تعداد اعضای آنها را با یک عدد بیان کرد یعنی بی شمار عضو دارند را **مجموعه های نامتناهی** می نامیم .



سوال : تعیین کنید کدام یک از مجموعه های زیر متناهی و کدام نامتناهی است .

الف) مجموعه انسان های روی زمین \leftarrow متناهی

ب) مجموعه اعداد گویای بین ۱ و ۲ \leftarrow نامتناهی ، زیرا بی شمار عدد مثل $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ و ... عضو این مجموعه اند .

پ) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدا مختصات \leftarrow نامتناهی ، زیرا بی شمار دایره به مرکز مبدا مختصات و شعاع های متمایز می توان رسم کرد .

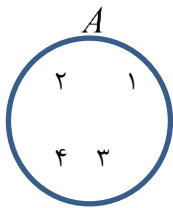
تعریف : اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد ، آن را **مجموعه تهی** (null set) می نامیم و با نماد \emptyset یا $\{ \}$ نمایش می دهیم . بدیهی است که : $n(\emptyset) = 0$.

نمایش مجموعه ها : مجموعه ها را به یکی از صورت های زیر نمایش می دهیم .

الف) **نمایش تفصیلی :** همه یا تعدادی از اعضای مجموعه نوشته می شوند مانند :

$$A = \{1, 2, 3\} \quad \text{و} \quad B = \{2, 4, 6, \dots, 98\} \quad \text{و} \quad C = \{-1, -3, -5, \dots\}$$

ب) **نماد ریاضی :** برای مثال ، مجموعه اعداد طبیعی زوج (مضرب های ۲) را به صورت $E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$ نمایش می دهیم .



پ) **نمودار ون :** مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خطوط شکسته بسته نمایش داد .

به عنوان نمونه مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را به صورت رو به رو نمایش می دهیم .

مثال : مجموعه های زیر را با نوشتن عضوهایشان (نمایش تفصیلی) مشخص کنید .

الف) $A = \{5n + 3 \mid n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow A = \{8, 13, 18, 23, \dots\}$

ب) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 3\} \Rightarrow B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

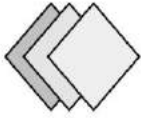
پ) $C = \left\{ \frac{x}{x+2} \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = 9 \right\} \Rightarrow \left\{ 3, \frac{3}{5} \right\}$

مثال : مجموعه اعداد گویا را می توان با نماد ریاضی به یکی از صورت های زیر نوشت :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{یا} \quad \mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

مثال : مجموعه ی $E = \{0, 3, 8, 15, 24, \dots\}$ را با نماد ریاضی بنویسید .

پاسخ : هر عضو این مجموعه مربع عدد طبیعی منهای یک است مانند $0 = 1^2 - 1$ و $3 = 2^2 - 1$. بنابراین : $B = \{m^2 - 1 \mid m \in \mathbb{N}\}$



مثال : با فرض $A_n = \{n, n+1, n+2, \dots, 2n\}$ ، مجموعه های A_1 و A_2 و A_3 را با نوشتن اعضاء مشخص کنید .

پاسخ : $A_1 = \{1, 2\}$ و $A_2 = \{2, 3, 4\}$ و $A_3 = \{3, 4, 5, 6\}$

تساوی مجموعه ها : دو مجموعه A و B با هم برابرند هر گاه ، هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد و می نویسیم $A = B$.

مثال : m و n را چنان بیابید که $\left\{ \frac{1}{4}, 3, \frac{-\sqrt{44}}{(-2)^2}, n, \sqrt{25} \right\} = \left\{ 5, m, \frac{2}{5}, 4, \frac{9}{3} \right\}$ باشد .

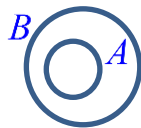
پاسخ : با ساده کردن می توان تساوی فوق را به صورت $\left\{ \frac{2}{5}, 3, -3, n, 5 \right\} = \left\{ 5, m, \frac{2}{5}, 4, 3 \right\}$ نوشت . بنابراین $m = -3$ و $n = 4$ می باشد .

