



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

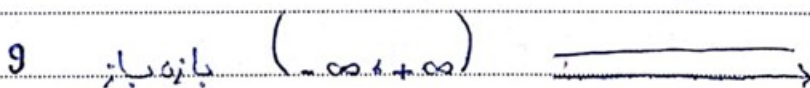
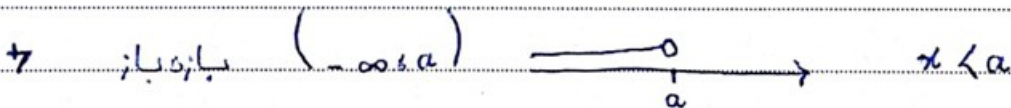
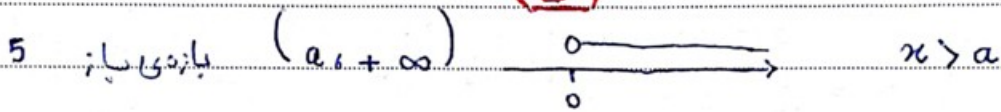
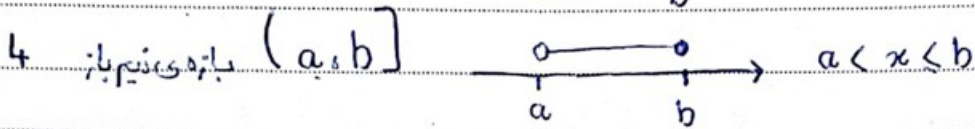
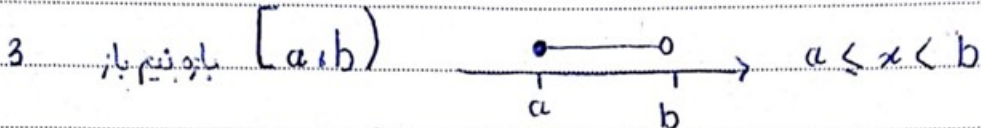
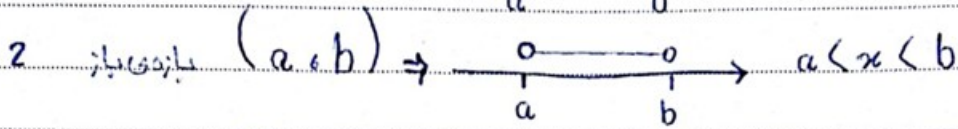
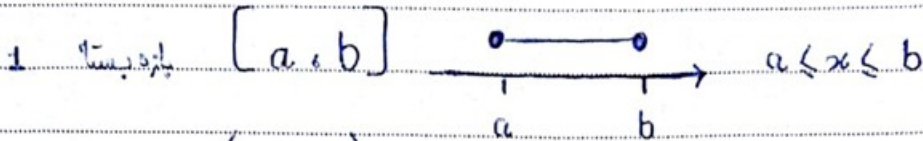
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

بازه ها:



تفاوت: جواب نامعادله ای  $1 < 2x \leq 4$  کدام بازه می باشد؟

$$1 < 2x \leq 4 \xrightarrow{\div 2} \frac{1}{2} < x \leq 2$$

$$[-2, 2] \quad 2$$

$$[-1, 1] \quad 1$$

$$\frac{1}{2} < x \leq 2 \Rightarrow \left[0, \frac{1}{2}\right]$$

$$\left[0, \frac{1}{2}\right] \quad 3 \quad \checkmark$$

$$[-2, 2] \quad 4$$

Arman

مسئله ۱: باسخت نامعادله  $x + 1 \leq 3x - 2 < 2x - 7$  به صورت کدام بازه است؟

$[-1, 3) - 2$        $(-5, 5] - 1$  ✓

$(-1, 3] - 3$        $[-4, 3] - 3$

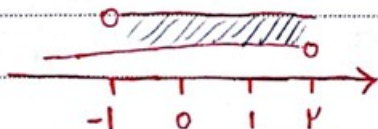
$$\begin{cases} 2x - 7 < 3x - 2 \Rightarrow 2x - 3x < -2 + 7 \Rightarrow -x < 5 \Rightarrow x > -5 \\ 3x - 2 \leq x + 1 \Rightarrow 3x - x \leq 1 + 2 \Rightarrow 2x \leq 3 \Rightarrow x \leq 1.5 \end{cases}$$



مسئله ۲: اگر عدد  $m$  متعلق به  $(m+2, 2m+1)$  باشد عدد  $m$  کدام است؟

$1 - m > -2$       ✓  $2 - 1 < m < 2$

$$(m+2, 2m+1) \Rightarrow \begin{cases} 2 > m+2 \Rightarrow 2 > m \Rightarrow m < 2 \\ 2 < 2m+1 \Rightarrow 2 < 2m \Rightarrow 1 < m \end{cases}$$

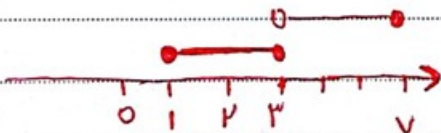


میتوانیم اگر عدد در بازه  $[2n-1, 2n+14]$  باشد بزرگترین بازه ای که می تواند اختیار کند کدام است ؟

1-  $[-2, 2]$  2-  $[-2, 2]$  3-  $[-3, 3]$  4-  $[-2, 3]$  5-  $[-2, 3]$

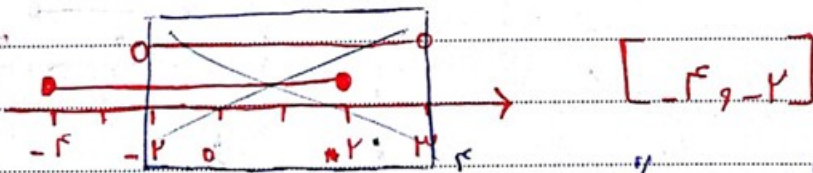
میتوانیم: فاصله شده عبارت  $[3, 7]$  و  $[1, 3]$  کدام بازه است ؟

1-  $[3, 7]$  2-  $[2, 4]$  3-  $[5, 7]$  4-  $[1, 7]$



میتوانیم: حاصل  $[-2, 2] - [-2, 3]$  کدام است ؟

1-  $[-2, -2]$  2-  $[-2, -2]$  3-  $[-2, -2]$  4-  $[-2, -2]$



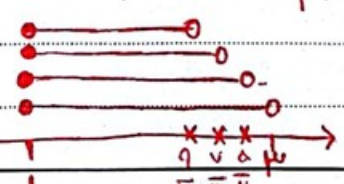
اگر  $A_n = [1, 2 + \frac{1}{n}]$  آنگاه  $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$  کدام است ؟

1-  $[1, \frac{9}{4}]$  2-  $[1, \frac{3}{2}]$  3-  $[1, \frac{4}{3}]$  4-  $\emptyset$

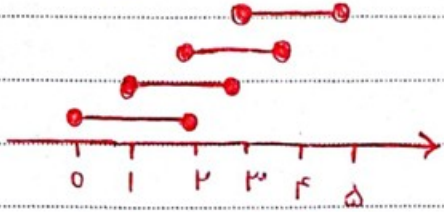
$A_1 = [1, 2 + \frac{1}{1}] = [1, 3]$   $A_2 = [1, 2 + \frac{1}{2}] = [1, \frac{5}{2}]$

$A_3 = [1, 2 + \frac{1}{3}] = [1, \frac{7}{3}]$

$A_4 = [1, 2 + \frac{1}{4}] = [1, \frac{9}{4}]$



1.  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$  و  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$  را برای  $A_n = [n-1, n+1]$  بیابید.   
 2. کدام مجموعه‌ها برابر است؟



1-  $\{x \mid 1 \leq x \leq \Delta\}$

2-  $\{x \mid 0 \leq x \leq \Delta\}$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = [0, \Delta]$  و  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{2\}$

3-  $\{x \mid 0 \leq x \leq \Delta, x \neq 2\}$

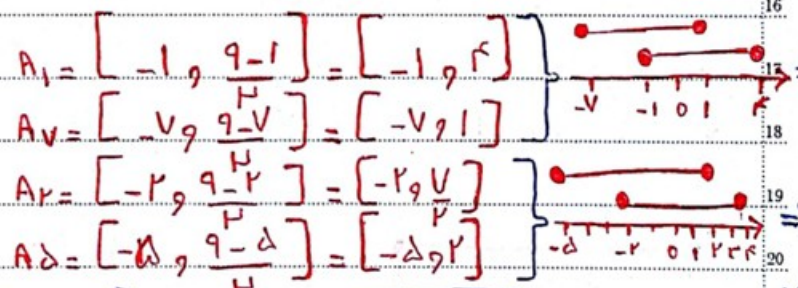
$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \setminus \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = [0, \Delta] - \{2\}$

4-  $\{x \mid 1 \leq x \leq \Delta, x \neq 2\}$

12. برای  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$  و  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$    
 13.  $(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3)$  را بیابید.   
 14.  $(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3)$  را بیابید.

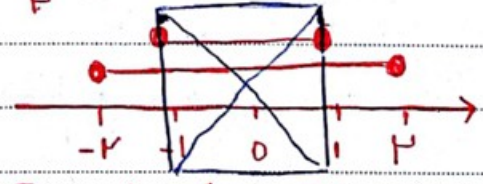
15.  $\bigcup_{i=1}^9 A_i = [-1, 2]$  و  $\bigcap_{i=1}^9 A_i = [-2, -1] \cup [1, 2]$

16.  $\bigcap_{i=1}^9 A_i = \emptyset$



$\Rightarrow [-1, 1]$

$\Rightarrow [-2, 2]$



$[-2, -1] \cup [1, 2]$

1 - قلمچی: کدام یک از اعداد زیر متعلق به مجموعه؟  
 $(-\infty, 3) \cap [2, 5)$

@Riazi\_Mahmoodi

7 - قلمچی: اگر  $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 4\}$  ~~مجموعه~~  
 آنگاه مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$  برابر کدام گزینه است؟

10  $\checkmark$  1-  $\mathbb{R} - (1, 4]$     2-  $\mathbb{R} - [1, 4)$     3-  $\mathbb{R} - [1, 4]$     4-  $\mathbb{R} - (1, 4)$

12 - کدام مجموعه زیر، نمایانگر  $\mathbb{R} - (-2, 1]$  است؟

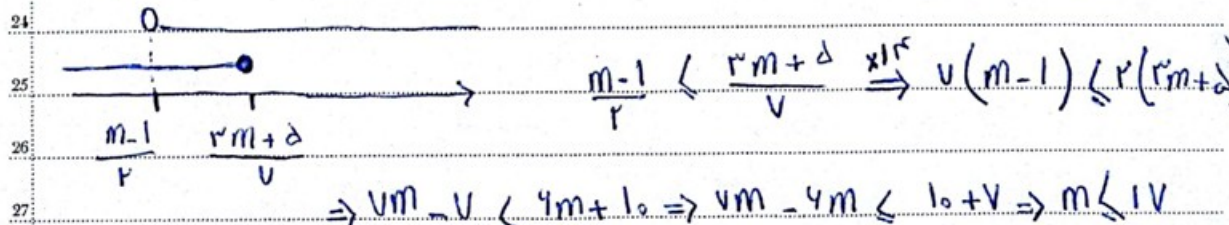
11 1)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2, x > 1\}$       2)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2, x > 1\}$

