

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



تهیه کننده:  
مهدی حسین زاده

معلم:  
آقای عزیزی

۹۹/۰۹/۲۷

آقای عزیزی

The image features a hand-drawn collage of mathematical and scientific formulas and diagrams on a chalkboard background. The formulas include:

- $\log_a(x) = -\log_a\left(\frac{1}{x}\right)$
- $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$
- $\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$
- $a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma = c^2$
- $E = mc^2$
- $y = x^2 + a$
- $v = f\lambda$
- $PV = nRT$
- $\omega = 2\pi f$
- $V = IR$
- $\frac{dP}{dt} = \text{sinh}^2 + \dots$
- $\frac{[H_2O]^2}{[H_2]^2}$
- $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{E}{kT_0^2}$
- $\frac{1}{Y}$

Diagrams include a triangle with sides  $a, b, c$  and angles  $\alpha, \beta, \gamma$ ; a parabolic graph; a sine wave; a circuit diagram with a battery, a switch, a resistor, a voltmeter, and an ammeter; and a 3D geometric diagram with vertices  $H, C, H$  and angles  $109^\circ$ .

دهم / تجربی الف

تعلق داشتن  $\in$  یا زائستن  $\notin$

۱- باید آکولاد داشته باشد.

۲- آکولاد را حذف کنیم و هر باقی ماند عضو مجموعه

مجموعه

کافی است آکولاد اول و آخر را حذف کنیم هر چه

باقی ماند عضو ماست شود.

مثال: درستی یا نادرستی عبارت های زیر را برای مجموعه

بنویسید.

الف  $\{1\} \in A \checkmark$       ب  $\{2\} \in A \times$

ج  $\{2, 1\} \in A \checkmark$       د  $\{2\} \notin A \checkmark$

ه  $\{2\} \in A \checkmark$       و  $\{1\} \notin A \checkmark$

$$A = \{[1, 2], [2, 1]\}$$

مثال: الف  $\{2\} \subseteq A \checkmark$       ب  $\{2, [1]\} \subseteq A \times$

ج  $\emptyset \subseteq [1] \checkmark$       د  $\{2, [1]\} \subseteq A \times$

ه  $\{2, [1]\} \subseteq A \times$       و  $\{2, [1]\} \subseteq A \times$

ز  $\{2, [1]\} \subseteq A \checkmark$       ح  $\{2\} \subseteq A \times$

$$B = \{[1], 2, [1, 2]\}$$

- |  |   |
|--|---|
| الف $\{1\} \in A \quad \times$                 | مثال: $\{A\} \subseteq A \quad \checkmark$            |
| ب $\{1\} \subseteq A \quad \checkmark$         | ج $\{\emptyset, \{1\}\} \subseteq A \quad \checkmark$ |
| پ $\emptyset \in A \quad \checkmark$           | د $\{\{1\}\} \in A \quad \times$                      |
| ت $\{\emptyset\} \subseteq A \quad \checkmark$ | خ $\{1, \{1\}\} \not\subseteq A \quad \times$         |

$$C = \{1, \{1, \emptyset\}, \{\emptyset, \{1\}\}\}$$

اعمال روی مجموعه: اجتماع: همی اعضا را داخل

یک مجموعه بنویسید. [ولی تکراری نشود].

اشتراک: عضوهای مشترک در مجموعه را داخل یک

مجموعه بنویسید.

تفاضل: دو من را کلاً حذف کن و اشتراک ما را هم

حذف کن. هر چه ماند از اولی تفاضل است.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی را که  $N$  و مجموعه اعداد حسابی  $W$

و مجموعه اعداد صحیح  $Z$  حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

Subject: نکات قبول

Page: 99 Date: 4/24

$W \cup N = W$

$W - N = [0]$   $Z - W =$

$Z \cap N = N$

$N - W = \emptyset$   $[1, 2, 3, \dots]$

$W \cap N = N$

$W - Z = \emptyset$

بازه = برای نمایش اعداد بین هر دو عدد دلخواه از بازه استفاده کنیم.

بازه باز = یعنی پرانتز \* یعنی علامت کوچکتر مساوی را ندارد \*

یعنی تو خالی \* یعنی غیر قابل قبول.

بازه بسته = یعنی کروشه \* یعنی علامت کوچکتر یا مساوی را دارد \*

یعنی تو پر \* یعنی وجود دارد و قابل قبول است.

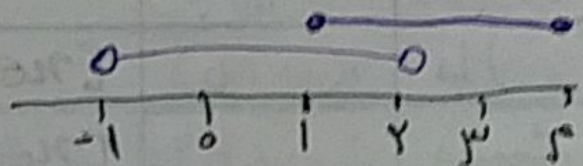
نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ها	نمایش هندسی
باز	$(a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
باز و از راست بی‌نهایت	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
باز و از چپ بی‌نهایت	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	
نیم باز بسته و از راست بی‌نهایت	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم باز بسته و از چپ بی‌نهایت	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
بی‌نهایت	$(-\infty, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$	
قابل قبول، یعنی خود a و b هم حساب می‌شود و در غیر قابل قبول دلتا کس است			

نوع بازه	بازه	مجموعه‌های نمایش	مسئله بازه ها نمایش
نیم باز	$(2, 5]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 5\}$	
باز و از چپ بی کران	$(-\infty, 3)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$	
نیم باز و از راست بی کران	$[-2, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$	

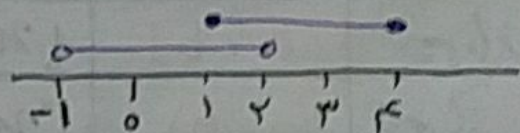
مسئله بازه 2 = بازه های  $A = (-1, 2)$  و  $B = [1, 4]$  را در

نظر بگیرید. اجماع و اشتراک و تقاضی آن ها را بیابید.

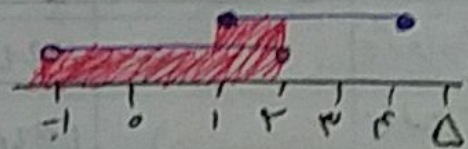
الف)  $A \cup B = (-1, 4]$



ب)  $A \cap B = [1, 2)$



ج)  $B - A = [2, 4]$



نکته: اینها روی هر عدد بوزا اول آن را رسم می کنیم. 2- هر وقت

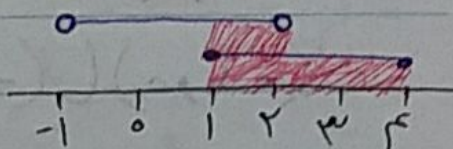
در محور در مرحله تقاضی: اگر پایینی تو خالی بود،

در پاسخ علامت باز ( قرار من دهیم. و اگر توی بر بود

در پاسخ علامت کرونه [ قرار من دهیم. همه این

حالت ها به سرفلی که بالای در محور تویر باشد. [ بسته باشد ]

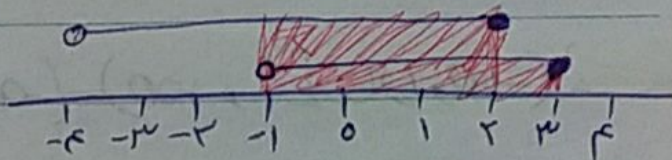
$A - B = (-1, 1)$



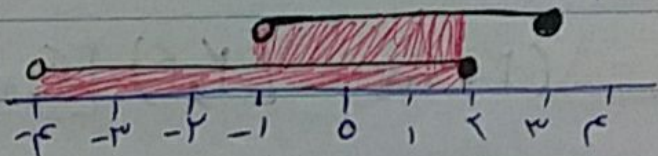
مثال بازه ها ۳ = اگر  $A = (-4, 2]$  و  $B = (-1, 3]$

حاصل عبارت علی زیر را بیابید.

$A - B = (-4, -1]$

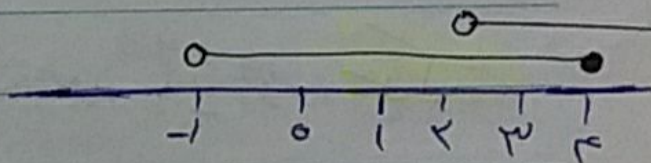


$B - A = (2, 3]$

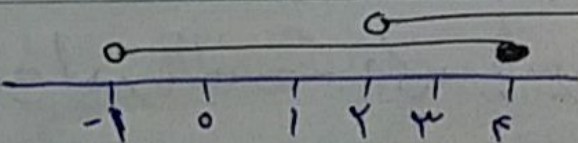


مثال بازه ها ۴ :  $B = (2, +\infty)$  و  $A = (-1, 4]$  اگر

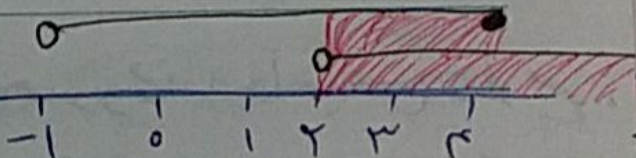
$A \cup B = (-1, +\infty)$



$A \cap B = (2, 4]$

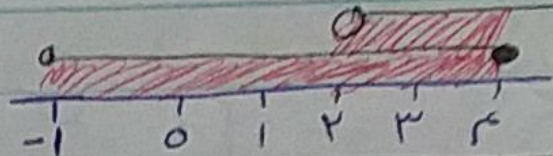


$A - B = (-1, 2]$





$$B - A = (-\infty, 4)$$



مسئله بازه ۵ = حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم

بازه‌های آن‌ها روی محور به دست آورید.