تعریف : اگر هر عضو مجموعه A ، عضوی از مجموعه B باشد گوییم A زیر مجموعه B است و می نویسیم $A \subseteq B$.

نکته : واضح است که هر مجموعه زیر مجموعه ی خودش است ، یعنی $A \subseteq A$.

نکته : مجموعه ی تهی زیر مجموعه ی هر مجموعه ی دلخواه است ، یعنی $\emptyset \subseteq A$.

نکته : اگر بتوانیم عضوی در A بیابیم که در B نباشد ، گوییم A زیر مجموعه B نیست و می نویسیم $A \not\subseteq B$.



توجه : $A \subseteq B$ را به کمک نمودار ون نیز می توان نمایش داد (شکل مقابل) :

مثال : اگر $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}\}$ ، کدام یک از روابط زیر صحیح است ؟

$a \in A \Rightarrow$ صحیح	$\{a\} \in A \Rightarrow$ صحیح	$a \subseteq A \Rightarrow$ غلط	$\{a\} \subseteq A \Rightarrow$ صحیح
$\{\{a\}\} \subseteq A \Rightarrow$ صحیح	$\{b\} \subseteq A \Rightarrow$ غلط	$b \in A \Rightarrow$ غلط	$\{\emptyset\} \subseteq A \Rightarrow$ غلط

سوال : اگر B مجموعه ی متناهی و $A \subseteq B$ فرض شود ، آنگاه A متناهی است یا نامتناهی ؟

پاسخ : A متناهی است ، زیرا اگر نا متناهی باشد بیشمار عضو دارد و نمی تواند زیر مجموعه ی B باشد .

سوال : اگر A مجموعه ای نا متناهی و $B \subseteq A$ ، آنگاه در مورد B چه می توان گفت ؟

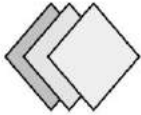
پاسخ : B می تواند متناهی یا نامتناهی باشد .

به عنوان نمونه اگر $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ آنگاه $B = \{1, 3\}$ یا $B = \{3, 5, 7, \dots\}$ می تواند باشد .

مثال : تمام زیر مجموعه های مجموعه $K = \{a, b, c\}$ را بنویسید .

پاسخ : ابتدا زیر مجموعه ی هیچ عضوی ، سپس یک عضوی ها و بعد دو عضوی ها و در آخر سه عضوی را می نویسیم :

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$$



در مثال قبل ، هر عضو مجموعه ی K می تواند درون زیر مجموعه باشد یا نباشد در نتیجه برای هر عضو آن دو حالت وجود دارد .

یعنی برای a ، ۲ حالت و برای b ، ۲ حالت و برای c نیز دو حالت وجود دارد که با ضرب این تعداد حالات ، تعداد زیر مجموعه ها به دست می آید . یعنی $۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$ زیر مجموعه برای A خواهیم داشت .

مثال : مجموعه ی $H = \{1, 5, 7, 9\}$ چند زیر مجموعه دارد ؟

پاسخ : $۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \Rightarrow ۲^4 = ۱۶$: تعداد حالات
 $۱ \quad ۵ \quad ۷ \quad ۹$

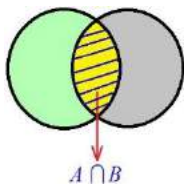
مثال : مجموعه $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ را در نظر بگیرید . چه تعداد از زیر مجموعه های آن شامل اعضای b, g هستند

ولی عضو d درون آنها نیست ؟ پاسخ : $۲ \times ۱ \times ۲ \times ۱ \times ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۲ \Rightarrow ۲^5 = ۳۲$
 $a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \quad g \quad h$

تمرین : چه تعداد مجموعه مانند X می توان تعریف کرد ، به طوری که $\{1, 2, 3\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 9\}$.