16 3)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ یا } x > 1\}$       4)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ یا } x > 1\}$



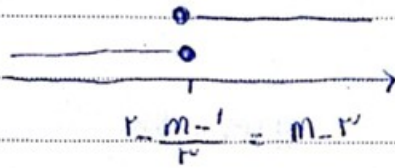
21 - گنج: اگر  $\left[ -\infty, \frac{3m+d}{v} \right] \cup \left( \frac{m-1}{r}, +\infty \right) = \mathbb{R}$  است؟

23 1)  $m=1$       2)  $m \geq 14$       3)  $m > 14$       4)  $m \leq 14$



1 - نشر اللمة:  $\mathbb{R} \cap \left[ \frac{m-1}{3}, 2 \right) \cup (-\infty, 2)$  متبوعه تا  
 2 عضون بائند، مقدار  $m$  کدام است؟

- 1) 1      2)  $\sqrt{2}$       3)  $\frac{1}{2}$       4) -1



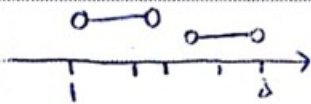
$x^2 \Rightarrow 4 - (m-1) = 2m - 9 \Rightarrow 4 - m + 1 =$

$2m - 9 \Rightarrow -m - 2m = -9 - 4 \Rightarrow$

$-3m = -14 \Rightarrow m = \frac{-14}{-3} = \boxed{m=4}$

10 - نشر اللمة:  $\mathbb{R} \cap (2 - a^2) \cap (1, 2 + a^2) = \emptyset$  متعلق به کدام بازه  
 است؟

- 1)  $(-\infty, 1]$       2)  $[1, +\infty)$       3)  $(-1, 1)$       4)  $[1, 0]$



$\Rightarrow 2 + a^2 < 2 - a^2 \Rightarrow a^2 + a^2 < 2 - 2 \Rightarrow$

$2a^2 < 0 \Rightarrow a^2 < 0 \Rightarrow -1 < a < 1$

@Riazi\_Mahmoodi

مجموعه، اللغو و دنباله «فصل اول»

مجموعه: هر دسته‌ای مشخص شده از اشیاء را یا یک مجموعه و آن اشیاء را اعضای آن مجموعه می‌نامند.

مجموعه‌ی تهی: مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه تهی می‌نامند و آن را با نماد  $\emptyset$  نشان می‌دهند.

دو مجموعه‌ی مساوی: اگر هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضوی از مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد می‌گویم  $A = B$ .

زیرمجموعه: اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که هر عضو A عضو B باشد می‌گویم A زیرمجموعه B است.

تلقا: مجموعه تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.  
تلقا: هر مجموعه زیرمجموعه‌ی خودش است.

نمایش مجموعه: مجموعه‌ها را با سازه‌ها، روش می‌توان نمایش داد:

- ۱- روش اعضای آن
- ۲- نمودار ورنج
- ۳- نماد ریاضی

مجموعه‌های ریاضی مهم:

- ۱- مجموعه اعداد طبیعی  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
- ۲- مجموعه اعداد صحیح  $W = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- ۳- مجموعه اعداد صحیح  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- ۴- مجموعه اعداد گویا  $Q = \{\frac{a}{b} | a \in Z, b \in N\}$
- ۵- مجموعه اعداد کمال  $Q' = \{x | x \notin Q\}$
- ۶- مجموعه اعداد حقیقی  $R = Q \cup Q'$



نکته: هر عدد عشاری که تعداد ارقام عشار آن بی شمار باشد و متناوب نباشد  $\mathbb{Q}$  است.  
 نکته: رابطه این مجموعه با صورت زیر است  $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

مثال:

مبتکران: کدام مجموعه زیر تهی است؟

1)  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$       2)  $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x-1 \in \mathbb{N}\}$

3)  $C = \{x | x \in \mathbb{R}, \frac{x}{\pi} \notin \mathbb{R}\}$       4)  $D = \{x | x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$

مسابقات ریاضی بلژیک: مجموعه  $E = \{1, 2, \dots, \{1, 2\}\}$  مفروض است. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

1-  $\{1, 2\} \in E$       2-  $\{1, 2\} \in E$       3-  $\emptyset \in E$       4-  $\{1\} \in E$

کدام بین: کدام مجموعه زیر تهی نیست؟

1-  $\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$       2-  $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$       3-  $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$       4-  $\mathbb{Z} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$

توجه: با ازای کدام مجموعه A و مجموعه‌های B هیچ عضوی ندارد  $B = \{x | x^2 < 1, x \in A\}$

1-  $\mathbb{W} - \mathbb{N}$       2-  $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$       3-  $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$       4- اعداد صحیح زوج

تعدادی ۹۴:  $A = \{1, 2, \dots, \{1, 2, 3\}\}$  و  $B = \{1, 2, 3, \dots, \{1, 2\}\}$  و  $C = \{1, 2, 3\}$  باشند. کدام رابطه درست است؟

1-  $A - B = C$       2-  $B - C = \emptyset$       3-  $B - C = \{1, 2\}$       4-  $A - B = \{C\}$

Arman

سراسری ۸۹: اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$  باشد مجموعه  $A - \{B\}$  چند زیر مجموعه ای غیر تهی دارد؟

۱-۳      ۳۱-۳      ۷-۲ ✓      ۳-۱

$$A - \{B\} \Rightarrow \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} =$$

$$2^4 - 1 = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$$

۲: اجتماع دو مجموعه:

مجموعه تمام اعضای است که یا به  $A$  یا به  $B$  (یا هر دو آنها) تعلق دارد.



@Riazi\_Mahmoodi

قوانین اجتماع:

1  $A \cup B = B \cup A$

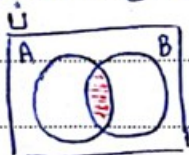
2  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

3  $A \cup \emptyset = A$

4  $\left\{ \begin{array}{l} A \subseteq A \cup B \\ B \subseteq A \cup B \end{array} \right.$

اشتراک دو مجموعه:

مجموعه ای تمام اعضای است که یا به  $A$  و هم به  $B$  تعلق داشته باشند.



Arman

تفاضل اشتراک:

1  $A \cap B = B \cap A$

2  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

3  $A \cap \phi = \phi$

4  $\begin{cases} A \cap B \subseteq A \\ A \cap B \subseteq B \end{cases}$

دو مجموعه‌ای جدا از هم:

دو مجموعه  $A$  و  $B$  آنکه  $A \cap B = \phi$  می‌گویند آن دو جدا از هم هستند.

قوانین ترتیب اجتماع و اشتراک

1  $A \cap B \subseteq A \cup B$

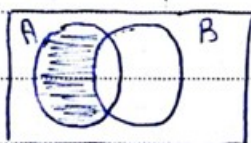
2  $\begin{cases} A \cap (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$

3  $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ (A \cup C) \cup B \end{cases}$

@Riazi\_Mahmoodi

تفاضل دو مجموعه

تفاضل دو مجموعه  $B$  از  $A$  مجموعه‌ای تمام اعضای  $A$  است که با  $A$  تعلق دارند ولی با  $B$  تعلق ندارد.



قوانین تفاسیل:

1.  $A - B \neq B - A$

2. 
$$\begin{cases} A - A = \emptyset \\ A - \emptyset = A \\ \emptyset - A = \emptyset \end{cases}$$

4.  $A - B \subseteq A$

5.  $A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$

3.  $A - B = A - (A \cap B)$

مورد خاص:  $A = B \Leftrightarrow A - B = B - A = \emptyset$

مثال:

تکلیف: اگر  $A \cup B \subseteq \emptyset$  آنرا کدام تقریباً صحیح درستی است؟

1-  $A = \emptyset \wedge B = \emptyset$       2-  $A = \emptyset \wedge B \neq \emptyset$

3-  $A = \emptyset \wedge B = \emptyset$       4-  $A \neq \emptyset \wedge B = \emptyset$  ✓

تکلیف: اگر  $A$  زیرمجموعه‌ای از  $B$  باشد، آنرا کدام تقریباً صحیح درستی است؟  $(A \subseteq B)$ 

1-  $(A \cup B) \cup B = A$       2-  $(A \cap B) \cup A = A$  ✓

1-  $(A \cup B) \cap A = B$       2-  $(A \cup B) \cap B = A$  ✓

کتاب: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ای غیر تهی و  $A \cup B \subseteq B$  آنگاه کدام گزاره درست است؟

- ۱-  $B \subseteq A$
- ۲-  $A \cap B = \emptyset$
- ۳-  $A \cap B = B$
- ۴-  $A \cap B = A$  ✓

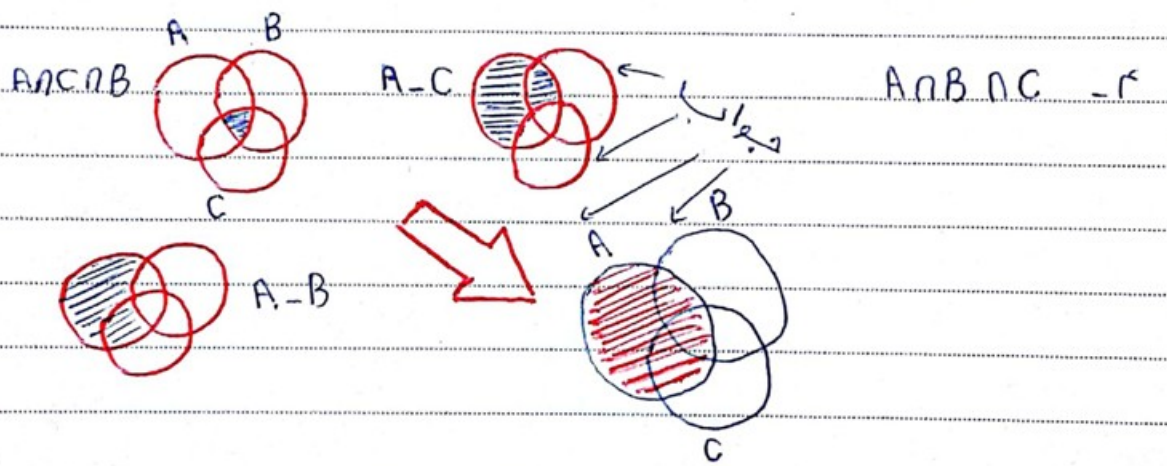
کتاب: اگر  $A \subseteq B$  باشد، حاصل مجموعه  $(A-B) \cap (A-C)$  کدام است؟

- ۱-  $C$
- ۲-  $A$
- ۳-  $B$
- ۴-  $\emptyset$  ✓

$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \Rightarrow (A - B) \cap (A - C) = \emptyset$

مبتکران: مجموعه  $(A \cap C \cap B) \cup (A - B)$  برابر است با:   
  $\rightarrow U(A - C)$

- ۱-  $A - (B \cap C)$
- ۲-  $A - (B \cup C)$
- ۳-  $A$  ✓



مبتکران: اگر  $\{2, 7, 4\} = \{9, x, 2, 4\} \cap \{7, 6, 2, y\}$  باشد، آنگاه  $x+y$  کدام است؟

- ۱-  $13$  ✓
- ۲-  $19$
- ۳-  $18$
- ۴-  $17$

$y=4$  و  $x=7 \Rightarrow 4+7=13$

قبلی بسز: اگر  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cap C = \emptyset$  آنگاه کدام نتیجه گیری درست است؟

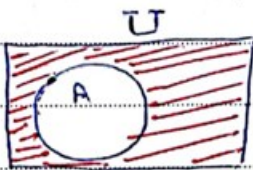
1-  $B \cap C = \emptyset$       2-  $B \cap C \neq \emptyset$       3-  $A \cap (B \cup C) = \emptyset$  ✓

4-  $A \cap (B \cap C) \neq \emptyset$

3

مجموعه‌ای مربع، مجموعه‌ای که همای مجموعه‌های مورد بحث؛ بر مجموعه آن باشد، مجموعه‌ای دایره‌ای یا مربع می‌نامیم و آن را با  $U$  یا  $M$  نشان می‌دهیم.