A B

الف)  $(-\infty, 4) \cup (-2, 5) = (-2, 5)$

ب)  $(-\infty, 6] \cap (2, 9) = (2, 6]$

پ)  $(-\infty, 10) \cap (6, 10] = (6, 10]$

د)  $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty) = (-\infty, +\infty)$

ه)  $(-\infty, 2) - [2, 4) = [4, +\infty)$

و)  $[2, 4) - (3, +\infty) = [2, 3]$

اگر به جایی U، ∩ گذاشتند بود باید توجه = نکته

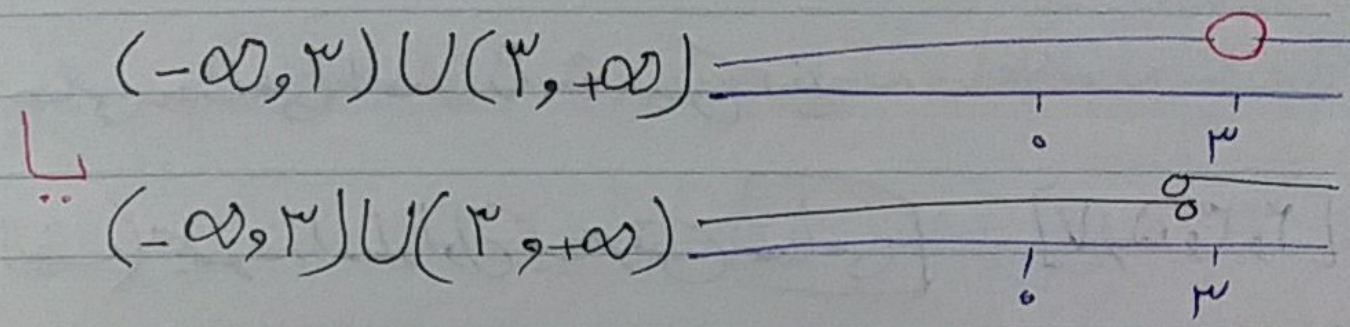
کرد که جواب گوی شد، چون ا در بالا است یکی در پایین

و اگر آن اهم توفالی بود باید به این صورت جوابی داریم:

$$(-\infty, +\infty) - [1]$$

تمرین = مجموعه  $[۳]$  - R را روی محور نشان داده و سپس

آن را بصورت اجتماع دو بازه بنویسید.



مجموعه متناهی = مجموعه‌هایی مانند A را که تعداد اعضای

آن‌ها یک عدد حسابی است، مجموعه متناهی می‌نامند.

مجموعه نامتناهی = مجموعه‌ای که انحصار ندارد [متناهی نیست].

مثال = متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

(الف)  $A_2 = [۱, ۲, ۳, ۴, ۹, ۱۲, ۱۱, ۳۶]$  [متناهی]  $۳۶$  عدد طبیعی (تعداد نهایی طبیعی عدد  $۳۶$  متناهی)

(ب)  $A = [۲ \in \mathbb{N} \mid 1 < 2 < 2]$  [متناهی]  $\emptyset$

(ج) مجموعه اعداد صحیح بازشده  $(۶, -۱]$  [متناهی]  $[۵, ۶, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴, ۴۵, ۴۶, ۴۷, ۴۸, ۴۹, ۵۰, ۵۱, ۵۲, ۵۳, ۵۴, ۵۵, ۵۶, ۵۷, ۵۸, ۵۹, ۶۰]$  [نامتناهی]

(د) تمام اعداد صحیح گذرنده از مبدأ نامتناهی

الف) مجموعه اعداد گویا بین دو عدد اوله . نامتناهی یا در بازه (۰،۱)

مثال = متناهی یا نامتناهی را مشخص کنید . در ضمن در مجموعه

های متناهی اعضا را مشخص کنید .

ب) الف) مجموعه اعداد اول یک رقمی متناهی [۲، ۳، ۵، ۷]

ب) با) مجموعه انسان های روی زمین متناهی لامیلیار دتقریباً

ج) مجموعه اعداد طبیعی فرد نامتناهی  $A_2 [1, 3, 5, 7, \dots]$

د) مجموعه سلول های عصبی مغز انسان متناهی میلی متت اولی متناهی اند

ه) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدأ مختصات نامتناهی

و) ج) مجموعه دانش آموزان مدرسه شما متناهی (حدود ۱۰۰۰، ۲۰۰۰، ۳۰۰۰)

ز) ح) مجموعه اعداد طبیعی هارمی متناهی  $A_2 [1, 1/2, 1/3, \dots]$

ح) مجموعه درخت های جنگل آمازون متناهی میلی زیاد است و نامتناهی اند

ط) خ) مجموعه کسره های مثبت یا صفر یک نامتناهی  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

۱۰۶ ۲۰۳ ۱۰۶ ۰۰۰۰

نامتناهی

(۶) مجموعه ضرب های طبیعی عدد ۱۰

نامتناهی

(۷) بازه (اره)

(۸) مجموعه مولکول های موجود در یک مول مشخص از آب

نامتناهی خیلی زیاد است، ولی قابل شمارش است.

مثال: دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که یکی از آن زیر مجموعه

دیگری باشد.  $N = \{ \dots, 2, 4, 6, 8, \dots \}$  و  $W = \{ \dots, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$

$A = \{ \dots, 5, 6, 7, \dots \}$   $B = \{ 1, 9, 10, 5, 6, 7, \dots \}$

دو مجموعه نامتناهی مثل  $A$  و  $B$  مثال بزنید که  $A \subseteq B$  و

$A - B$  یک عضو باشد  $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$   $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$  اشتراک:  $\{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آن ها مجموعی

$A = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$

نامتناهی باشد.

$B = \{ \dots, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$

$A \cap B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$

۴- دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آن‌ها

مجموعه نامتناهی باشد.  $N = [1, 2, 3, \dots]$

$W = [0, 1, 2, 3, \dots]$   $W \cap N = [1, 2, 3, \dots]$

مثال متناهی، نامتناهی: دو مجموعه مانند  $A$  و  $B$  که نامتناهی

بوده ولی  $A - B$  متناهی و  $B - A$  نامتناهی باشد.

$A = [1, 2, 3, \dots]$   $A - B = [1, 2, 3, \dots] - [0, 1, 2, 3, \dots]$

$B = Z = [\dots, -1, 0, 1, 2, 3, \dots]$   $B - A = [\dots, -1, 0, 1, 2, 3, \dots] - [1, 2, 3, \dots]$   
 $[0, -1, -2, \dots]$

نکته:  $\emptyset$  یا تهی مجموعه ای متناهی است.

مثال متناهی و نامتناهی: اگر  $A$  دارای یک زیر مجموعه نامتناهی

باشد، آن گاه  $A$  یک مجموعه نامتناهی است.

اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه متناهی باشد آن گاه متناهی خواهد بود

یا نامتناهی است متناهی

تمرین ۱ = دو مجموعه نامتناهی مانند A و B مثال بزنید

که هم  $A - B$  و  $B - A$  تک عضو باشد.

$$A = \{0, 2, 4, \dots\} \quad B = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$A - B = \{0, 2, 4, \dots\} - \{1, 3, 5, \dots\} = \{0\}$$

$$B - A = \{1, 3, 5, \dots\} - \{0, 2, 4, \dots\} = \{1\}$$

مثال = درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) اجتماع دو مجموعه نامتناهی، متناهی است. ✓

$$A = \{1, 2, 3\} \cup B = \{1, 2\} = \{1, 2, 3\}$$

(ب) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، نامتناهی است. X

$$A = \{1, 2, 3, \dots\} \cap B = \{2, 4, 6, \dots\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$

(ج) اشتراک  $A - B$  نامتناهی باشد، A نامتناهی و B

متناهی است. X  $A = \{1, 2, 3, \dots\} - B = \{1, 3, 5, \dots\}$

# بنا آفدا

## فصل ۱

Subject :

Year : ۹۹

Month : ۷

Date : ۷

اگر  $A - B$  متناهی باشد،  $B$  متناهی است  $X$

$$[1] = [2, 3] - [3, 4]$$

**مجموعه مرجع:** «هر صفت» مجموعه‌ای را که همه

مجموعه‌های مورد بحث، زیر مجموعه آن باشند، مجموعه

مرجع می‌نامیم و آن را با  $U$  نشان می‌دهیم. مثال:

$$U = \{\text{تمام گل‌ها}\} \quad A = \{\text{گل‌های خردار}\} \quad B = \{\text{گل‌های کوهزنان}\}$$