مجموعه ی مرجع : مجموعه ای که همه ی مجموعه های مورد بحث ، زیر مجموعه ی آن باشند ، **مجموعه ی مرجع** نامیم و آن را با U نشان می دهیم .

به عنوان نمونه مجموعه $U = \{2, 5, 7, 9, 11\}$ می تواند مجموعه ی مرجع هر یک از مجموعه های $A = \{2, 7, 9\}$ یا $B = \{7\}$ باشد ولی نمی توان آن را مرجعی برای مجموعه ی $C = \{1, 2, 5, 7\}$ در نظر گرفت .



اشتراک : اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه ای شامل همه ی عضو هایی است که

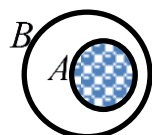
هم عضو مجموعه ی A و هم عضو مجموعه ی B است . این مجموعه را با نماد

$A \cap B$ نشان می دهیم .

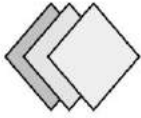


مثال : اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A \cap B = \{y, z\}$ خواهد بود .

نکته : واضح است که $A \cap B = B \cap A$ و $A \cap \emptyset = \emptyset$ و $A \cap U = A$.



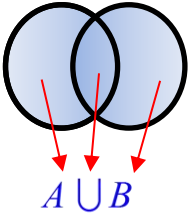
نکته : با توجه به شکل مقابل ، اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cap B = A$ خواهد بود .



نکته: به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه ی جدا از هم یا مجزا می گوئیم.



در شکل مقابل دو مجموعه A و B مجزا هستند:

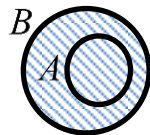


اجتماع: اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه ای شامل همه ی عضو هایی است که حداقل در یکی از

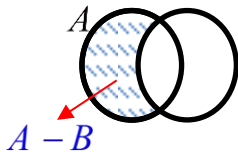
دو مجموعه ی A و B باشد. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می دهیم.

مثال: اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A \cup B = \{x, y, z, t, w\}$ خواهد بود.

نکته: واضح است که $A \cup B = B \cup A$ و $A \cup \emptyset = A$ و $A \cup U = U$.



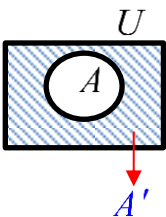
نکته: با توجه به شکل مقابل، اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cup B = B$ خواهد بود.



تفاضل: مجموعه ی $A - B$ مجموعه ای است شامل تمام عضو های A که عضو B نیستند.

مثال: اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A - B = \{x\}$ و $B - A = \{t, w\}$ خواهد بود.

نکته: تفاضل مجموعه ها در حالت کلی خاصیت جابجایی ندارد مگر آنکه دو مجموعه با هم برابر باشند: $A - B \neq B - A$



تعریف: هرگاه U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ باشد، آنگاه مجموعه $U - A$ را **متمم** A می نامیم

و آن را با نماد A' نشان می دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضو هایی از مرجع است که درون A نیستند.

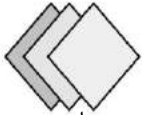
مثال: اگر $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه ی مرجع و $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ فرض شود آنگاه $A' = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ می باشد.

نکته: واضح است که $A \cup A' = U$ و $A \cap A' = \emptyset$ و $A - A' = A$ و $(A')' = A$ و $\emptyset' = U$ و $U' = \emptyset$.

سوال: اگر A مجموعه متناهی باشد، A' چگونه مجموعه ای است؟

پاسخ: بستگی به مجموعه ی مرجع دارد. اگر مرجع متناهی باشد، آنگاه دو مجموعه ی A و A' متناهی هستند

اما در صورتی که مرجع نامتناهی باشد، با توجه به متناهی بودن A ، باید مجموعه ی A' نامتناهی باشد.