مجموعه‌ای متمم: اگر  $U$  مجموعه‌ای مربع باشد و  $A \subseteq U$  باشد آنگاه مجموعه‌ای  $A - U$  را متمم مجموعه‌ای  $A$  می‌نامیم و آن را با  $A'$  نشان می‌دهیم.



قوانین مجموعه مربع یا متمم

1  $(A')' = A$

4  $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

2 
$$\begin{cases} U' = \emptyset \\ \emptyset' = U \end{cases}$$

5  $A - B = A \cap B'$

3 
$$\begin{cases} A \cup A' = U \\ A \cap A' = \emptyset \end{cases}$$

6 
$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$

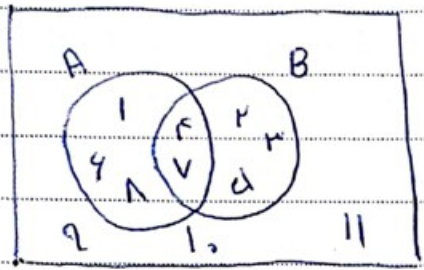
1 - مستطیلان: اگر مجموعه مرجع اعداد صحیح باشد  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $A = \{0, 1, 2\}$

2 - آنگاه  $(A \cup B)$  کدام مجموعه درست است؟

- 3
- 4 -  $\{1, 2\}$  - 1 ✓  $\{2, 3, 4\}$  - 2  $\{3, 4, 5\}$  - 3  $\{4, 5\}$  - 4

5

6 - مستطیلان: با توجه به نمودار، هر بار دو مجموعه  $A - B'$  کدام است؟



- 8 -  $\{4, 5, 7\}$  - 2 ✓  $\{4, 5, 6\}$  - 1
- 10 -  $\{1, 4, 6, 9\}$  - 3  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  - 4

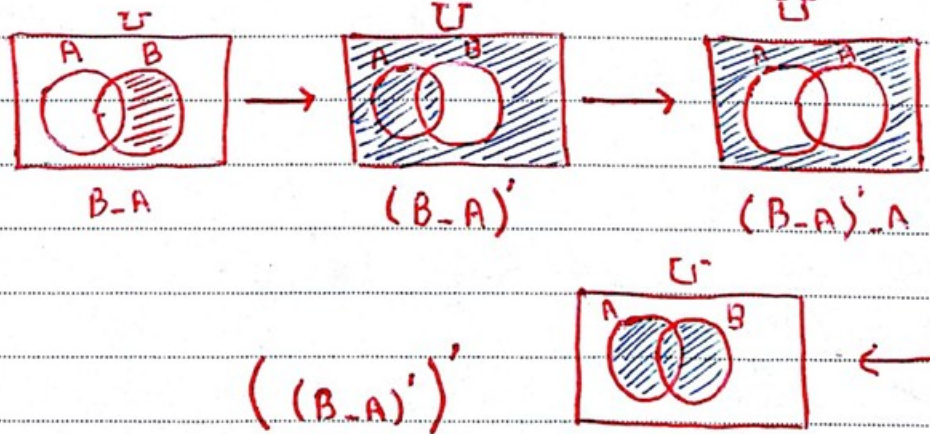
12 - مستطیلان: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ای ناتمام باشند و  $A - B = B - A$  باشد

13 - آنگاه کدام درست است؟

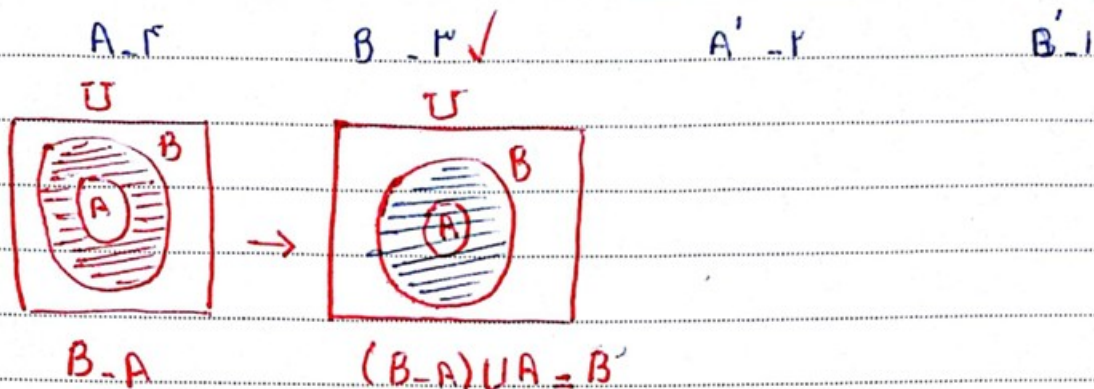
- 15 -  $A = B$  - 1 ✓  $A = B'$  - 2  $A \subseteq B'$  - 3  $B \subseteq A$  - 4

17 - کنترل: متمم مجموعه  $(B - A)'$  نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

- 20 -  $A \cup B$  - 1 ✓  $A \cap B$  - 2  $A - B$  - 3  $B$  - 4



سؤال: می‌دانیم  $A \subseteq B$  است حاصل  $(B-A) \cup A$  برابر کدام گزینه است؟



سؤال: اگر  $T \in A \cap B$  و  $T \in A' \cup B'$  باشد الزاماً

$A = B = \emptyset$  - ۴       $T \in A, B - ۳$        $T \in A \subseteq B - ۲$        $T = \emptyset - ۱ \checkmark$

از آنجا که  $T$  هم زیر مجموعه‌ای  $(A \cap B)$  و هم زیر مجموعه‌ای  $(A \cap B)'$  است و هیچ اشتراکی ندارد.

$A' \cup B' = (A \cap B)'$

$T \in (A \cap B)$

$T \in (A \cap B)'$

سؤال: اگر  $(B-A) \subseteq (B-A)'$  باشد آنگاه  $A' \cap B'$  کدام است؟

$B' - ۴$        $A' - ۳ \checkmark$        $U - ۲$        $\emptyset - ۱$

توجه: متمم مجموعه‌ای  $(A \cap B)'$  [  $A - (A \cap B)$  ] کدام است؟

$\emptyset - ۴ \checkmark$        $A' \cup B' - ۳$        $B' - ۲$        $U - ۱$



1 مجموعه‌ای متناهی: مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی است.  
2 مجموعه‌ای نامتناهی (ناپایان) است.  
3

4 مجموعه نامتناهی: مجموعه‌ای که نمی‌توان تعداد اعضای آن را با یک عدد حسابی  
5 بیان کرد، مجموعه‌ای نامتناهی (بی‌پایان) می‌نامیم.  
6

7 کدام مجموعه متناهی است؟

8  
9  $Z-N$  - 1  $R-W$  - 2  $Q-Z$  - 3  $Z-R$  - 4 ✓

10  
11 می‌دانیم  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی است، کدام مجموعه متناهی است؟

12  
13  $R-A$  - 1  $A \cap B$  - 2  $A-B$  - 3 ✓  $R-A$  - 4

14  
15 فرض کنیم  $B \subseteq A$  باشد، آنگاه کدام نیز نادرست است؟

16  
17 1- اگر  $A$  متناهی باشد، لزوماً  $B$  نیز متناهی است

18 2- اگر  $A$  نامتناهی باشد، لزوماً  $B$  نیز نامتناهی است

19 3- اگر  $B$  نامتناهی باشد، لزوماً  $A$  نیز متناهی است ✓

20 4- اگر  $B$  متناهی باشد، مجموعه  $A$  می‌تواند متناهی و نامتناهی باشد

21  
22  
23  
24 @Riazi\_Mahmoodi

25  
26  
27 Arman

تعداد اعضای مجموعه:

$$1 \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2 \quad n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$3 \quad n(A') = n(U) - n(A)$$

$$4 \quad n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

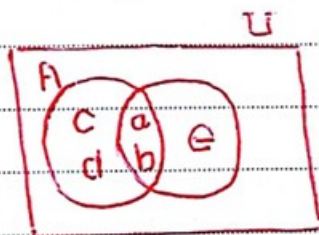
تفسیر: مجموعه  $A \cup B$  دارای ۵ عضو،  $A \cap B$  دارای ۲ عضو و  $A - B$  نیز دارای ۳ عضو است. مجموعه  $B - A$  چند عضو دارد؟

۱-۴ ✓

۲-۳

۳-۲

۴-۱


 $A \cup B = 5$  عضو

 $A - B = 3$  عضو

 $B - A = ?$ 

تفسیر: از ۵ دانش آموزان یک دبیرستان ۳ نفر در کلاس ادبیات و ۳ نفر در کلاس عربی و ۳ نفر در کلاس شرکت نمودند. چند نفر در هیچ یک از دو کلاس شرکت نکرده اند؟

$$31 - 23 = 8$$

$$31 - 23 = 8$$

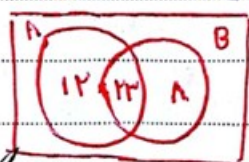
U

۱-۴ ✓

۷-۳

۲-۲

۵-۱


 $A = 12$  ادبیات

$$12 + 8 + 3 = 23$$

 $B = 8$  عربی

$$51 - 23 = 28$$

Arman

1- قلمچی: اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع  $U$  و  $n(A) = 14$  و  $n(A') = 19$  و  $n(B) = 14$  باشند، آنگاه  $n(B')$  کدام است؟

۷-۴

۹-۳

۸-۲

۱۲-۱ ✓

$$n(A') = n(U) - n(A) \Rightarrow 19 = n(U) - 14 \Rightarrow n(U) = 33$$

$$n(B') = n(U) - n(B) = 33 - 14 = 19$$

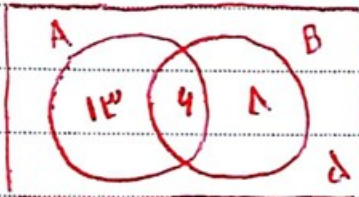
8- در یک کلاس درس ۱۹ نفر با تاریخ و ۱۴ نفر با جغرافی علاقه‌مند و ۹ نفر به هر دو درس و ۱ نفر به هیچ کدام از این دو درس علاقه‌ای ندارند این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۳۸-۴

۲۷-۳

۳۲-۲ ✓

۳-۱



$$\text{تعداد دانش‌آموز} = 13 + 4 + 9 + 4 = 30$$

18- قلمچی: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند، بطوریکه مجموعه  $A-B$  و  $B-A$  عضو مجموعه  $A \cup B$ ، هر عضو داشته باشند، آنگاه مجموعه  $A$  چند عضو دارند؟

۵-۴

۲-۳

۳-۲ ✓

۴-۱

23- قلمچی: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه و  $n(A-B) = 12$ ،  $n(B-A) = 15$  و  $n(A \cup B) = 31$  باشند، آنگاه  $n(A)$  کدام است؟

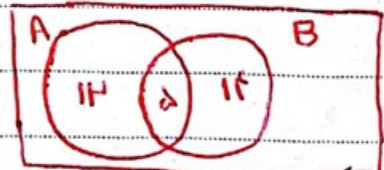
۲۳-۴

۲۱-۳

۱۹-۲

۱۷-۱

$$n(A) = (12 + 5) = 17$$



الگوی یک سافت، منظم از اشکال، تصاویر، صداها، نمادها، وقایع و یا اعداد است که ممکن است تکرار شوند یا رشد کنند و یا تریبی از این دو باشند.