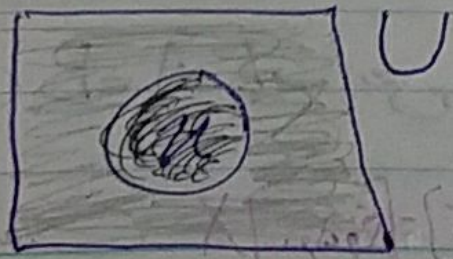
**متمم یک مجموعه:** هرگاه  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subseteq U$ ،

آن گاه مجموعه  $U - A$  را متمم مجموعه  $A$  می‌نامیم و آن را

با نماد  $A'$  نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر، مجموعه  $A'$  شامل

$$A' = U - A$$

اعضوهایی از  $U$  است که در  $A$  نیستند



مثال ۱۲: فرض کنید  $U = [۱, ۲, ۳, ۴, ۵]$

مجموعه مرجع باشد و  $A = [۱, ۳, ۴]$  و  $B = [۲, ۴]$  و  $A'$  و  $B'$  را به

دست آورید.  $A' = U - A = [۲, ۳, ۵]$  و  $B' = U - B = [۱, ۳, ۵]$

$[۲, ۳, ۵] = [۲, ۳, ۵]$

$B' = U - B = [۱, ۳, ۵] - [۲, ۴] = [۱, ۳, ۵]$

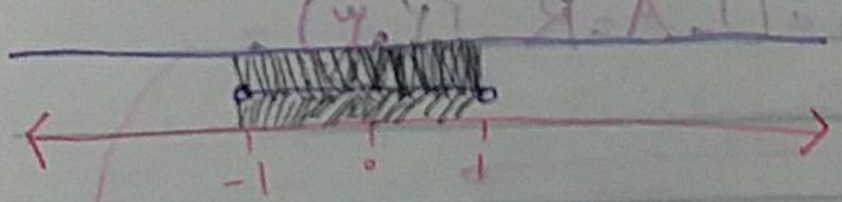
اعضای این از مجموع مرجع جدا نباشند. مثال:  $A' = [۲, ۳, ۵]$

اگر  $U = R$  و  $A = (-۱, ۱)$  و  $B = [-۲, +\infty)$  باشد، مجموعه‌های

الف

$A'$  و  $B'$  را به دست آورید.

$A' = U - A = R - (-۱, ۱) = (-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty)$



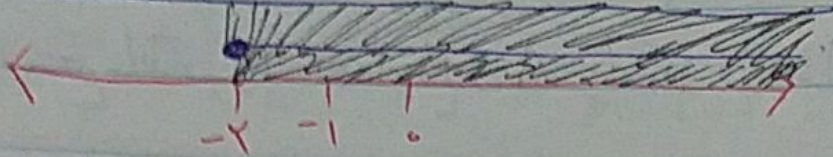
نکته: هر موقع مجموعه جوابتان ۲ قسمتی شد، همیشه

بین آن‌ها اجتماع را بگذارید.  $(-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty)$



Subject :

$$B' = U - B = R - [-2, +\infty) = (-\infty, -2)$$

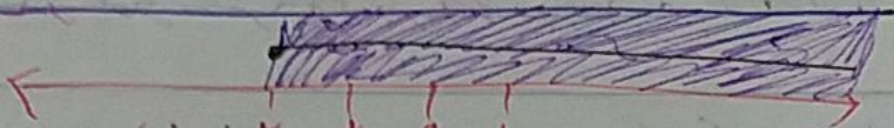


ج

$$(A \cup B)' = U - (A \cup B) = R - [-2, +\infty) =$$

۱- اول داخل پراکنش را حل می کنیم.  $(-\infty, -2)$

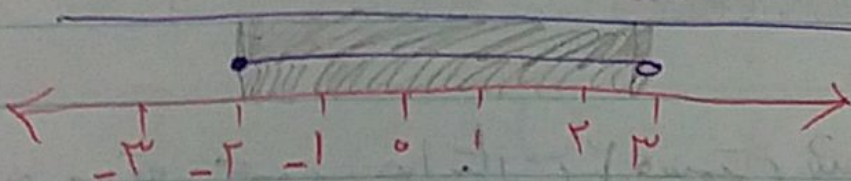
۲- بعد مسئله را با جایگذاری مناسب حل می کنیم.



مثال = R را به عنوان مجموعه سی مرجع در نظر بگیرید.

و سپس متهم هر یک از مجموعه های زیر را بیابید.

الف)  $A = [-2, 3)$   $A' = U - A = R - [-2, 3) =$



$$(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$$

بیا بخوریم

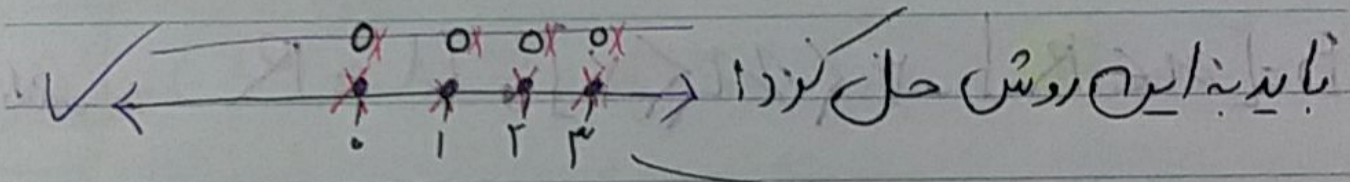
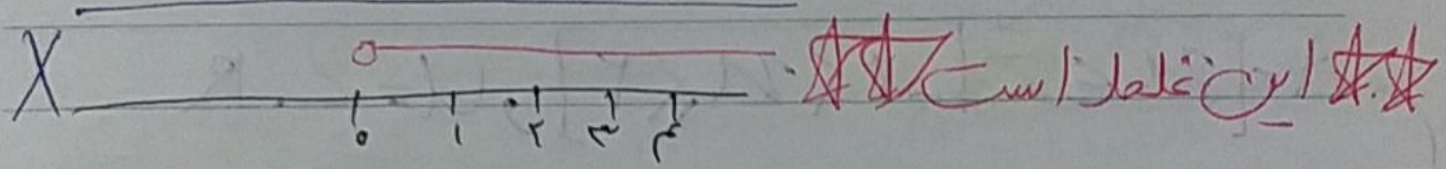
فصل ۱

B = [۱, ۲, ۳, ۴, ۵]

B' = U - B = R - [۱, ۲, ۳, ۴, ۵] =

نکته: تفاوت این با مجموعه A این است که A یک بازه بود

ولی این یک مجموعه است. پس نباید به شکل زیر حل کرد!

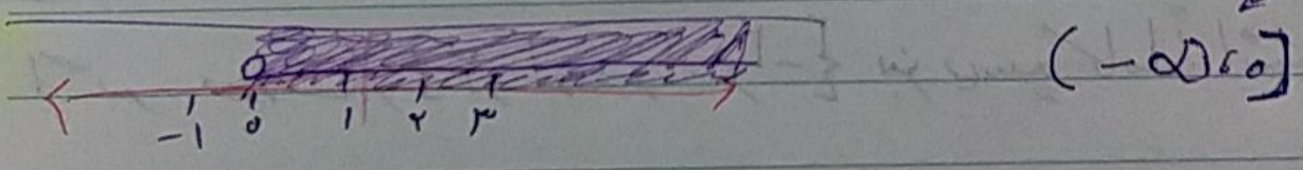


توجه کنید این X همان نکته طلایی در تفاضل بود که باید اول

دو سر را حذف کنیم. و بعد استراک ما را. بالای که X خورد یعنی غیر قابل قبول

جواب: (۰, ۱) ∪ (۲, ۳) ∪ (۴, ۵) ∪ (۱, ۲) ∪ (۳, ۴) ∪ (۵, ۶)

C = U - C = R - (۰, ۱) =

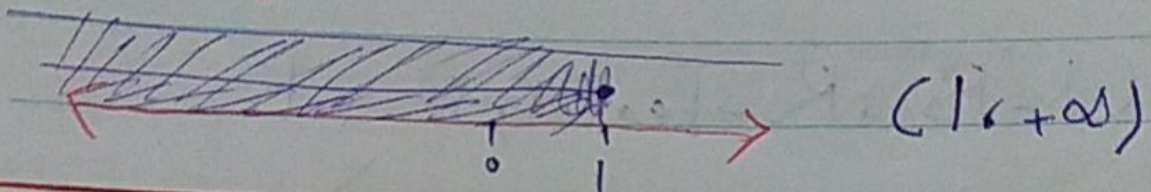


به ناله خدا

Subject: فصل ۱

Year: ۹۹ Month: ۷ Date: ۷

$D = (-\infty, 1]$   $D' = U - D = R - (-\infty, 1] =$



★ مثال فوق العاده مفهومی مهم ★

به این قسمت حتماً توجه بشود.