تمرین (تست): اگر مجموعه های $A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x}{\lambda} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه های زیر

متناهی است؟ (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۱- قانون پخشی: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



مثال: عبارت $A \cup (B \cap A')$ را ساده کنید.

پاسخ: $A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap U = A \cup B$

مثال: ثابت کنید: $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = A$

پاسخ: $\text{چپ} = (A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B')$

$= [(A \cup B) \cup (C \cap C')] \cap (A \cup B')$

$\xrightarrow{C \cap C' = \emptyset} = (A \cup B) \cap (A \cup B')$

$= A \cup (B \cap B') = A \cup \emptyset = A$

۲- قانون دمورگان: $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

مثال: عبارت $(A \cup B')' \cup (A \cap B)$ را ساده کنید.

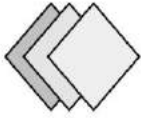
پاسخ: عبارت $= (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$

۳- تبدیل تفاضل و اشتراک به یکدیگر: $A - B = A \cap B'$

مثال: نشان دهید $(A - B) \cup (A - C) \cup (A - D) = A - (B \cap C \cap D)$.

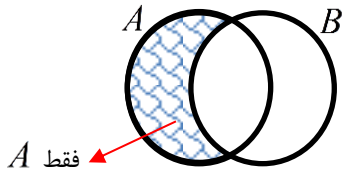
چپ $= (A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (A \cap D') = A \cap (B' \cup C' \cup D')$

$= A - (B' \cup C' \cup D')' = A - (B \cap C \cap D)$



مثال : ثابت کنید $A - B = B' - A'$.

پاسخ : $A - B = B' - A' = B' \cap A = A \cap B'$ = چپ



نکته مهم : قسمت رنگ شده در شکل روبه رو را به عنوان $A - B$ (فقط A) می شناسیم .

با کمی دقت متوجه می شویم آن را می توان به عنوان $A - (A \cap B)$ و همچنین به

عنوان $(A \cup B) - B$ نیز در نظر گرفت . بنابراین : $A - B = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$ فقط A

مثال : در آزمون درس فیزیک ۱۰ نفر و در آزمون درس ریاضی ۷ نفر مردود شده اند . در صورتی که ۵ نفر در هر دو آزمون مردود شده باشند ، چند نفر فقط در درس ریاضی مردود شده اند ؟

پاسخ : مجموعه ی مردودی های درس فیزیک را با F و درس ریاضی را با R نمایش می دهیم . بنابراین :

$$n(R - F) = n(R) - n(R \cap F) = 7 - 5 = 2$$

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه

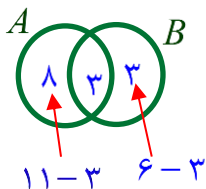
اگر A و B دو مجموعه از مجموعه ی مرجع U فرض شوند آنگاه : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

در صورتی که A و B دو مجموعه مجزا باشند $n(A \cap B) = 0$ بوده و در نتیجه : $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

مثال : اگر $n(A) = 11$ و $n(B) = 6$ و $n(A \cap B) = 3$ باشد ، مقدار $n(A \cup B)$ و $n(A \cap B')$ را به کمک روابط و به کمک نمودار ون محاسبه نمایید .

روش اول (استفاده از روابط) : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 11 + 6 - 3 = 14$

$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8$



روش دوم (استفاده از نمودار ون) : مطابق شکل روبه رو ، ابتدا عدد مربوط به اشتراک

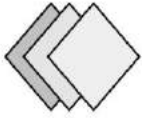
در شکل نوشته شده ، سپس دیگر اعداد با توجه به آن محاسبه و در نمودار نوشته می شوند .

بنابراین طبق شکل می توان گفت :

$n(A \cup B) = 8 + 3 + 3 = 14$ و $n(A \cap B') = n(A - B) = 8$

مثال : در یک کلاس ۳۰ نفره ، ۸ نفر عضو تیم والیبال ، ۱۴ نفر عضو تیم فوتبال و ۳ نفر عضو هر دو تیم هستند .