الگوی قطری: اگر جمله  $n$ امی یک الگوی صریح  $t_n = an + b$  آن الگو را قطری می‌نامیم.

در الگوهای قطری اختلاف هر دو جمله متوالی ثابت و برابر با  $a$  است.

$$t_n = 2n + 2$$

$$n=1 \Rightarrow t_1 = 2(1) + 2 = 4$$

$$n=2 \Rightarrow t_2 = 2(2) + 2 = 6 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{cccc} & & t_2 & t_3 \\ & 4 & 6 & 8 \\ & & a=2 & 2 \end{array}$$

$$n=3 \Rightarrow t_3 = 2(3) + 2 = 8$$

$$n=4 \Rightarrow t_4 = 2(4) + 2 = 10$$

$$n=5 \Rightarrow t_5 = 2(5) + 2 = 12$$

قلمچی: در شکل مقابل تعداد نقاطها در طرح هفتم کدام است؟



شماره جمله	1	2	3	4
تعداد نقاط	1	4	9	16

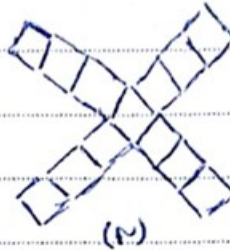
$$\Rightarrow t_n = an + b \Rightarrow t_n = 3n + 1$$

$$\begin{array}{l} n=1 \\ t_n=1 \end{array} \Rightarrow 1 = 3(1) + b \Rightarrow b = -2 \Rightarrow t_n = 3n - 2$$

$$t_7 = 3(7) - 2 = 19 \Rightarrow t_7 = 19$$

قدم می‌نمایم سافتم صرف  $\alpha$  المون زاير را داريم، با توجه به اين المون  
 دهمين شکل، داران چند مربع است؟

- ۱) ۲۹
- ۲) ۳۵
- ۳) ۴۱
- ۴) ۴۴



@Riazi\_Mahmoodi

شماره جمله	۱	۲	۳
تعداد نقاط	۹	۱۳	۱۷

$$\Rightarrow z_n = an + b$$

$$z_n = 4n + b \xrightarrow[n=1]{z_1=9} 9 = 4(1) + b \Rightarrow b = 5$$

$$z_n = 4n + 5 \Rightarrow z_{10} = 4(10) + 5 = 45 \Rightarrow z_{10} = 45$$

توجه: در يك المون قطبي، جهات سوم و هفتم با ترتيب ۷ و ۱۵ است. و جهات  
 بيستم کدام است؟

- ۱) ۳۵
- ۲) ۴۱
- ۳) ۴۲
- ۴) ۴۳

$$z_n = 7 \Rightarrow a(n) + b = 7 \Rightarrow 2a + b = 7$$

$$z_n = 15 \Rightarrow a(n) + b = 15 \Rightarrow 7a + b = 15$$

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 7a + b = 15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a=2 & \Rightarrow 2a + b = 7 \Rightarrow 4 + b = 7 \Rightarrow b = 3 \\ \Rightarrow z_{10} &= 2(10) + 3 = 23 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow z_{10} = 23$$

$$2a + b = 7$$

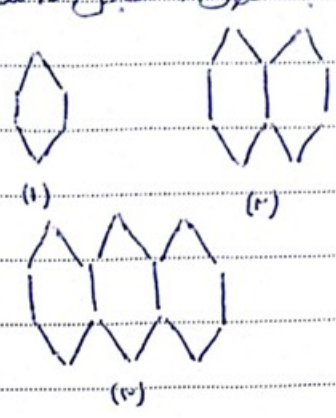
$$\Rightarrow b = 3$$

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ -7a - b = -15 \end{cases}$$

$$-5a = -8 \Rightarrow a = 2$$

تاج: با توجه به الگوی مقابل در شکل دوازدهم چند پاره خط وجود دارد ؟

- ۱) ۴۶
- ۲) ۴۱
- ۳) ۴۰
- ۴) ۴۵



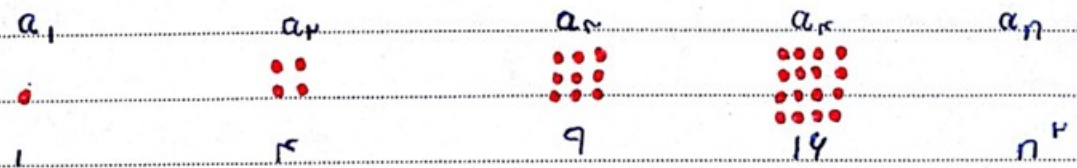
شماره جمله	۱	۲	۳
تعداد خط	۶	۱۱	۱۶

$$t_n = an + b \Rightarrow t_n = \Delta n + b \xrightarrow[n=1]{t_n=4} 4 = \Delta(1) + b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow t_n = \Delta n + 1$$

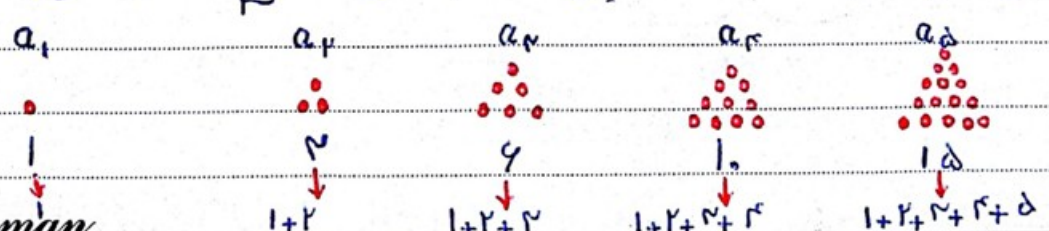
$$t_{12} = \Delta(12) + 1 \Rightarrow t_{12} = 41$$

الگوهای غیر خطی: الگوهای عدد دارند که فیل نیستند یعنی اختلاف هر دو جمله متوالی آن ها مقدار ثابتی نیست. معروف ترین این الگوها الگوهای مربعی مثلثی و الگوهای درجا دوم هستند.

الگوهای مربعی: الگوی است که جملات آن توان درج اول طبیعی هستند و جمله عمومی آن ها به صورت  $a_n = n^2$  می باشد.



الگوی مثلثی: جمله عمومی این الگو به شکل  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$  می باشد.



نکته: جمله عمومی الگوی مثلثی برابر با مجموع اعداد طبیعی ا تا n است.

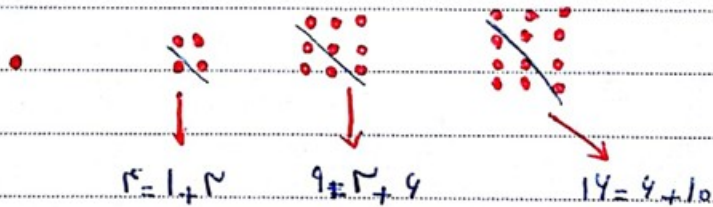
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مثال: جمله هفتم یک دنباله مثلثی چند نقطه دارد؟

$$a_{17} = \frac{17 \times 18}{2} = 153$$

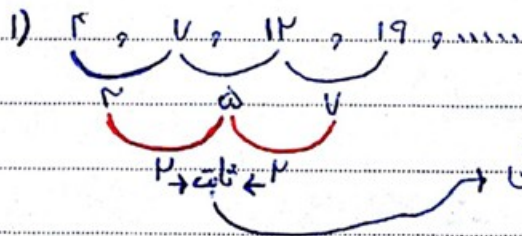
نکته: اگر الگوی مثلثی  $\{a_n\}$  و الگوی مربعی  $\{b_n\}$  نمایش دهیم، داریم:

$$\begin{cases} b_1 = a_1 = 1 \\ b_n = a_n + a_{n+1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

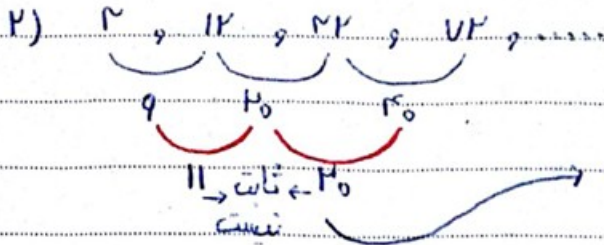


$$b_n = a_1 + a_2 \quad b_m = a_2 + a_3 \quad b_p = a_3 + a_4$$

الگوی درجه دوم: الگوی هابی که جمله عمومی آن به شکل  $t_n = an^2 + bn + c$  باشد را، الگوی درجه دوم می نامند در هر الگو درجه دوم اختلاف جمله متوالی تشکیل یک الگو خطی با ضریب ثابت  $2a$  می دهند. ( $A \neq 0$ )

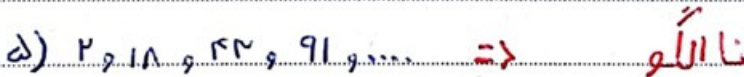
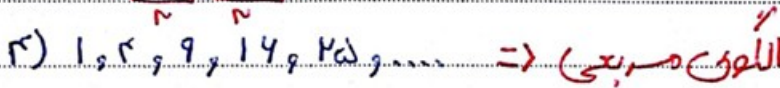
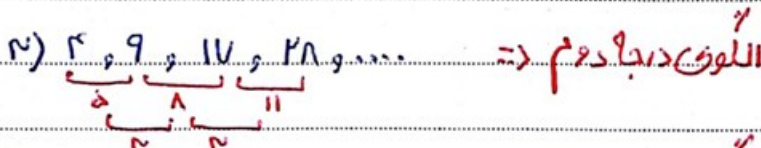
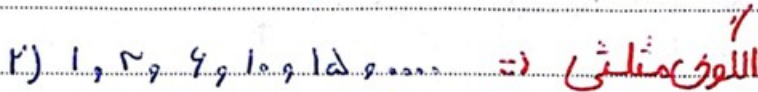
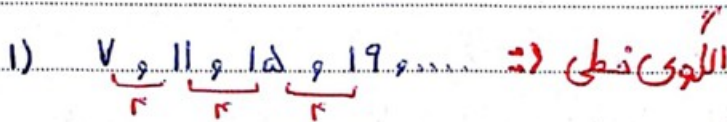