اگر مجموعه‌ی:

$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid -3 < n < 2\}$ ,  $U = \mathbb{Z}, \mathbb{R}$

$B = \{n \in \mathbb{R} \mid -3 < n < 2\}$ ,  $U = \mathbb{R}$  با هم.

ابتدا اعضای A و B را بیابید و سپس A و B را بیابید.

اگر به صورت  $X = [-3, 2]$  بنویسید اشتباه است چون

گفته  $n$  عضو اعداد صحیح باشد، یعنی باید دو سره، دو سره بنویسیم.

پس به صورت مجموعه:  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

اگر به صورت  $X = \{2, 0, 0, -1, -2\}$  بنویسید کاملاً اشتباه

چون گفته  $n$  عضو تمام اعداد صحیحی باشد یعنی باید به صورت

فصل ۱

به نام خدا

Subject :

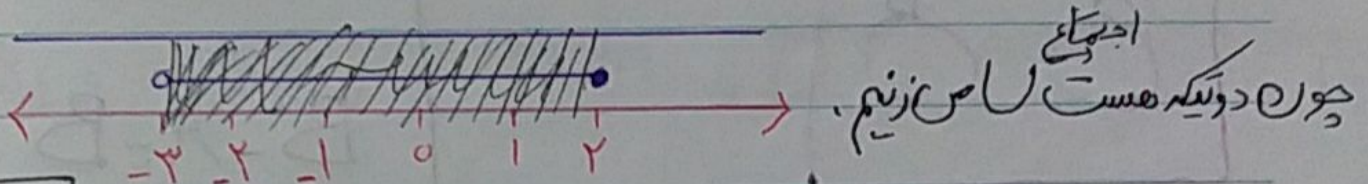
Year : ۹۹ Month : ۷ Date : ۷

بازه بنویسیم:  $\sqrt{(-۳, ۲]}$

نکته: اگر  $N$  و  $W$  و  $Z$  بود باید به صورت دونه دونه

بنویسید ولی اگر  $R$  داد باید به صورت بازه بنویسید.

$$B' = U - B = R - (-۳, ۲] = (-\infty, ۳] \cup (۲, +\infty)$$

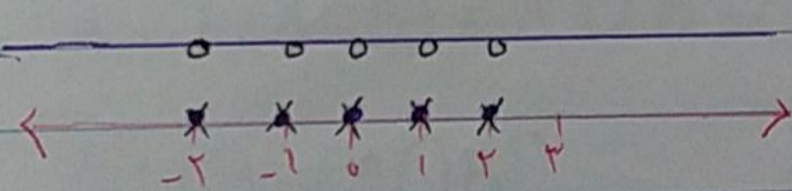


$$A' = U - A = Z - \{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲\} =$$

$$\{\dots, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, \dots\} - \{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲\} = \{\dots, -۳, -۲, ۱, ۲, \dots\}$$

$$A' = U - A = R - \{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲\} = (-\infty, -۲) \cup (-۲, -۱) \cup (-۱, ۰) \cup (۰, ۱) \cup (۱, ۲) \cup (۲, \infty)$$

$$U(-۱, ۰) \cup (۰, ۱) \cup (۱, ۲) \cup \dots$$



تعریف = دو مجموعه را میزایا جدا از هم می گویند هرگاه که

اشتراک آن ها تسبی باشد.

$A, B$   
جدا از هم اند.

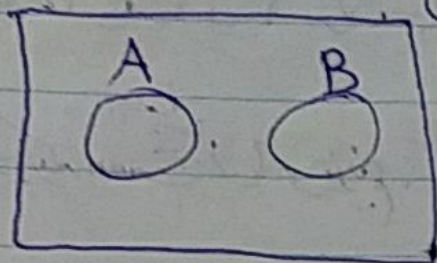
$$\longleftrightarrow A \cap B = \emptyset \longrightarrow$$

$$A \subseteq B'$$

$$B \subseteq A'$$

$$A - B = A$$

$$B - A = B$$



مثلاً اشتراک اعداد فرد و زوج.

مثال = درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را بررسی کنید.

الف)  $\checkmark (2, -1) \in \mathbb{R}$

یاد دهنی یا صحیحی بررسی کنید.

ب)  $\times 1 \in (1, 5]$

پ)  $\checkmark 7 \in (-1, 7]$

ت)  $\checkmark \sqrt{2} \in (0, 2)$

☆ چند نکته مهم حفظ شود ☆

۱  $\emptyset' = U$  ☆  $\emptyset' = U - \emptyset = U$  ← دلیل

۲  $U' = \emptyset$  ☆  $U' = U - U = \emptyset$  ← دلیل

۳  $(A')' = A$  ☆  $(A')' = U - A' = A$  مستوی و متمم یک مجموعه خودش است

۴  $A \cup A' = U$  ☆  $\boxed{A'} \cup A = U$

نکته مهم: من توانم  $A' = U - A$  را به صورت عکس

بنویسم:  $A = U - A'$

۵  $A \cap A' = \emptyset$  ☆  $\boxed{A'} \cap A = \emptyset$

۶  $(A \cup B)' = A' \cap B' = (A \cap B)'$  دروقت مهم  
 قوانین  $(A \cap B)' = A' \cup B' = (A \cup B)'$  مهورگان

$A' \cup B = (A \cap B)'$  اگر یکس' داست

> اگر ' داست بردار ولی آگنه نداشت هزار <

قوانین تفاضل

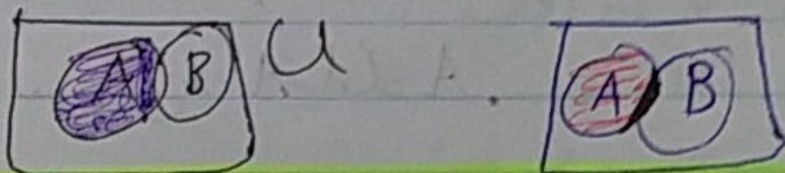
$$\begin{cases} A - B = A \cap B^c \\ A - B = A - (A \cap B) \end{cases}$$

اگر دو مجموعه بین اشتراک تفاضل بوده اولی رو بنویس،

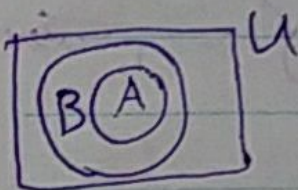
منها رو تبدیل به اشتراک کن، دومی رو بنویس بریم برابر

اولی رو بنویس - منها رو سر جاییش قرار بده - به جایی

B، یک براتر باز کن،  $A \cap B$  انجا ۲ بده = اجابت  $\downarrow$



اگر  $A \subseteq B$  باشد، نکات زیر به دست می آید.



$$A \subseteq B \iff \begin{cases} B^c \subseteq A^c \\ A \cap B = A \end{cases}$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A - B = \emptyset$$

$$B - A = \text{صاف کن}$$

**\* نکات مهم که گورن \***

اعضای که یا در A هستند یا در B.

$A \cup B$

دسته کم در یکی از این دو مجموعه باشند.

حداقل در یکی از این دو مجموعه باشند.

$A \cap B$

اعضایی که هم در A هستند و هم در B.

اعضایی که در A هستند ولی در B نیستند.

$A - B$

اعضایی که فقط در A هستند. [دریغاً]

$A'$

اعضایی که در A نیستند.

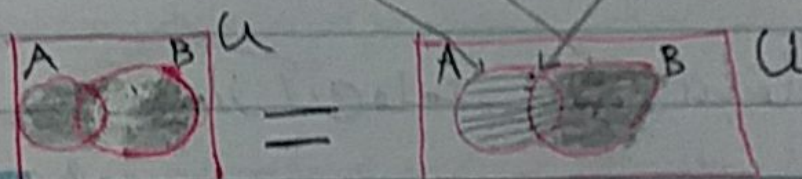
$A' \cap B$

اعضایی که نه در A هستند و نه در B.

**تکمه**

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

اثبات ک





به نام خدا

Subject: فصل ۱

Year ۹۹ Month ۷ Date ۹

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) \rightarrow \text{احتمالات میان خود را اول بنویسید}$$

فرض کنید  $n$  نیست.

$$n(A') = n(U) - n(A) \rightarrow \text{میان فرض اول محاسبه ممتنع است}$$

فرض کنید  $n$  نیست.

فرض کنیم  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌های  $U$  از مجموعه

مثال صدم

مرجع‌های  $U$  باشند، به طوری که  $n(U) = ۱۰۰$  و  $n(A) = ۶۰$

$n(B) = ۴۰$  و  $n(A \cap B) = ۲۰$  مطلوب است.

$$\text{الف) } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۶۰ + ۴۰ - ۲۰ = ۸۰$$

اگر سؤالی مانند الف آمد که خود فرض اول سؤال آمده با

جایگزاری مناسب می‌توان به راحتی حل کرد. نکته ۱

ضرورتاً بهر دو مجموعه اشتراک  $n(A \cap B)$  (ب)

بوز، و یکی از آن‌ها ممتنع است، با قافله حل. نکته ۲

می‌شود.