الف) چند نفر عضو تیم والیبال یا فوتبال (حداقل یکی از آن دو) هستند ؟



ب) چند نفر عضو تیم فوتبال بوده ولی عضو تیم والیبال نیستند؟

پ) چند نفر عضو هیچکدام از تیم ها نیستند؟

ت) چند نفر فقط در یک تیم عضو هستند؟

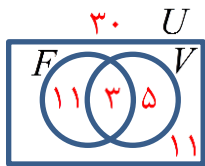
پاسخ (روش اول - استفاده از روابط): با توجه به فرض های گفته شده داریم $n(V \cap F) = 3$ و $n(F) = 14$ و $n(V) = 8$

الف) $n(V \cup F) = n(V) + n(F) - n(V \cap F) = 8 + 14 - 3 = 19$

ب) $n(F \text{ فقط}) = n(F) - n(F \cap V) = 14 - 3 = 11$

پ) $n(F' \cap V') = n(U) - n(F \cup V) = 30 - 19 = 11$

ت) $n(F \text{ فقط}) + n(V \text{ فقط}) = (14 - 3) + (8 - 3) = 11 + 5 = 16$



پاسخ (روش دوم - استفاده از نمودار ون): شکل روبرو را رسم کرده

و اعداد درون آن را با توجه به فرض سوال می نویسیم:

الف) $11 + 3 + 5 = 19$ ب) 11 پ) 11 ت) $11 + 5 = 16$

مثال: کلاسی 25 دانش آموز دارد 10 نفر آنها در المپیاد نجوم و 13 نفر از آنها در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند و 5 نفر از آنها در هیچ المپیادی شرکت نکرده اند.

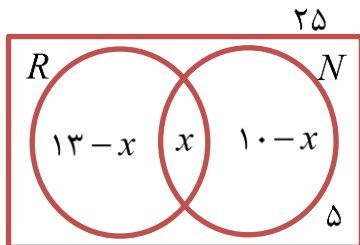
الف) چه تعداد از دانش آموزان در هر دو المپیاد شرکت کرده اند؟

ب) چه تعداد از دانش آموزان فقط در المپیاد نجوم شرکت کرده اند؟

پاسخ (روش اول - استفاده از روابط): واضح است که $n(R \cup N) = 25 - 5 = 20$ و $n(R) = 13$ و $n(N) = 10$

الف) $n(R \cup N) = n(R) + n(N) - n(R \cap N) \Rightarrow 20 = 13 + 10 - n(R \cap N) \Rightarrow n(R \cap N) = 3$

ب) $n(N \text{ فقط}) = n(N) - n(R \cap N) = 10 - 3 = 7$

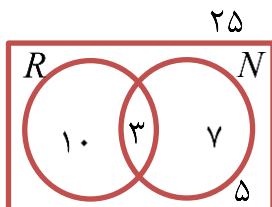


پاسخ (روش دوم - استفاده از نمودار ون): شکل روبرو را رسم کرده و مقدار اشتراک را

x فرض می کنیم، بنابراین تعداد افرادی که فقط در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند

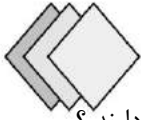
$13 - x$ و فقط نجوم $10 - x$ می باشد. در نتیجه:

$$13 - x + x + 10 - x + 5 = 25 \Rightarrow x = 3$$

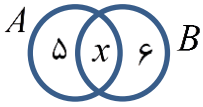


با جایگزین کردن مقدار $x = 3$ در شکل داریم:

الف) 3 ب) 7



مثال: اگر $A \cup B$ و $A - B$ و $B - A$ به ترتیب ۱۸ و ۵ و ۶ عضو داشته باشند، A و B هر کدام چند عضو دارند؟



پاسخ: برای حل این سوال یک نمودار ون رسم می کنیم. بنابراین:

$$5 + x + 6 = 18 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 5 + x = 5 + 7 = 12 \\ n(B) = 6 + x = 6 + 7 = 13 \end{cases}$$



مجموعه ی تمام اعداد حقیقی در یک فاصله روی محور اعداد را **بازه** می گویند.

اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند و $a < b$ آنگاه تعریف می کنیم:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه ای	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} a < x \leq b\}$	

قرار داد:

$$\{x \in \mathbb{R} | x > a\} = (a, +\infty) \quad \text{---} \circ \text{---} \rightarrow$$

$$\{x \in \mathbb{R} | x \geq a\} = [a, +\infty) \quad \text{---} \bullet \text{---} \rightarrow$$

$$\{x \in \mathbb{R} | x < a\} = (-\infty, a) \quad \text{---} \circ \text{---} \leftarrow$$

$$\{x \in \mathbb{R} | x \leq a\} = (-\infty, a] \quad \text{---} \bullet \text{---} \leftarrow$$

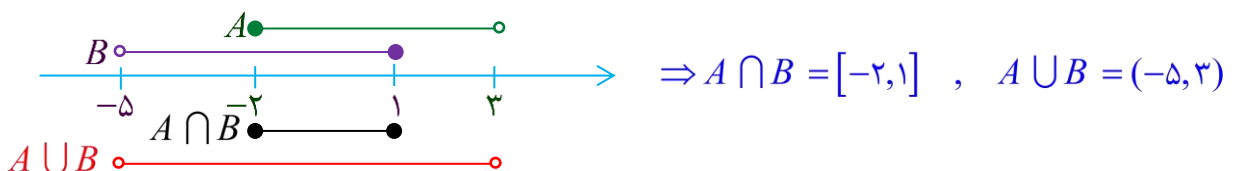
مثال: با فرض $A_i = [-i, 2i]$ ، مطلوبست A_1 و A_2 .

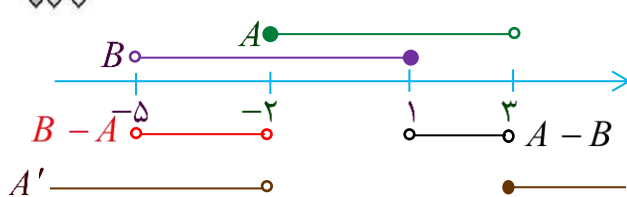
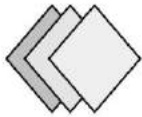
پاسخ: با نوشتن اعداد ۱ و ۲ به جای i داریم: $A_1 = [-1, 2]$ و $A_2 = [-2, 4]$

مثال: با فرض $A = [-2, 3]$ و $B = (-5, 1]$ ، حاصل هر یک از مجموعه های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.

الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ پ) $A - B$ ت) $B - A$ ث) A'

پاسخ: ابتدا مجموعه ی مفروض را روی محور نمایش داده، سپس موارد خواسته شده را روی محور رسم می کنیم و به صورت بازه می نویسیم.





$$\Rightarrow \begin{cases} A - B = (1, 3) \\ B - A = (-5, -2) \\ A' = (-\infty, -2) \cup [3, +\infty) \end{cases}$$

۱- اگر مجموعه ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟

الف) $\{x\} \subseteq A$ ب) $\{\{x\}\} \in A$

۲- جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.

الف) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه مجموعه ی A برابر است.

ب) متمم مجموعه ی مرجع ، مجموعه ی است .

پ) $E \cap E' = \dots\dots\dots$ و $E \cup E' = \dots\dots\dots$ است .

ت) هر نقطه روی محور اعداد حقیقی نشان دهنده ی یک مشخص است .

ث) اگر مجموعه ی A نامتناهی و مجموعه ی B متناهی باشد ، $A \cap B$ مجموعه ای و $A \cup B$ مجموعه ای می باشند .