الگوی درجه دوم  $\Rightarrow$  الگوی خطی

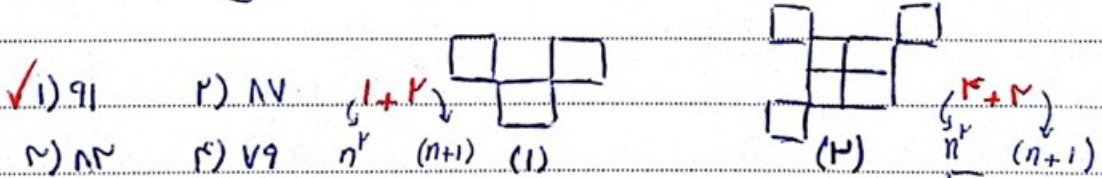


الگوی درجا دم نیست  $\Rightarrow$  الگوی خطی

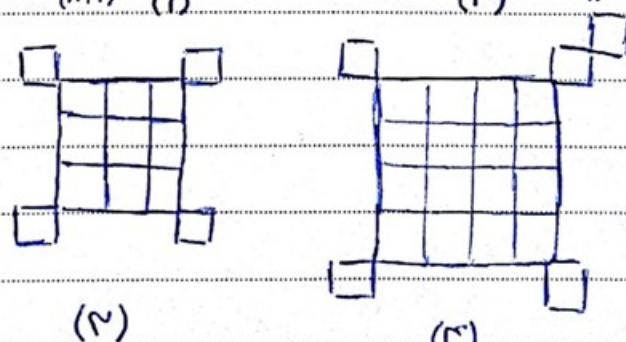
مثال: نوع الگوهای زیر، امتحان کنید



قلمچی: در الگو مقابل، شکل شماره ۹ چند مربع کوچک دارد؟



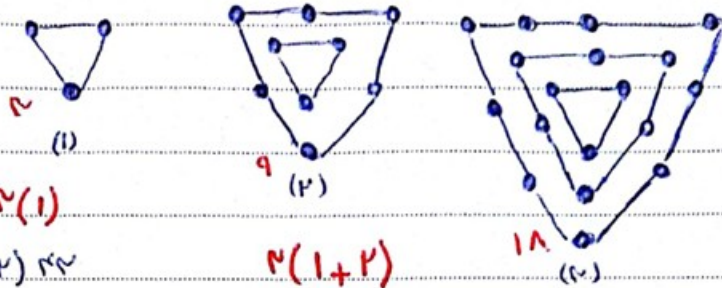
$a_n = n^2 + (n+1)$   
 $a_9 = 9^2 + (9+1)$   
 $\Rightarrow a_9 = 81 + 10 \Rightarrow 91$



$n^2 + (n+1)$        $n^2 + (n+1)$



قلمچی: باتوجه به الگوی زیر و شکل ششم از چند نقطه تشکیل شده است.



$n$   
 $(1)$   
 $n(1)$   
 $1) ۳$       $۲) ۳۳$   
 $۳) ۵۳$       $\checkmark ۴) ۶۳$   
 $۹$   
 $(۲)$   
 $n(1+۲)$   
 $۱۸$   
 $(۳)$   
 $n(1+۲+۳) \Rightarrow$

$(1, 2, 3, \dots, n) = n \times (n+1)$

$a_n = n \times \frac{n(n+1)}{n} \Rightarrow a_4 = 4 \times \frac{4 \times 7}{2} = 4 \times 14 = 56$

دمباله: هر تعداد عدد که پشت سر هم قرار می‌گیرند، ایک دمباله می‌نامند. این اعداد، جمله‌ها نامیده می‌شوند. دمباله‌ها، با شکل  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$  نمایش می‌دهند. در آن، جمله اول  $a_1$ ، جمله اول  $a_2$ ، جمله دوم و با همین ترتیب  $a_n$  جمله  $n$  یا جمله عمومی می‌شود.

مثال: مجموع جمله‌های اول، سوم و پنجم دنباله با جمله عمومی  $a_n = n^2 + 1$  کدام است؟

$1) ۳۵$       $۲) ۳۶$   
 $۳) ۳۷$       $\checkmark ۴) ۳۸$   
 $a_1 = 1^2 + 1 = ۲$   
 $a_۳ = ۳^2 + 1 = ۱۰$   
 $a_۵ = ۵^2 + 1 = ۲۶$

$a_1 + a_۳ + a_۵ = ۲ + ۱۰ + ۲۶ = ۳۸$

قلمچی: جمله عمومی دنباله این به صورت  $a_n = bn^2 + cn$  است. اگر جمله اول و دوم این دنباله به ترتیب برابر ۳ و ۸ باشند، جمله دهم آن کدام است؟

$$1) ۴ \quad 2) ۸۰ \quad a_1 = 3 \Rightarrow b(1)^2 + c(1) = 3 \Rightarrow b + c = 3$$

$$3) ۱۲۰ \quad 4) ۱۴۰ \quad a_2 = 8 \Rightarrow b(2)^2 + c(2) = 8 \Rightarrow 4b + 2c = 8$$

$$x(-2) \begin{cases} b+c=3 \\ 4b+2c=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2b-2c=-4 \\ 4b+2c=8 \end{cases} \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow b=1$$

$$b+c=3 \Rightarrow c=2 \Rightarrow a_n = n^2 + 2n \Rightarrow a_{10} = 10^2 + 2(10) = 120$$

$$1+c=3$$

قلمچی: اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 2(-2)^{n+1}$  باشد، جمله پنجم این دنباله برابر ۱۲۸ است.

$$1) \text{ هفتم} \quad 2) \text{ پنجم} \quad 2(-2)^{n+1} = 128$$

$$3) \text{ چهارم} \quad 4) \text{ هشتم} \quad \Rightarrow (-2)^{n+1} = \frac{128}{2} = 64$$

$$\Rightarrow (-2)^{n+1} = (-2)^4 \Rightarrow n+1=4 \Rightarrow n=3$$

قلمچی: چند جمله از دنباله  $a_n = 2n - 13$  منفی است؟

$$a_n < 0 \Rightarrow 2n - 13 < 0 \Rightarrow$$

$$2n < 13 \Rightarrow n < \frac{13}{2} \Rightarrow n < 6.5$$

$$\Rightarrow \text{چهار جمله اول منفی}$$

$$1) \text{ سه جمله} \quad 2) \text{ چهار جمله}$$

$$3) \text{ دو جمله} \quad 4) \text{ بیست و چهار}$$

1 قلمچی دالر پند جملهی اولی یک دنباله؟ صورت  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$  و  $\frac{5}{6}$  باشد جملهی عمومی آن به کدام صورت است؟

1)  $a_n = \frac{2n-1}{n}$       2)  $a_n = \frac{2n+1}{n}$

3)  $a_n = \frac{2n+1}{2n}$       4)  $a_n = \frac{2n-1}{2n}$

8 گنج: اگر جمله  $(3n-2)$  ام یک دنباله به صورت  $\frac{2\sqrt{n+d}}{n^2+2}$  باشد جملهی خفتم این دنباله کدام است؟

1)  $\frac{\sqrt{n}}{12}$       2)  $\frac{\sqrt{2}}{n}$

$a_{3n-2} = \frac{2\sqrt{n+d}}{n^2+2}$

3)  $\frac{\sqrt{2}}{n}$       4)  $\frac{\sqrt{n}}{12}$

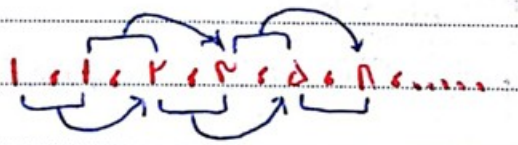
$3n-2=1 \Rightarrow 3n=3 \Rightarrow n=1$

$n=1 \Rightarrow a_1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{1+d}}{1^2+2} = \frac{2\sqrt{1}}{12} \Rightarrow$

$\frac{2\sqrt{1+d}}{12} \Rightarrow \frac{\sqrt{1+d}}{6}$

16 گنج: جملهی نهم دنباله  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots$  کدام است؟

- 1) 21      2) 34
- 3) 35      4) 55



$\Rightarrow T_n = T_{n-1} + T_{n-2}$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89

سراسری ۹۵: در یک دنباله اعداد  $a_1 = 1$  برای  $n > 2$  داریم  $a_n = 2a_{n-1} + 1$   
 جمله هفتم این دنباله کدام است؟

1) ۱۲۷

۲) ۱۵۹

$n=2 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + 1$

۳) ۲۳۷

✓ ۴) ۲۵۵

$n=3 \Rightarrow a_3 = 2a_2 + 1$

هر جمله از حاصل ضرب جمله قبلی در عدد ۲ و ۱ علاوه  
 یک ساخته می شود.

۱، ۳، ۷، ۱۵، ۳۱، ۶۳، ۱۲۷، ۲۵۵

مبتکران: با فرض  $a_n = \frac{kn+v}{pn-d}$  و  $b_n = \frac{kn+d}{n-r}$  ازای کدام  $k$  تساوی  $a_k = b_k$  برقرار است؟

۱) ۸

۲) ۹

$a_k = \frac{kn+v}{kn-d}$

$b_k = \frac{kn+d}{k-r}$

۳) ۱۰

✓ ۴) ۱۱

$a_k = b_k \Rightarrow \frac{kn+v}{kn-d} = \frac{kn+d}{k-r} \Rightarrow$

$(kn-d)(kn+d) = (k-r)(kn+v) \Rightarrow$

$kn^2 - 2d = kn^2 + vk - nk - r^2 \Rightarrow$

$-2d + r^2 = vk - nk - r^2 \Rightarrow$

$-11 = -k \Rightarrow k = 11$

@Riazi\_Mahmoodi

مبتکران: جمله  $(2n-1)$  ام یک دنباله بر حسب  $n$  برابر است با  $\frac{2n^2+1}{2n+1}$  جمله  
 عمومی  $a_n$  کدام است؟

✓ ۱)  $\frac{n^2+2n+2}{n+2}$

۲)  $\frac{n^2-1}{n-2}$

$a_{2n-1} = \frac{2n^2+1}{2n+1} \Rightarrow$

$\frac{(2n-1)^2 + 2(2n-1) + 2}{(2n-1) + 2} \Rightarrow$

۳)  $\frac{2n^2-1}{2n-1}$

۴)  $\frac{n^2-2n+2}{n-2}$

$a_n = \frac{n^2+2n+2}{n+2}$

تکلم در دنباله اعداد  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$  ، جمله بیست و دوم کدام

است ؟  $n=1 \Rightarrow a_2 = a_1 + 2(1) + 1 = 4$

۱) ۴۸۴      ۲) ۵۱۷       $1 + 2 + 1 = 4$

۳) ۵۲۹      ۴) ۵۷۴       $n=2 \Rightarrow a_3 = a_2 + 2(2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9$