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$40 - 20 = 20$$

$$n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A)$$

اگر ادبلی در بیم داشت ، جایی آن را با دوس عوض کنید

$$= n(B) - n(B \cap A) = 40 - 20 = 20$$

هرگاه بین اشیا اشتراک یا مجموعه  $n(A' \cap B')$  باشد

بود (هیچ فرقی نمی کنند) و جفتشان هم متمم داشتن به

روشن در صورتان حل می کنیم  $A' \cap B' = (A \cup B)'$  نکته ۳۷

$$n((A \cup B)') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

$$100 - 80 = 20$$

$$n(\square)' = n(U) - n(\square)$$

هر عدد را می توان در مربع قرار داد ، ولی به شرطی که در بیم

داشته باشد ، همانطور که من بینید در مربع بعدی هم همان عدد

را قرار می دهیم ولی بدون بیم / بیم را برمی داریم

تا آخر

Subject :

فصل ۱

Year

۹۹

Month

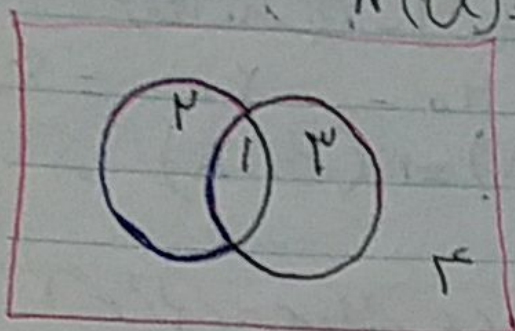
۷

Date

۹

$$N(U) = 100$$

روش تستی سوال قبلی



$$۱ = A \cap B$$

$$۲ = A - B = A \cap B'$$

$$۳ = B - A = B \cap A'$$

$$۴ = A' \cap B'$$

نکته اگر نمودار در دستم

کردن و A و B روش مشخص کردی

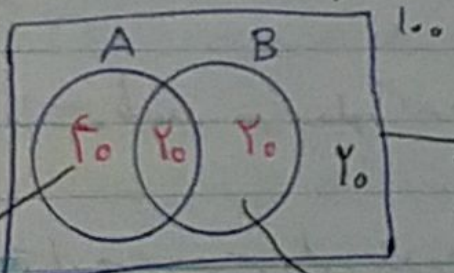
همیشه از اشتراک شروع ب

حل مسئله کن در این حالت

۲ اتفاق من افتد = ممکن عددش را خودش بدهد ۲. ممکن است

عددش را ندهد در این حالت ۸ باید به جایی عدد نداشته

و نسبت به ۸ حل می کنی و مسئله تمام می شود



$$A' \cap B'$$

جواب الفبا (ب) است

صحت قبل است

که روش اکسای است

$$A - B = A \cap B'$$

$$B - A = B \cap A'$$

بنا آخدا

Subject :

فصل ۱۰

Year

۹۹

Month

۷

Date

۹

مسئله ۱۰ -  $n(A-B) = 45$ ،  $n(A') = 22$ ،  $n(U) = 100$  و

$n(B) = 32$  باشد،  $n(A \cap B)$ ،  $n(A \cup B)$ ،  $n(A \cup B')$  را بیابید

بیاورید نکته هر موقع  $n(A)$  <sup>دارند</sup> باید آن را بی

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

$n(A)$  تبدیل کنید

$$22 = 100 - 22 \rightarrow n(A) = 77$$

$$n(A \cap B) = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 77 - 32$$

ما باید آن را حل کنیم تا کل مسئله را حل می شود

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$45 = 77 - 22$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$77 = 77 + 32 - 32$$

به نا آخدا

Subject

فصل ۱

Year

۹۹

Month

✓

Date

۹

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$100 - 77 = 23$$

**مثال** = در یک کلاس ۱۲ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان

عضو گروه سرود <sup>A</sup> و ۱۹ نفر از آن ها عضو گروه <sup>B</sup> تئاترند.

اگر ۵ نفر دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند:

**الف**) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند؟

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$14 - 5 = 9$$

**ب**) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

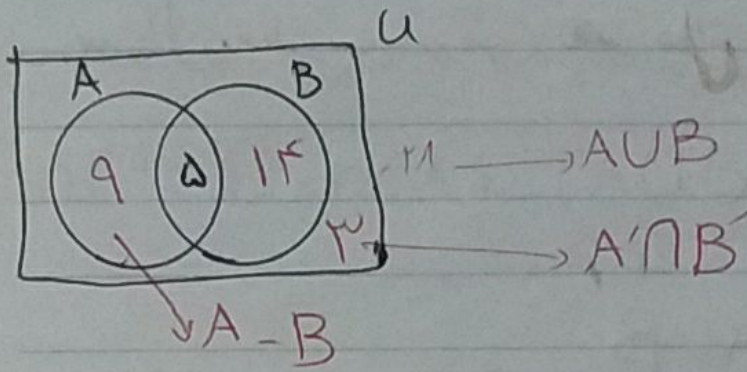
$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 100 - 77 = 23$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$14 + 19 - 5 = 28$$

$$100 - 28 = 72$$

همین مسئله را در صفحه بعد به روش دیگری حل می کنیم



**مثال** یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در

صنوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آن‌ها

۷ فیلم پویانمایی (کارتون) و ۸ فیلم ملتر وجود دارد. به طوری که  $n(A) = 7$  و  $n(B) = 8$  و  $n(A \cap B) = 3$  تا از فیلم‌ها پویانمایی با مضمون ملتر من باشند.

الف) پویانمایی یا ملتراند.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$7 + 8 - 3 = 12$$

ب) غیر پویانمایی و غیر ملتر.

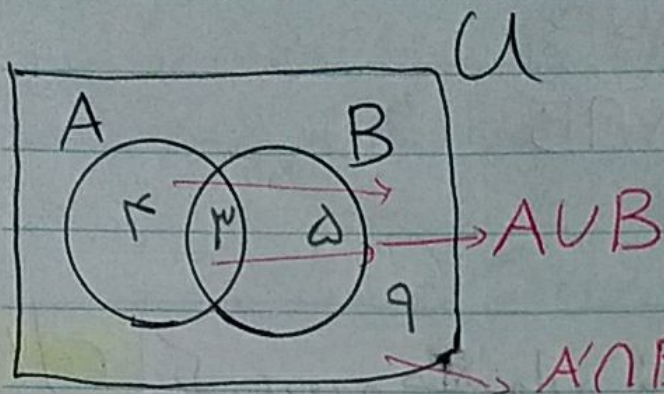
$$n(A' \cap B') \xrightarrow{\text{دوره‌ها}} n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 21 - 12 = 9$$

به نام خدا

Subject: ۹۹، ۷، ۹

Year: Month: فصل ۱ Date:

سؤال قبلی به روش تستی حل می کنیم.



مثال: در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره ای

$$U = 110$$

مشخص شد که ۷۰ نفر آن ها در یک ماه گذشته از محصولات

$$A = 70$$

شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید

$$B = 57$$

کرده اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت

$$A \cap B = 32$$

از هر دو شرکت خرید کرده اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته:

الف) دست کم یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$70 + 57 - 32 = 95$$

بیا آخدا

Subject :

فصل ۱

Year :

۹۹

Month :

۷

Date :

۹

ب) فقط از شرکت A خرید کرده اند.

$$n(A - B) = n(A) - (A \cap B) =$$

$$۷۰ - ۳۲ = ۳۸$$

ج) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.  
[فقط]

$$n((A - B) \cup (B - A))$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته

$$n(\square \cup \bigcirc) = n(\square) + n(\bigcirc) - n(\square \cap \bigcirc)$$

$$n(A - B) + n(B - A) - n(A - B) \cap (B - A) =$$

$$\underbrace{۳۸} + \underbrace{۲۵} - ۰ = ۶۳$$

چون اشتراک این قسمی است.