ج) اجتماع دو مجموعه ی $(A \cap B)$ و $(B - A)$ با مجموعه ی مساوی است .

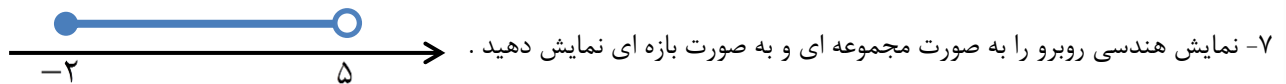
چ) در صورتی که $A - B = B - A$ باشد ، A و B هستند .

۳- یک مجموعه مثال بزنید که هر عضو آن زیر مجموعه ی آن باشد .

۴- سه مجموعه نامتناهی A و B و C بنویسید که مجزا از هم بوده و اجتماع آنها مجموعه ی اعداد طبیعی شود .

۵- اگر \mathbb{Z} مجموعه ی مرجع باشد ، مجموعه های $(\mathbb{N} - \mathbb{W})'$ و $(\mathbb{W} - \mathbb{N})'$ را به نوشتن اعضاء مشخص کنید .

۶- اشتراک دو مجموعه ی $[-4, 5]$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ چند عضوی است ؟ چرا ؟



۷- نمایش هندسی روبرو را به صورت مجموعه ای و به صورت بازه ای نمایش دهید .

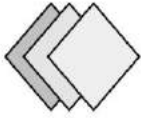
۸- اگر $A = (2, +\infty)$ و $B = [0, 4]$ و $C = (-1, 3]$ باشد ، مجموعه های زیر را با بازه ها نمایش دهید .

الف) $B - C$ ب) $A - B'$ پ) $(A \cup B) - (B \cap C)$ ت) $C' - A'$

۹- با فرض $A = [-1, 3]$ و $B = [1, 4]$ ، مطلوبست $A \cup B$ ، $A \cap B$ و $A - B$ و A' .

۱۰- اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه ی اعداد طبیعی اول باشند ، از بین مجموعه های $A - B$ ، $B - A$ ، $A \cap B$ و $A \cup B$ ، کدامیک قطعاً متناهی است ؟

۱۱- اگر A مجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد آنگاه متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های $A - B$ ، $B - A$ ، $A \cup B$ و $A \cap B$ را تعیین کنید .



۱۲- دو مجموعه نامتناهی مانند A و B مثال بزنید که :

الف) $A \cap B$ متناهی باشد (ب) $A - B$ متناهی باشد (پ) $A \cup B$ نامتناهی باشد

۱۳- کلمه مناسب را برای جاهای خالی انتخاب کنید .

الف) اشتراک دو مجموعه زیر مجموعه ی دو مجموعه است . (تفاضل - اجتماع)

ب) اشتراک دو مجموعه ی A و B هر یک از دو مجموعه ی A و B است . (زیر مجموعه - متمم)

پ) اجتماع دو مجموعه ی متناهی، مجموعه ای است . (متناهی - نامتناهی)

۱۴- هر گاه $A \subseteq B$ باشد ، تعیین کنید کدام عبارت درست و کدام نادرست است .

الف) اگر B متناهی باشد آنگاه A متناهی است . (ب) اگر B نامتناهی باشد آنگاه A متناهی است .

پ) اگر A نامتناهی باشد آنگاه B نامتناهی است . (ت) اگر A متناهی باشد آنگاه B نامتناهی است .

ت) $B' \subseteq A'$ (ج) $A \cap B = A$ و $A \cup B = B$

۱۵- مجموعه های زیر را با اجتماع چند مجموعه بنویسید .

الف) $\mathbb{R} - \{1\}$ (ب) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ (پ) $\mathbb{R} - (-1, 1)$

ت) $\mathbb{R} - [-1, 1)$ (ت) $(2, 7) - (3, 4)$ (ث) $[-1, 1]'$

۱۶- ثابت کنید $[A \cap (A - B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$.