۱ ، ۴ ، ۹ ، ...  $\Rightarrow$  الگوی مربعی

$a_{22} = (22)^2 = 529$

نشر الگو: جمله بیستم دنباله  $a_n = (-1)^n \times \frac{n-1}{4n+4}$  برابر  $\frac{-1}{4}$  است ؟

۱) جمله بیستم      ۲) جمله بیستم       $(-1)^n \times \frac{n-1}{4n+4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow$

۳) جمله بیستم      ۴) جمله بیستم

$(-1)^n = -1$  فرض است

$\times \frac{n-1}{4n+4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow$

@Riazi\_Mahmoodi

$\frac{-n+1}{4n+4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow -2n-4 = -4n+4$

$\Rightarrow 2n = 10 \Rightarrow n = 5$

نشر الگو: دو دنباله کدام است ؟  $a_n = \frac{n-2}{4n-5}$  و  $b_n = \frac{4n-4}{12n}$  جمله مشترک

۱)  $\frac{1}{5}$       ۲)  $\frac{1}{4}$   
۳)  $\frac{1}{6}$       ۴) صفر

$a_n = b_n \Rightarrow \frac{n-2}{4n-5} = \frac{4n-4}{12n} \Rightarrow$

$12n(n-1) = (4n-4)(4n-5) \Rightarrow$

$12n^2 - 12n = 16n^2 - 20n - 20n + 20 \Rightarrow$

$a_n = \frac{n-2}{4n-5} = \frac{0}{0} = 0 \Leftrightarrow 16n = 20 \Rightarrow n = 2$

Arman

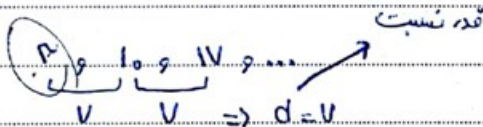
دنبالای حسابی: هرگاه یک سری اعداد دنبال هم بیایند به طوری که فاصله‌ی بین جملات مقدار ثابتی باشند به آن دنباله‌ی حسابی گفته می‌شود و به آن مقدار ثابت قدرنسبت می‌گویند. جملات عمومی دنباله‌ی حسابی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

جملات عمومی  $a_n$  ←  
 ← جملات اول  
 ← قدرنسبت

توجه: جملات عمومی یک دنباله‌ی حسابی یک دنباله‌ی قطعی است یعنی جملات عمومی آن به صورت  $a_n = an + b$  است که در آن ضریب  $n$  قدرنسبت دنباله و جمله‌ی اول مجموع ضرایب یعنی  $a+b$  است.

مثال: در دنباله زیر جملات بیست و یکم را بدست آورید.



$$a_{21} = (a_1) + 20d$$

$$\Rightarrow 2 + (20 \times 7) =$$

$$2 + 140 = 142$$

$$a + b = 2 \Rightarrow 7 + b = 2$$

$$\Rightarrow b = -5 \quad \bullet \quad a_n = 7n - 5$$

مثال: در دنباله‌ی زیر جملات چهل و هشتم را بدست آورید.

۱۱، ۹، ۷، ...

d = -2      -2

$$a_{48} = a_1 + 47d$$

$$\Rightarrow 11 + (47 \times -2) =$$

$$11 - 94 = -83$$

$$a + b = 11 \Rightarrow -2 + b = 11$$

$$\Rightarrow b = 13$$

$$a_n = -2n + 13$$

مثال: در دنباله‌ی زیر جملاتی هستند دو چهارم را بدست آورید.

$$17, 22, 27, \dots$$

$d = d$

$$\begin{aligned} a_{100} &= a_1 + 99d \\ &= 17 + (99 \times d) \\ &= 17 + 99d = 222 \end{aligned}$$

\* قلم چی: در دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی  $a_n = (k-2)n^2 + (k+1)n + k$  جملاتی دهم و قدر نسبت دنباله‌ی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

1) 21 و 2      2) 21 و 2       $\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} K-2=0 \Rightarrow K=2$

✓ 3) 24 و 2      4) 24 و 2       $a_n = 2n + 2 \Rightarrow a_1 = 2 \times 10 + 2 = 22$

قلم چی: در دنباله‌ی  $(n-1)$ ام یک دنباله‌ی حسابی به صورت  $n-5$  باشد، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

1) 2      ✓ 2) 2

3)  $\frac{2}{5}$       4)  $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} a_{n-1} &= n-5 \\ n=1 &\Rightarrow a_1 = 1-5 = -4 \\ n=2 &\Rightarrow a_2 = 2-5 = -3 \end{aligned}$$

@Riazi\_Mahmoodi

$$11-2 = 9 \Rightarrow 9 \div 2 = 4.5$$

2 و 11 و ...

$d = 4$

قلم چی: در دنباله‌ی حسابی 105 و 14 و 7 چند جمله وجود دارد؟

1) 13      2) 14

✓ 3) 15      4) 17

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)d \\ 105 &= 7 + (n-1) \times 14 \\ 105 &= 7 + 14n - 7 \\ 105 &= 14n \Rightarrow n = \frac{105}{14} \Rightarrow n = 15 \end{aligned}$$

Arman

مثال: اگر جمله یک دنباله حسابی به صورت زیر باشد جمله دوازدهم را بدست آورید.

$$x, y, V, z, P, t, K, 4U, \dots$$

$$d = \frac{a_8 - a_7}{8 - 7} = \frac{4U - V}{8 - 7} = \frac{4U - V}{1} = 4U - V$$

$$d = \frac{a_{12} - a_8}{12 - 8} \quad * \quad \frac{12}{1} = \frac{a_{12} - 4U}{4}$$

$$a_{12} \stackrel{?}{=} 4U = 48 \Rightarrow a_{12} = 48 + 4U \Rightarrow a_{12} = 112$$

نکته: اگر  $a_n, a_m$  دو جمله از جمله یک دنباله حسابی باشند، آنکاه داریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

@Riazi\_Mahmoodi

مثال: در دنباله حسابی زیر جمله بیست و سوم را بدست آورید.

$$d = \frac{a_7 - a_2}{7 - 2} = \frac{27 - 9}{5} = \frac{18}{5} = 4$$

$$d = \frac{a_m - a_7}{m - 7} \Rightarrow 4 = \frac{a_{23} - 27}{23 - 7} \Rightarrow a_{23} \stackrel{?}{=} 27 = 119 \Rightarrow a_{23} = 119 + 27$$

$$\Rightarrow a_{23} = 146$$

مثال: در دنباله حسابی جمله هفتم و یازدهم به ترتیب ۱۳ و ۴۹ می باشد، جمله شانزدهم را بدست آورید.

$$d = \frac{a_7 - a_{11}}{7 - 11} = \frac{13 - 49}{-4} = \frac{-36}{-4} = 9$$

$$d = \frac{a_{16} - a_{11}}{16 - 11} \Rightarrow \frac{a_{16} - 49}{5} = 9 \Rightarrow a_{16} - 49 = 45 \Rightarrow a_{16} = 94$$



مثال: بین ۷ و ۴۷ چهار واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47$$

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4-1} = \frac{47-7}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

مثال: بین ۳ و ۴۴ پنج واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 44$$

$$d = \frac{a_6 - a_1}{6-1} = \frac{44-3}{5} = \frac{41}{5} = 8\frac{1}{5}$$

مثال: بین ۱۳ و ۴۷ یک واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$13, 30, 47 \quad d = \frac{a_2 - a_1}{2-1} = \frac{47-13}{1} = \frac{34}{1} = 34$$

نکته: اگر  $x, y, z$  سه جمله‌ای متوالی از یک دنباله حسابی باشند،  $x$  و  $y$  واسطه‌ای حسابی گفته می‌شوند و داریم:

$$y = \frac{x+z}{2}$$

$$\frac{13+47}{2} = \frac{40}{2} = 30$$

قلمچی: اعداد  $2p+4, 2p+4, 2p+4$  و  $5p-1$  سه جمله‌ای متوالی یک دنباله حسابی هستند.

فرد نسبت این دنباله کدام است.

$$2p+4 = \frac{5p-1+2p+4}{2} \Rightarrow 4p+8 = 7p+2 \Rightarrow 4p-7p = 2-8 \Rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p=2$$

۱) ۴      ۲) ۵  
۳) ۴      ۴) ۷

$$4p-7p = 2-8 \Rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p=2$$

میانگین

$$\underbrace{15, 22, 29}_{p=2} \Rightarrow d=7$$



1 قلم بی دینامی دنباله‌ای حسابی  $t_8 - t_9 = 14$  است. مقدار  $t_8 - t_1$  کدام است؟

3) 1) n      2) 14       $t_8 - t_9 = 14 \Rightarrow t_1 + 7d - (t_1 + 8d) = 14$   
 4)  $\sqrt{3}$       3) صفر       $\Rightarrow t_1 + 7d - t_1 - 8d = 14$   
 5)  $\Rightarrow -d = 14 \Rightarrow d = \frac{14}{-1} = -14$

7)  $t_8 - t_1 = t_1 + 7d - t_1 = 7d \Rightarrow 7 \times (-14) = -98$

9) قلم بی: دنباله‌ای چند از دنباله‌ای حسابی اول و 1، 2، 3، ... برابر 14 است.

11) 1) هفتم       $\sqrt{2}$  2) هشتم       $2K - 1 = \frac{-2 + 7}{1} \Rightarrow 2K - 1 = 5 \Rightarrow$   
 12) 3) نهم      4) دهم       $2K = 6 \Rightarrow K = \frac{6}{2} \Rightarrow$   
 13)  $\frac{-2}{1} + \frac{2}{1} + \frac{7}{1} + \dots$

15)  $a_n = 22 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 22$

@Riazi\_Mahmoodi

16)  $\Rightarrow -2 + (n-1)d = 22 \Rightarrow$

17)  $-2 + dn - d = 22 \Rightarrow dn = 24 \Rightarrow \frac{24}{d} = n$

19) نکته: تفاضل جمله‌های دهم از جمله‌های دوازدهم یک دنباله‌ای حسابی  $d$  و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم 24 است، جمله بیست و نهم این دنباله کدام است؟

22) 1) 25      2) 24       $a_{12} - a_9 = d \Rightarrow a_1 + 11d - (a_1 + 9d) = d \Rightarrow$   
 23)  $\sqrt{2}$  3) 21, d      4) 21, d       $a_1 + 11d - a_1 - 9d = d \Rightarrow 2d = d \Rightarrow d = \frac{d}{2}$

25)  $a_1 + a_{12} = 2d \Rightarrow a_1 + 9d + a_1 + 11d = 2d$        $a_{12} = a_1 + 11d \Rightarrow \frac{-2d}{2} + (10 \times \frac{d}{2})$   
 26)  $2a_1 + 10d = 2d \Rightarrow 2a_1 + (10 \times \frac{d}{2}) = 2d$        $\Rightarrow \frac{-2d}{2} + d = 0 \Rightarrow \frac{-2d + 2d}{2} = \frac{0d}{2} \Rightarrow$   
 27)  $2a_1 + 10d = 2d \Rightarrow a_1 = \frac{-2d}{2}$       21, d