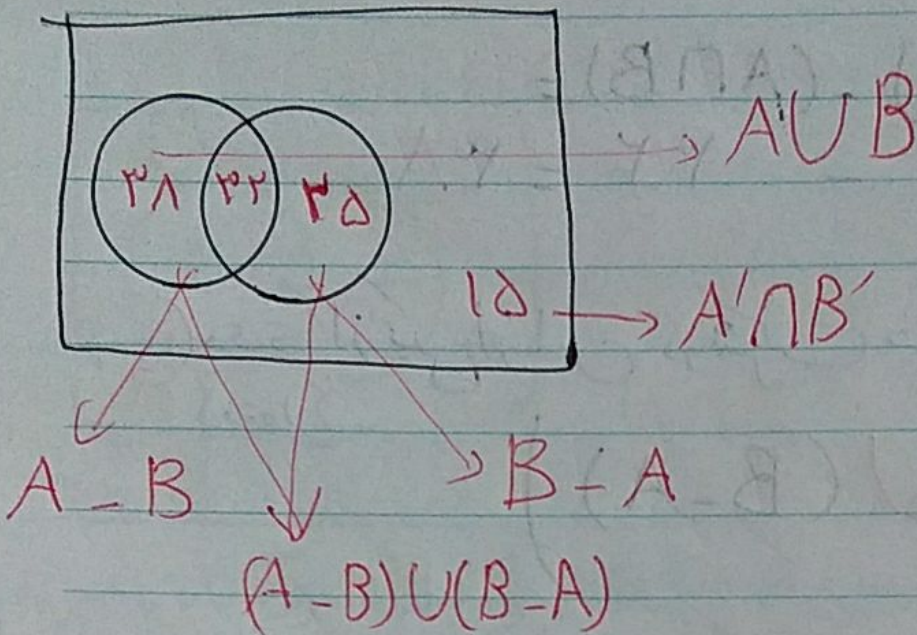
د) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده اند.

$$(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$۱۱۰ - ۹۵ = ۱۵$$



بخش تستی سوال قبلی :



$n(A \cup B) = ۳۰$ ,  $n(A \cap B) = ۲۲$ ,  $n(A) = ۱۵$  (سوال)

از نگاه  $n(B)$  را محاسبه کنید

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۳۰ = ۱۵ + \boxed{۲۰} - ۲۲$$

$$۳۰ = ۱۵ + \cancel{۲۰} \boxed{۲۰}$$

مثال) در یک هتل ۳۱ مسافر وجود دارد، ۲۰ نفر از آنان  
 $n(A) = 20$   $n(A) = 31$

تاجر و ۱۷ نفر جهانگرد هستند، اگر لا تقرا آن همان  
 $B = 17$   $A$

تاجرو نه جهانگرد باشند، به سؤالات زیر پاسخ دهید:  
 $n(A' \cap B) = 7$

الف) چند مسافر تاجر جهانگرد در هتل وجود دارد؟

$$n(A \cap B) = n(A' \cap B) = \text{دوستان} \quad n(A \cup B)$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B) \quad \star n(A \cup B) = 31$$

$$7 = 31 - 31$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$31 = 20 + 17 - 6 = 27$$

ب) چند نفر فقط تاجرند؟  
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$$14 = 20 - 6$$

ج) چند نفر فقط جهانگردند؟  
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$

$$11 = 17 - 6$$

(ب) چند تفریق مسافران تاجر نیستند

$$n(A') = n(U) - n(A) =$$

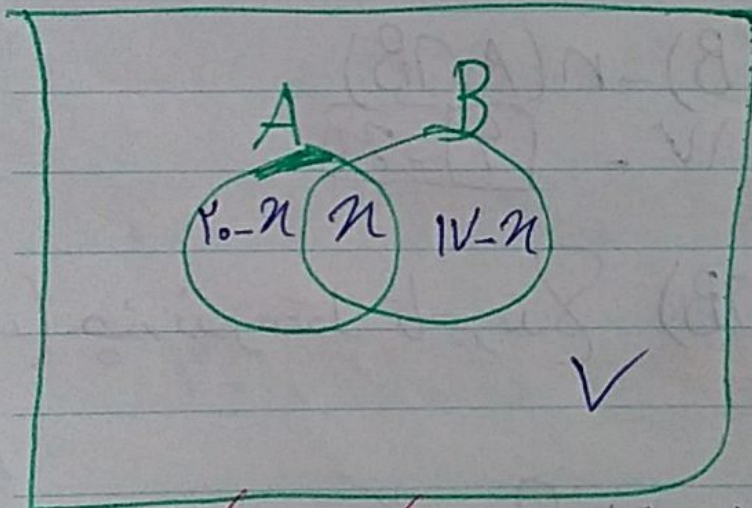
$$\textcircled{18} = 38 - 20$$

(ب) چند تفریق فقط تاجر یا فقط جاسگرددند

$$n((A-B) \cup (B-A)) = n(A-B) + n(B-A)$$

$$25 = 14 + 11$$

این هم روش تستی =



$$20 - \cancel{x} + \cancel{x} + 14 - \cancel{x} + 3 = 38$$

$$44 - 21 = 38$$

$$44 - \boxed{6} = 38$$

بنا خدا

Subject :

فصل ۱

Year ۹۹

Month ۷

Date ۱۵

مسئله در یک کلاس ۲۵ نفری و تعداد ۱۵ نفر عضو

تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال هستند اگر

۵ نفر از این دانش آموزان عضو هیچکدام از این دو تیم

نیاشند و مشخص کنید تعداد آنهایی که عضو هر دو تیم هستند

$n(A \cap B) = \cancel{n(A' \cap B')} = n((A \cup B)')$

دوستان

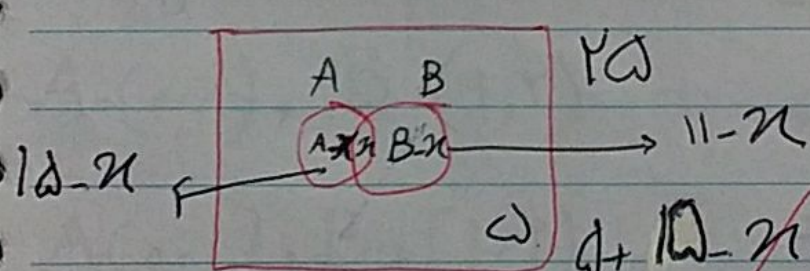
$n(U) - n(A \cup B)$

$25 - \frac{21}{4} = 5$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$20 = 15 + 11 - \frac{21}{4}$

روش کسبی:



$5 + 15 - \cancel{21/4} + \cancel{21/4} + 11 - \cancel{21/4} = 25$

$31 - \frac{21}{4} = 25$

مثال (۷) را بہ عنوان مجموعہ مرجع در نظر بگیرید.

(الف) مجموعہ ای نامتناہی مثل  $A$  مثال بزرگ  $A$  هم

نامتناہی باشد  $A = \{1, 2, 3, \dots\}$  خود

$A' = \{2, 4, 6, \dots\}$  زوج

(ب) مجموعہ نامتناہی مثل  $B$  مثال  $B$  متناہی باشد۔

$B = \{5, 6, 7, \dots\}$

$B' = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

(ج) مجموعہ متناہی مثل  $C$  مثال بزرگ  $C$  را بہ دست

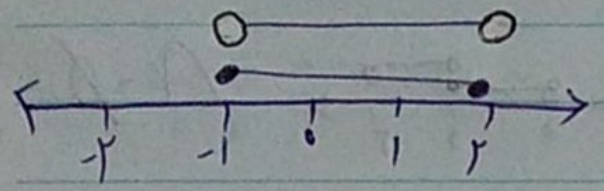
بیاورید۔  $C$  متناہی است یا نامتناہی؟ نامتناہی

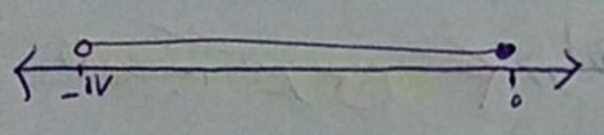
$C = \{1, 2, 3, \dots\}$

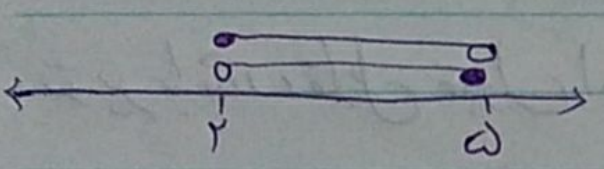
$C' = \{4, 5, 6, \dots\}$

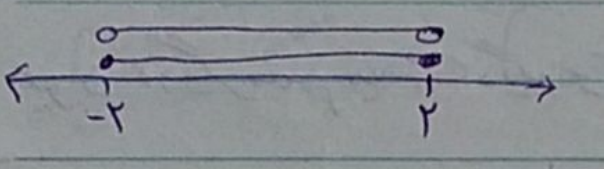
به نام خدا

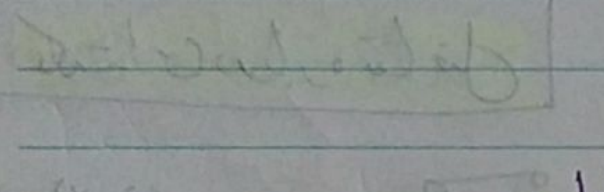
مثال بررسی با نام درستی عبارت های زیر را مشخص کنید