۱۷- عبارت $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B - (A \cap B)]$ را ساده کنید .

۱۸- اگر A و B دو مجموعه ی ناتهی باشند ، عبارت $A - (B - (A \cap B))$ را ساده کنید .

۱۹- از بین ۴۰ کارمند یک شرکت ۲۰ نفر بیمه ی تامین اجتماعی و ۲۰ نفر بیمه ی حوادث شده اند . اگر ۱۱ نفر ، هم بیمه ی تامین اجتماعی و هم بیمه ی حوادث شده باشند :

الف) چند نفر نه بیمه ی تامین اجتماعی و نه بیمه ی حوادث شده اند ؟

ب) چند نفر فقط بیمه ی تامین اجتماعی شده اند ؟

پ) چند نفر تحت پوشش فقط یکی از بیمه ها شده اند ؟

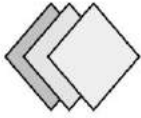
۲۰- در یک کلاس ۳۱ نفره ، ۲۰ نفر در درس ریاضی و ۱۳ نفر در درس فیزیک قبول شده اند . اگر ۷ نفر در هر دو درس مردود شده باشند چند نفر در هر دو درس قبول شده اند ؟ چند نفر فقط در یکی از این دروس قبول شده اند ؟

۲۱- در یک هتل ۳۸ مسافر وجود دارد . ۲۰ نفر آنان تاجر و ۱۷ نفر جهانگرد هستند . اگر ۷ نفر نه تاجر و نه جهانگرد باشند ،

الف) چند مسافر فقط تاجرند ؟ (ب) چند مسافر تاجر جهانگرد در هتل وجود دارد ؟

پ) چند نفر فقط تاجر یا فقط جهانگردند ؟ (ت) چند نفر از مسافران تاجر نیستند ؟

۲۲- اگر $n(A - B) + n(B - A) = 4n(A \cap B)$ باشد ، مقدار $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ را حساب کنید .



جواب نهایی تمرین ها :

۱- الف) درست ب) نادرست

۲- الف) \emptyset ب) \emptyset پ) \emptyset و U ت) عدد حقیقی ث) منتهای - نامنتهای ج) B چ) مساوی

۳- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۴- $A = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\}$ و $B = \{2, 5, 8, 11, 14, \dots\}$ و $C = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

۵- $\{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ و $\{1, 2, 3, \dots\}$

۶- چهار عضوی است $\Rightarrow \{-1, -2, -3, -4\} \cap [-4, 5) = \{-1, -2, -3, -4\}$

۷- $[-2, 5) = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 5\}$

۸- الف) $(3, 4]$ ب) $(2, 4]$ پ) $(3, +\infty)$ ت) $(3, +\infty)$

۹- $[-1, 4]$ و $[1, 3]$ و $[-1, 1)$ و $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$

۱۰- نامنتهای ، منتهای ، نامنتهای ، نامنتهای

۱۱- منتهای ، نامنتهای ، نامنتهای ، منتهای

۱۲- الف) $A = [1, 2]$ و $B = [2, 5]$ ب) $A = W$ و $B = \mathbb{N}$ پ) $A = [1, 3]$ و $B = [-2, 2]$

۱۳- الف) اجتماع ب) زیر مجموعه پ) منتهای

۱۴- الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست ث) درست ج) درست

۱۵- الف) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ ب) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$ پ) $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$

ت) $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$ ث) $(2, 3] \cup [4, 7)$ ج) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۱۷- B

۱۸- A

۱۹- الف) ۱۱ نفر ب) ۹ نفر پ) ۱۸ نفر

۲۰- ۹ نفر در هر دو درس قبول شده اند . ۱۵ نفر فقط در یکی از دروس قبول شده اند .

۲۱- الف) ۱۴ نفر ب) ۶ نفر پ) ۲۵ نفر ت) ۱۸ نفر

۲۲- ۵