Arman

1 نکته: در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول، مجموع پنج جمله بعدی آن  
 2 می‌باشد، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

$$1) 4, d \quad 2) 1$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 12$$

$$3) 1, d \quad 4) 9$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 12$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 4d = 12$$

$$a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 20$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d = 20$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 20d = 20$$

$$\Rightarrow 5(a_1 + 4d) = 20 \Rightarrow a_1 + 4d = 4$$

$$\begin{cases} 4a_1 + 4d = 12 \\ a_1 + 4d = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 4d = 12 \\ -a_1 - 4d = -4 \end{cases} \Rightarrow 3a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{8}{3}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow a_{11} = \frac{8}{3} + (10 \times \frac{1}{3}) = \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$a_1 + 4d = 4 \Rightarrow \frac{8}{3} + 4d = 4 \Rightarrow 4d = 4 - \frac{8}{3} = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

تلم چی: اگر دریل دنبالی حسابی  $z_{1n} = 40$  و  $z_{10} - z_{11} = 2r_0$  باشد، جملاتی  
 ۱۲۵ کدام است؟

①  $z_{1n} = 40 \Rightarrow z_1 + 27d = 40$  ۱)

$z_{10} - z_{11} = 2r_0 \Rightarrow (z_{10} - z_{11})(z_{10} + z_{11}) = 2r_0 \Rightarrow$

$(z_1 + 27d - z_1 + 28d)(z_1 + 27d + z_1 + 28d) = 2r_0 \Rightarrow$

$rd(2z_1 + 55d) = 2r_0 \Rightarrow nd(z_1 + 27d) = 2r_0$  ②

$nd \times 40 = 2r_0 \Rightarrow d = \frac{2r_0}{n \times 40} = \frac{1}{2n}$

$z_1 + 27d = 40 \Rightarrow z_1 + (27 \times \frac{1}{2n}) = 40 \Rightarrow z_1 = 40 - \frac{27}{2n} = \frac{80n - 27}{2n} = \frac{9n}{2}$

$z_{10} = z_1 + 27d = \frac{9n}{2} + (27 \times \frac{1}{2n}) = \frac{9n}{2} + \frac{27}{2n} = \frac{127}{2} = 63,5$

تلم چی: دریل دنبالی حسابی، جملاتی اول  $13$ ، جملاتی  $13$  و  $10$  و تعداد جملاتی  
 ۹۱ است، این دنباله چند جملاتی مثبت دارد؟

- ۱) ۲۴      ۲) ۲۲      ۳) ۲۵      ۴) ۲۷

$a_1 = -13$  و  $a_{91} = 10$  و  $d = \frac{a_{91} - a_1}{91 - 1} \Rightarrow \frac{10 - (-13)}{90} = \frac{23}{9} = \frac{4}{10} = 0,4$

$-13, -12,4, \dots, 10$        $a_n > 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d > 0$

$-13 + 0,4(n-1) > 0 \Rightarrow 0,4(n-1) > 13 \Rightarrow 0,4n > 13,4$

$n > \frac{13,4}{0,4} \Rightarrow n > 33,5 \Rightarrow n > 34$       تعداد جملات =  $91 - 34 + 1 = 58$

قلمچی: اگر در یک دنباله حسابی با جمله اول عمومی  $t_n$  داشته باشیم  $t_1 = 144$  و  $t_2 = 14$ ، اندازه اولین جمله مثبتی این دنباله کدام است.

$$1) - 8$$

$$2) - 4$$

$$3) - 2$$

$$4) - 1$$

@Riazi\_Mahmoodi

راه حل درست:  $d = \frac{t_1 - t_2}{1 - 2} \Rightarrow t_1 = 14 + 144 \Rightarrow t_1 = 182$

$$tn < 0 \Rightarrow t_1 + (n-1)(-8) < 0 \Rightarrow n > \frac{190}{8}$$

$$\Rightarrow 182 - 8n + 8 < 0 \Rightarrow n > \frac{190}{8} \Rightarrow 182 - 8n + 8 < 0 \Rightarrow n > 23.75$$

$$\Rightarrow -8n + 190 < 0 \Rightarrow n > 23.75 \Rightarrow$$

$$t_{24} = t_1 + 23d = 182 + (23 \times -8) = 182 - 184 = -2$$

تایم: در دنباله‌ی حسابی ... ۲۰۸ و ۲۰۴ ... کدام جمله صفر است؟

۱) ۲۲

۲) ۵۱

۳) ۲۴

۴) ۵۲ ✓

۲۰۸, ۲۰۴, ...  
 $d = -۴$

$a_n = 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d \Rightarrow$

$۲۰۸ + (n-1)(-۴) \Rightarrow$

$۲۰۸ - ۴n + ۴ = 0 \Rightarrow$

$-۴n = -۲۱۲ \Rightarrow n = \frac{-۲۱۲}{-۴} = ۵۳$

تایم: کدام یک از دنباله‌های زیر، دنباله‌ی حسابی است؟

دوجه یک

۱)  $a_n = n + 1$  ✓

۲)  $a_n = n^2$

۳)  $a_n = \frac{1}{n}$

تایم: اگر در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی عمومی به صورت  $a_n = \frac{v(n+1)}{p}$  باشد، قدر نسبت کدام است؟

۱)  $\frac{v}{p}$  ✓

۲)  $\frac{v}{p}$

۳)  $\frac{v}{p}$

۴)  $\frac{v}{p}$

$a_1 = \frac{v(1)+1}{p} = \frac{v}{p} = \frac{v}{p}$

$a_2 = \frac{v(2)+1}{p} = \frac{2v}{p}$

$d = \frac{a_2 - a_1}{2 - 1} \Rightarrow \frac{2v}{p} - \frac{v}{p} = \frac{v}{p}$

تایم: جمله‌ی هشتم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت دو برابر جمله‌ی سیزدهم آن است. جمله‌ی دو آن برابر جمله‌ی دهم آن است؟

۱) ۵ برابر ✓

۲) ۲ برابر

۳) ۲ برابر

۴) ۲ برابر ✓

$a_8 = 2a_{13} \Rightarrow a_1 + 7d = 2(a_1 + 12d)$

$a_1 + 7d = 2a_1 + 24d \Rightarrow -17d = a_1$

$\frac{a_2}{a_{13}} \Rightarrow \frac{a_1 + d}{a_1 + 12d} \Rightarrow \frac{-17d + d}{-17d + 12d}$

$\frac{-17d}{-5d} = 2$

Arman

1.  $a_1 + a_9 = -2$        $a_2 + a_8 = 2$        $a_3 + a_7 = 2$        $a_4 + a_6 = 2$        $a_5 + a_5 = 2$        $a_6 + a_4 = 2$        $a_7 + a_3 = 2$        $a_8 + a_2 = 2$        $a_9 + a_1 = -2$

2. حاصل  $a_1 + a_9 = -2$  است

3. 1)  $-\frac{d}{4}$       2)  $-\frac{5d}{4}$        $a_4 + a_4 = 2 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 3d = 2$

4.  $\Rightarrow 2a_1 + 6d = 2$

5. 3)  $-\frac{d}{4}$       4)  $-\frac{5d}{4}$        $a_1 + a_9 = -2 \Rightarrow a_1 + 8d + a_1 + 8d = -2$

6.  $\Rightarrow 2a_1 + 16d = -2$

$$a_{13} + a_{13} \Rightarrow a_1 + 12d + a_1 + 12d = 2a_1 + 24d$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 6d = 2 \\ 2a_1 + 16d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 6d = 2 \\ -2a_1 - 10d = 2 \end{cases} \Rightarrow -4d = 4 \Rightarrow d = -1$$

$$2a_1 + 6d = 2 \Rightarrow 2a_1 + \frac{-6d}{1} = 2 \Rightarrow 2a_1 = 2 + \frac{6d}{1} \Rightarrow 2a_1 = \frac{2 + 6d}{1}$$

$$2a_1 = \frac{2 + 6d}{1}$$

$$2a_1 + 24d = \frac{2 + 6d}{1} + 24 \times \frac{-d}{1} = \frac{2 + 6d - 24d}{1} = \frac{2 - 18d}{1} = \frac{-16d + 2}{1}$$

تاج در دنباله حسابی به جمله‌های اول و پنجم آن به ترتیب 2 و 19 باشند.  
جمله چندم ده است

1)  $r | 12$       2)  $r | 12$

3)  $r | 12$       4)  $r | 12$

@Riazi\_Mahmoodi

$$a_1 = 2 \quad a_5 = 19 \Rightarrow d = \frac{a_5 - a_1}{5 - 1} = \frac{19 - 2}{4} = \frac{17}{4} = 4.25$$

$$a_n = 10 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 10 \Rightarrow 2 + (n-1) \left(\frac{17}{4}\right) = 10$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{17n}{4} - \frac{17}{4} = 10 \Rightarrow \frac{17n}{4} = 10.75 \Rightarrow n = \frac{10.75 \times 4}{17} = 2.5$$



نتیجه بین دو عدد  $\sqrt{17} - 5$  و  $5 + \sqrt{17}$  چند عدد منتهای قرار دادند اعداد حاصل تشکیل دنباله‌ای حسابی با قدر نسبت 1 بدهند؟

1) 5      2) 9       $\sqrt{17} - 5$        $5 + \sqrt{17}$   
 3) 10      4) 11       $a_1$        $a_n$

$$d = 1 \Rightarrow d = \frac{a_n - a_1}{n - 1} \Rightarrow 1 = \frac{5 + \sqrt{17} - \sqrt{17} - 5}{n - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{10}{n - 1} \Rightarrow n - 1 = 10 \Rightarrow n = 11 \quad \text{تقریب جمله}$$

تعداد جمله‌ها بین این دو عدد =  $11 - 1 = 10$

نتیجه مجموع جمله‌های اول و دوم یک دنباله‌ای حسابی 8 و حاصل ضرب جمله‌های دوم و چهارم 20 است قدر نسبت دنباله قدر است؟

1) 2      2) 2       $a_1 + a_4 = 8 \Rightarrow a_1 + a_1 + 3d = 8$   
 3) 2      4) 2       $\Rightarrow 2a_1 + 3d = 8 \Rightarrow 2(a_1 + d) = 8 \Rightarrow$   
 $a_1 + d = 4$