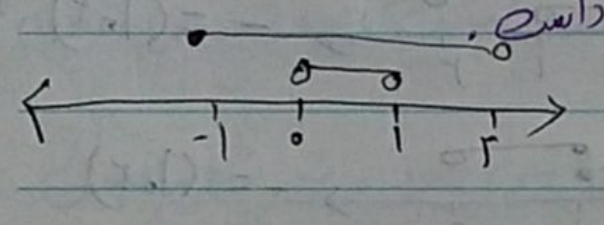

 $[-1, 2] \not\subseteq (-1, 2)$  (الف) ✗


 $\emptyset \subseteq (-17, 0]$  (ب) ✓

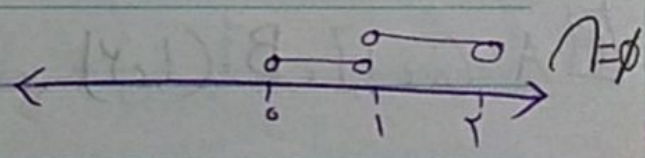

 $[2, 5) = (2, 5]$  (ج) ✗

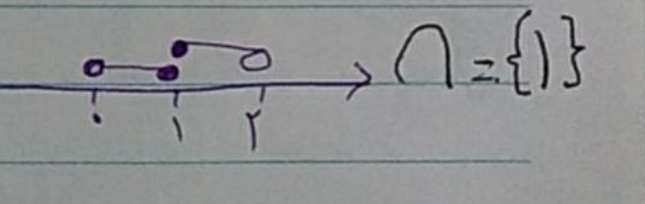

 $(-2, 2) \subset [-2, 2]$  (د) ✓

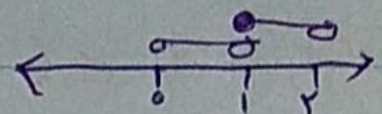

 $\{0, 1\} \subseteq [-1, 2]$  (ه) ✓  
 ↓  
 $0, 1 \subseteq [-1, 2]$  ✓

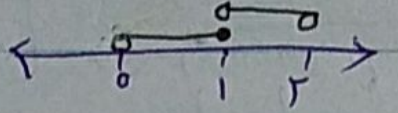

 $(0, 1) \subseteq [-1, 2]$  (و) ✓

نکته ای درباره اشتراک ها

۱)  $A = (0, 1), B = (1, 2)$ 

 $A \cap B = \emptyset$

۲)  $A = (0, 1], B = [1, 2)$ 

 $A \cap B = \{1\}$

۳  $A = (0, 1)$  ,  $B = [1, 2)$    $A \cap B = \emptyset$

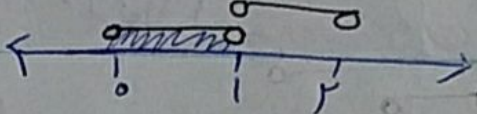
۴  $A = (0, 1]$  ,  $B = (1, 2)$    $A \cap B = \emptyset$


نتیجه گیری ← در اشتراک در بازه‌های بالا جفتش

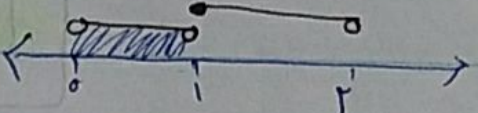
تویر باشند، قابل قبول است. اگر یکی از آن‌ها تو خالی

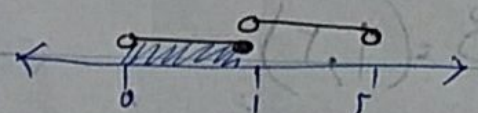
بود، دیگر مهم نیست دیگر می‌چرا باشند، مجموعه  $\emptyset$  هست

نکته این درباره تقاض

۱  $A = (0, 1)$  ,  $B = (1, 2)$    $= (1, 2)$

۲  $A = (0, 1]$  ,  $B = [1, 2)$    $= [1, 2)$

۳  $A = (0, 1)$  ,  $B = [1, 2)$    $= [1, 2)$

۴  $A = (0, 1]$  ,  $B = (1, 2)$    $= (1, 2)$

بسم الله

Subject :

فصل ۱

Year :

۹۹

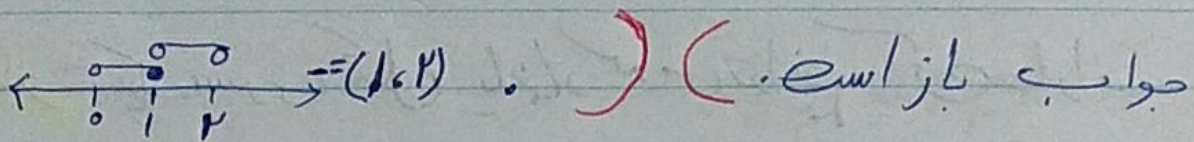
Month :

۷

Date :

۱۵

نکته = اگر در محور بالایی باز بود، پایینی هر چه بود



بالایی بسته باشد : همان قوانین قبلی

نکات

بالایی باز باشد : همیشه باز می شود . ( که پایینی نگاه نمی کنیم )

ثابت کردن : چون همانطور که در محور بالا مشخص شده می کنید

بالایی باز است و پایینی هم که تویر است چون در مرحله اول

باید پایینی حذف شود ، آن حذف می شود و غیر قابل قبول

من شود و گفتیم اگر غیر قابل قبول باشد یعنی <sup>نظاری</sup> ( )

و اگر بالایی باز و پایینی هم باز بود که جواب مشخص است باز

من شود .



\* درس سوم از فصل اول \*

الگو = یک سری شکل یا نماد که من توانم آن ها را به

صورت یک عدد نشان داد. بیست سر هم و در یک قاعده

خاص قرار گرفته اند را می گویند.

خطی: یک عدد ثابت اضافه یا کم می شود

مساوی

انواع الگوها:

عددی که اضافه یا کم می شود، عدد ثابت نیست.

غیر خطی

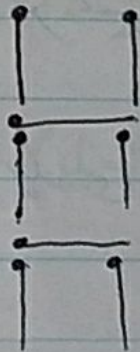
هندسی  
درجه دوم

به شکل های زیر دقت کرده و الگوها را بنویسید.

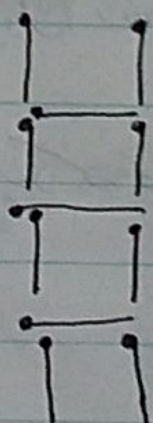
مثال



(۱)



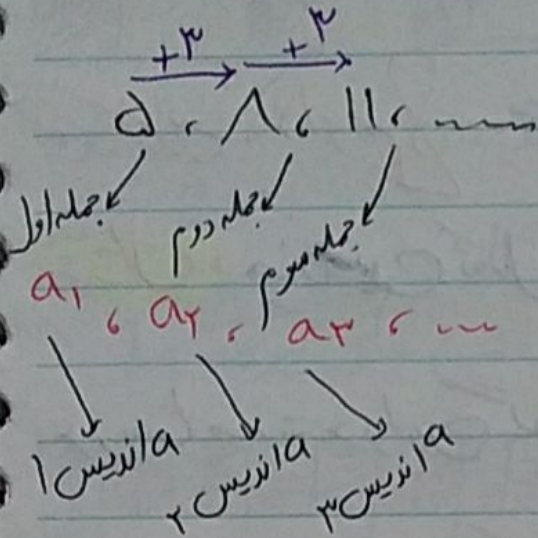
(۲)



(۳)

نکته: اولین عدد از هر دنباله به آن می گویند جمله اول، دومی

و امی گویند جمله دوم و ...



نکته: ندر دنباله ها یک جمله عمومی داریم (فرمول کلی)

نکته:  $a$  یک متغیر است

می توان به جای آن از حرف

دیگری استفاده کرد.  $a_n$  فرمول کلی شماره جمله یا شماره شکل

فرمول (شماره شکل)

$$C_n = a \times n + b$$

فرمول الگویی خطی:

عدد ثابت که با آن جمع می شوند مثلاً در مثال بالا  $a=3$

اولین جمله [عدد] را منهای  $a$  کنید.

۱ مثال شکل ۴ را می خواهم:

$$C_4 = 3 \times 4 + 2 = 14$$

۲ مثال شکل ۵۰ را می خواهم:

$$C_{100} = 3 \times 100 + 2 = 302$$

۳۰ ممکن برعکس سؤال پرسید یعنی میگه مثلاً تعداد

جواب کبریت ۳۰۲ عدد است در کدام شکل این تعداد خوب

کبریت داریم؟ نمونه لا

مثال: چندمین شکل این الگو دارای ۷۷ کبریت است؟

در سنامه = در این گونه سؤال که تعداد شمار شکل

را از ما می خواهند، کافی است عدد داده شده را

مساوی جمله عمومی قرار بدیم. بعد معادله را حل کنیم و

جواب را به دست بیاوریم. یا اینکه

$$3n + 2 = 77$$

$$3n = 77 - 2$$

کافی است جمله عمومی را مساوی

$$\frac{3n}{3} = \frac{75}{3}$$

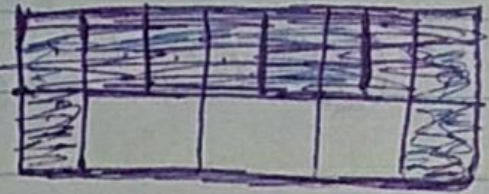
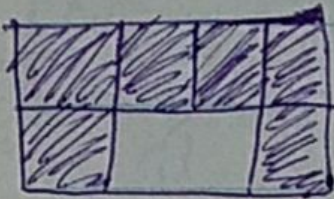
عدد داده شده قرار دهیم. شکل ۲۵ = n

نکته = اگر جواب را در بالا [اعشاری، کسری، متفی]

در آوردی، قطعاً غلط حل کرده ای. [یا به عبارتی عدد باید طبیعی باشد]

به انگوس رو به رو توجه کنید.