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} \Rightarrow a_2 \times a_4 = 20 \Rightarrow 2 \times a_4 = 20$$

$$a_4 = 10$$

$$\frac{10 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

@Riazi\_Mahmoodi

نایب: در یک دنباله حسابی معکوس با جملات صحیح حاصل پنج جمله متوالی برابر ۵۰- و حاصل جمع ششین پنج جمله برابر ۲۰ است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

$$\text{جملات: } a_1 - rd, a_1 - d, a_1, a_1 + d, a_1 + rd$$

$$\text{حاصل ششین: } a_1 - rd + a_1 - d + a_1 + a_1 + d + a_1 + rd = 5a_1 = 20 \Rightarrow a_1 = 4 \Rightarrow$$

$$4 - rd, 4 - d, 4, 4 + d, 4 + rd \Rightarrow$$

$$\text{حاصل ششین: } (4 - rd)(4 - d)(4)(4 + d)(4 + rd) = -20 \Rightarrow 4r^2 - 4rd - 14d + d = -20$$

$$14 - rd$$

$$14 - rd$$

$$(14 - rd^r)(14 - d^r) = \frac{-20}{r} \Rightarrow r(4 - d^r)(14 - d^r) = -10$$

$$\Rightarrow (4 - d^r)(14 - d^r) = \frac{-10}{r} \Rightarrow (4 - d^r)(14 - d^r) = 10$$

$$\Rightarrow d^r - 10d^r + 99 = 0 \Rightarrow (d^r - 11)(d^r - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d^r - 11 = 0 \Rightarrow d^r = 11 \\ d^r - 9 = 0 \Rightarrow d^r = 9 \end{cases} \begin{cases} d = \sqrt{11} \\ d = -\sqrt{11} \\ d = 3 \\ d = -3 \end{cases}$$

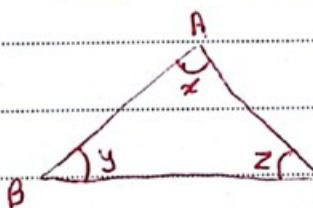
نایب: اگر زاویه‌های یک مثلث متشابه دنباله حسابی بدهند. یک زاویه این مثلث مضروب برابر است با:

$$1) 30^\circ$$

$$2) 90^\circ$$

$$\checkmark 3) 40^\circ$$

$$4) 75^\circ$$



$$\Rightarrow x < y < z$$

$$\Rightarrow y = \frac{x+z}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = x+z$$

$$x + y + z = 180$$

$$x + z + y = 180$$

$$\Rightarrow 2y + y = 180$$

$$\Rightarrow y = 60$$

نام: در یک دنباله حسابی  $a_7 + a_8 + a_{11} = 24$  می باشد، آنک حاصل  $a_2 + a_{10}$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & 1) 18 \quad 2) 24 \quad a_1 + 4d + a_1 + 7d + a_1 + 11d = 24 \\ & \sqrt{3) 24} \quad 4) 27 \quad \Rightarrow 3a_1 + 12d = 24 \Rightarrow 3(a_1 + 4d) = 24 \\ & \Rightarrow a_1 + 4d = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_1 + 12d + a_1 + 12d = a_2 + a_{10} \\ & \Rightarrow 2a_1 + 24d \Rightarrow 2(a_1 + 12d) = 2 \times 8 = 16 \end{aligned}$$

نام: در یک دنباله حسابی  $a_1 + a_3 + a_5 = 12$  می باشد،  $a_7 + a_9 = 8$  باشد، کدام است.

$$1) 7 \quad 2) 4 \quad \sqrt{3) 5} \quad 4) 2$$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{a_1 + 7d - a_1}{7} = \frac{7d}{7} \Rightarrow d = 1$$

$$a_1 = a_1 + (1-1)d = a_1 + 0 = 1 \quad a_7 = 1 + (7-1)d = 7$$

$$a_9 = 1 + 8d = 9$$

@Riazi\_Mahmoodi

Arman

دنباله هندسی: هرگاه یک سری اعداد دنبال هم بیایند به طوری که هر جمله از حاصل ضرب جمله قبل در مقدار ثابتی باشد یا آن دنباله هندسی گفته می شود و با آن مقدار ثابت قدرنسبت می نویسیم.

جمله عمومی دنباله های هندسی از رابطه زیر بدست می آید:

شماره جمله  $\rightarrow$   

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$
 جمله اول  $\swarrow$   
 جمله n ام  $\searrow$

مثال: در دنباله زیر، جمله یازدهم را با بدست آورید.

$$3, 6, 12, 24, \dots$$

$$\Rightarrow q = 2$$

$$a_{11} = a_1 \cdot q^{10} = 3(2)^{10} = 3 \times 1024 = 3072$$

مثال: در دنباله زیر جمله هفتم را بدست آورید.

$$7, 21, 63, \dots$$

$$\Rightarrow q = 3$$

مثال: در دنباله هندسی صعودی، جمله پنجم را بدست آورید.

$$g = \frac{a_m}{a_n} \quad (m-n)$$

نشان دهید: در دنباله هندسی صعودی،  $a_5 = 10$  و  $a_8 = 1$  داریم:

$$x, d, y, z, 2, 4, 8, 16, \dots \quad g^{(9-2)} = \frac{a_9}{a_2} = 11 \Rightarrow g^7 = 11^7$$

$$g = \pm 11 \Rightarrow g = 11 \Rightarrow g^{(9-4)} = \frac{a_9}{a_4} = 11^5 \Rightarrow 11^5 = \frac{a_9}{1} \Rightarrow \frac{a_9}{1} = 11^5$$

$$a_9 = 11^5 \times 1 = 161051$$

@Riazi\_Mahmoodi

مثال: بین ۷ و ۲۲۴ چهار واسطه هندسی قرار دهید.

$$7, 14, 28, 56, 112, 224$$

$$g^{(4-1)} = \frac{a_4}{a_1} \Rightarrow g^3 = \frac{224}{7} = g^3 = 32 \Rightarrow g = 2$$

مثال: بین ۸ و ۴۳۸ سه واسطه هندسی قرار دهید.

$$8, \pm 16, 32, \pm 64, 128$$

$$g^{(3-1)} = \frac{a_3}{a_1} = g^2 = \frac{438}{8} = g^2 = 54.75 \Rightarrow g = \pm \sqrt{54.75}$$

مثال: بین ۹ و ۴ یک واسطه هندسی قرار دهید  
 آن را  $x, y, z$  نامید:

نکته: سه جمله اول متوالی از یک دنباله هندسی باشند، با  $y$  واسطه هندسی  
 گفته می شود و داریم:

$$y^2 = x \cdot z$$

$$x, (x), 9 \quad x^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

نکته: اگر  $a, 2b, a-4, a-2, a+4$  جمله های یک دنباله هندسی باشند،  
 آنگاه  $a+b$  کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

$$(a-2)^2 = (a+4)(a-4)$$

۳) ۱۴

۴) ۲۲

$$a^2 + 4 - 4a = a^2 - 16 \Rightarrow$$

$$-4a = -16 \Rightarrow a = 4$$

جمله های دنباله:  $10+4, 10-2, 10-4, 2b-10 \Rightarrow 14, 8, 6, 2b-10$

$$g = \frac{1}{r} \Rightarrow 4 \times \frac{1}{r} = 2 \Rightarrow 2b-10 = 2 \Rightarrow b = 4$$

نکته: اگر  $A, 2p+1, 2p$  و  $2p-4$  دنباله هندسی تشکیل دهند  
 آنگاه  $A$  کدام است؟

۱)  $\sqrt{5}$

۲) ۵

$$(2p)^2 = (2p-4)(2p+1)$$

۳) ۲۵

۴)  $\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow 4p^2 = 4p^2 + 2p - 8p - 4$$

$$\Rightarrow p^2 - 2p + 4 = 0 \Rightarrow (p-2)^2 = 0 \Rightarrow p = 2$$

جمله های دنباله:  $25, 10, 5, A = \frac{5}{2}$

$$p = 2$$

نکته: اعداد  $2^a$ ,  $2^b$ ,  $2^{\sqrt{2}}$  سه جمله متوالی از دنباله هندسی اند. واسطه‌ای حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

- ✓ ۱)  $2/d$       ۲)  $2$   
 ۳)  $1/d$       ۴)  $\sqrt{2}$

$$(2^{\sqrt{2}})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^{2\sqrt{2}} = 2^{a+b}$$

$$\Rightarrow 2^d = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = d$$

$$a, x, b \Rightarrow x = \frac{a+b}{2} = \frac{d}{2} = 2/d$$

نکته: اگر جمله  $n$ ام،  $n$  ششم، دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است

حسابی:  $a_n = a_1 + 2d$

۱)  $\frac{2}{3}$       ۲)  $\frac{2}{5}$

$a_4 = a_1 + 3d$

۳)  $2$       ۴)  $\frac{2}{7}$

$a_{12} = a_1 + 11d$

هندسی:  $a_1 + 2d$ ,  $a_1 + 3d$ ,  $a_1 + 11d$

واسطه حسابی  
 $(a_1 + 3d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 11d) \Rightarrow a_1^2 + 6ad + 9d^2 = a_1^2 + 13ad + 11d^2$

$$\Rightarrow -7ad + 2d^2 = 0$$

$$\Rightarrow -7d(a_1 + 2d) = 0 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -7d = 0 \Rightarrow d = 0 \times \\ a_1 + 2d = 0 \Rightarrow a_1 = -2d \end{array} \right.$$

$$g = \frac{a^r}{a^i} \Rightarrow g = \frac{2d}{d} = 2$$

\* راه حل تری:  $a_3, a_4, a_{12}$   
 $\frac{a_4}{a_3} = \frac{a_{12}}{a_4} \Rightarrow g = \frac{4}{2} = 2$

قلمچی: در یک دنباله حسابی، عملیات جمع، تفریق، ضرب، تقسیم می‌توانند سایر عملیات متوالی از یک دنباله هندسی باشند، چندمین جمله این دنباله عددی، صفر است.

۱) ۹                      ۲) ۱۰  
 ۳) ۱۱                      ۴) ۱۲                      حسابی

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_9 = a_1 + 8d \end{cases} \Rightarrow \text{هندسی} \Rightarrow a_1 + d, a_1 + 4d, a_1 + 8d$$

$$(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 8d) \Rightarrow a_1^2 + 8d^2 + 12a_1d = a_1^2 + 10a_1d + 4d^2$$

$$\Rightarrow 2d^2 + 2a_1d = 0 \Rightarrow 2d(10d + a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \times \\ 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0 \end{cases}$$

قلمچی: جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $t_n = \frac{r^{n-1}}{r}$  است. مجموع جمله اول، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۱)  $\frac{7}{9}$                       ۲)  $\frac{7}{2}$   
 ۳)  $\frac{1}{2}$                       ۴)  $\frac{1}{4}$

$$t_1 = \frac{r^{1-1}}{r} = \frac{r}{r}$$

$$t_2 = \frac{r^{2-1}}{r} = \frac{1}{r} \Rightarrow g = g' = \frac{1}{\frac{r}{r}} = \frac{1}{r}$$

$$t_1 + g = \frac{r}{r} + \frac{1}{r} = \frac{r+r}{r} = \frac{7}{4}$$

قلمچی: جمله بیستم از دنباله حسابی ۳، ۰، ۳، ... با جمله پنجم از دنباله هندسی ۲، ۶، ۱۸، ... برابر است.

- ۱) چهارم                      ۲) پنجم                      ۳) هفتم                      ۴) هشتم

$$\text{دنباله حسابی} = a_n = a_1 + 19d \Rightarrow -2 + (19 \times 2) = -2 + 38 = 36$$

$$\text{دنباله هندسی} = a_n = 36 \Rightarrow a_1 \cdot 2^{n-1} = 36 \Rightarrow 2(2)^{n-1} = 36$$

$$\Rightarrow 2^{n-1} = 18 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^3 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$