مثال



۶ کاشی تیره

۸ کاشی تیره

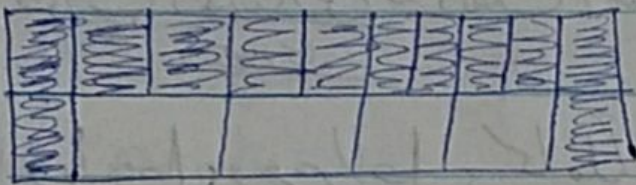
۱۰ کاشی تیره

۱ کاشی سفید

۳ کاشی سفید

۵ کاشی سفید

الف) شکل بعدی را رسم کنید و مقدار کاشی های تیره آن را



مشخص کنید.  
۱۲ کاشی تیره  
۴ کاشی سفید

ب) مقدار کاشی های تیره را در هر مرحله به صورت یک دنباله

$$9, 8, 11, 12, 14, 16, 18$$

تاجمله ۷ آن بنویسید.

ج) اگر  $n$  مقدار کاشی های سفید و  $t_n$  مقدار کاشی های تیره باشد

$$t_n = an + b = T_n = 2n + 4 \quad n \text{ بنویسید}$$

د) برای ۱۰۰ کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است

$$t_n = 2n + 4 = t_{100} = 2 \times 100 + 4 = 204$$

۲۳) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل ۵ کاشی باشد؟

اگر هست، تعداد کاشی های سفید آن چندتا است؟ (۲۳)

نکته: اگر در مسئله ای که از شما شماره

$$2n + 4 = 50$$

$$2n = 46$$

$$n = 23$$

جمله را خواسته، و شما حل کردید و

جواب اعشاری به دست آمد، پس از بررسی صورت سوال

و راه حل و مراحل کاملاً درست بود پس در این صورت

جواب من بشود: هیچ شکلی وجود ندارد.

مثال در یک الگو شکلی، جمله چهارم و دهم به ترتیب

۱۷ و ۴۱ می باشد، جمله عمومی الگو را بیابید.

$$C_n = an + b$$

$$C_4 = 17 \rightarrow C_4 = a \times 4 + b = 17$$

$$C_{10} = 41 \rightarrow C_{10} = a \times 10 + b = 41$$

نکته: در دستگاه معادلات متغیرها باید زیر هم باشند. و عددها هم از طرف زیر هم.

$$\begin{cases} 2a + b = 17 \\ 10a + b = 41 \end{cases}$$

نکته: اصل دستگاه معادلات = اگر دیدید متغیر یکی

از متغیرها عدد یکش با هم متغیرانش یکی است.

از روش **تفاضل** استفاده می کنیم. تفاضل یعنی بالا این

را از پایین کم کن یا برعکس. مثال:  $\begin{cases} 2a + b = 10 \\ 3a + b = 11 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} -2a - b = -10 \\ +3a + b = 11 \end{array}$$

$$\boxed{+a = 1}$$

$$\begin{array}{r} 2a + b = 10 \\ -3a + b = 11 \end{array} \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

نکته: حل دستگاه معادلات <sup>اگر</sup> ضرایب یکی بود، اول قرین

هم دیگر بودند به روش **جمع** حل می کنیم. جمع یعنی بالا را با پایین

$$\begin{cases} 2a + b = 10 \\ 3a + b = 11 \end{cases}$$

$$-a = -1$$

$$\boxed{a = 1}$$

جمع کن: مثال:

نکته ۳ آخر فصل <sup>دستگاه</sup> معادلات = اگر هیکدام برابر نبود

ضرایب اصلاً برابر نبود، ضریب یک متغیر، بالاین را به پایین

و پایین را به بالاین ضرب می‌کنیم. [قبل از آن باید ببینیم که

اگر جفت عددها مضرب بود، یکی از آن‌ها را مثبت می‌کنیم]

$-2x$   $\left\{ \begin{array}{l} 2a + b = 0 \\ 3a + 2b = 11 \end{array} \right.$  اگر ضرایب ما بر هم بخش پذیر بود،

$+1x$   $\left\{ \begin{array}{l} 2a + b = 0 \\ 3a + 2b = 11 \end{array} \right.$  عدد کوچک را تبدیل به بزرگ می‌کنیم

$$\begin{array}{r} -4a - 2b = -2 \\ +3a + 2b = 11 \\ \hline -a = 9 \end{array}$$

$$\frac{-a}{-1} = \frac{-9}{-1}$$

$$\boxed{a = 9}$$

حل مثال ۲ صفحه قبل خودمان:  $\begin{cases} +4a + b = 17 \\ +10 + b = 41 \end{cases}$

در اینجا روش تفاضل ←

$$\frac{4a}{4} = \frac{24}{4} \Rightarrow \boxed{a = 6}$$

بہ نام خدا

Subject: فصل ۱

Year: ۹۹

Month: ۷

Date: ۱۶

تکنیک: برابر اس بہ دست آوردن  $a, b$  را کہ بہ دست آوردیم،

در یک از دو معادله دلخواہ کہ هستہ قرار می دهیم:

$$4a + b = 17 \rightarrow 4x + b = 17 \rightarrow 14 + b = 17$$

$$b = 17 - 14 \rightarrow \boxed{b = 1} \quad \boxed{a = 4}$$

جواب کُل:  $C_n = 4n + 1$

مسئله:  $C_n$  جمله ی عمومی یک دنباله است: کہ

$C_3 = 7$  و  $C_9 = 43$  →  $C_n$  عمومی را بہ دست بیارید

$$\begin{cases} C_3 = a \times 3 + b = 7 \\ C_9 = a \times 9 + b = 43 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a + b = 7 \\ 9a + b = 43 \end{cases} \begin{matrix} \ominus \\ \ominus \end{matrix}$$

$$3a + b = 7$$

$$C_n = an + b$$

$$9a = \frac{36}{3}$$

$$3 \times 4 + b = 7$$

$$C_n = 4n - 11$$

$$\boxed{a = 4}$$

$$\begin{array}{r} 3a + b = 7 \\ \underline{9a + b = 43} \\ 11 + b = 36 \\ \underline{b = -11} \end{array}$$

تکنیک: هر گاه در یک متغیر بیشترین + بود  
مردمی جواب در آن را همان علامت قرار دهیم.



جمہ بیسٹ، راہ دست اورید:  $C_{20} = 4 \times 20 - 11$

$120 - 11 = 109$

مثال 3: جمہ بیسٹ اول سر دنیا را بہ دست اورید۔

(الف)  $t_n = \frac{1}{n}$   $t_1 = \frac{1}{1}$   $t_2 = \frac{1}{2}$   $t_3 = \frac{1}{3}$   $t_4 = \frac{1}{4}$

$\rightarrow t_n = n(n+1)$   $t_1 = 1(1+1)$   $t_2 = 2(2+1)$

$t_3 = 3(3+1)$   $t_4 = 4(4+1)$

$\rightarrow t_n = \sqrt{n}$   $t_1 = \sqrt{1} = 1$   $t_2 = \sqrt{2}$

$t_3 = \sqrt{3}$   $t_4 = \sqrt{4} = 2$

$\rightarrow t_n = \frac{n-1}{n+1}$   $t_1 = \frac{1-1}{1+1} = 0$   $t_2 = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$

$t_3 = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$   $t_4 = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}$

\* الگوهای غیر خطی درجه دوم \*

$$C_n = an^2 + bn + c \Rightarrow a \neq 0$$

الگوهای خطی = جمله سی عمودی آن درجه یک می باشد.  
یعنی توان متغیر یک می باشد.

$$C_n = an + b$$

$$C_n = 5n + 7 \quad \text{مثال ۱}$$

نکته: عددی که جلوی آن متغیر نیست، عدد ثابت می نامند.

۳ روش برای حل الگوهای غیر خطی درجه دوم داریم:

۱- روش اول

الف) تعدادی که در سه شکل اول آمده تبدیل به عدد می کنیم.

ب) بعد از آن به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ را در جمله تکراری دوم

که هر کدام یک جمله به ما می دهد.

به نام خدا

Subject:

فصل ۱

Year:

۹۹

Month:

۷

Date:

۱۶

مجموع تعدادی که در شکل امن ببینید = جمله‌ای که از  $C_1$  من آید

..... ۲ ..... = .....  $C_2$  من آید

..... ۳ ..... = .....  $C_3$  من آید

مثال: در الگوهای زیر جمله‌ای عمومی آن را بیابید و مقدار

نقطه‌های شکل بیستم را محاسبه کنید.

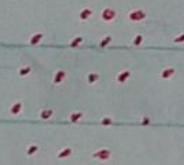
(۱)



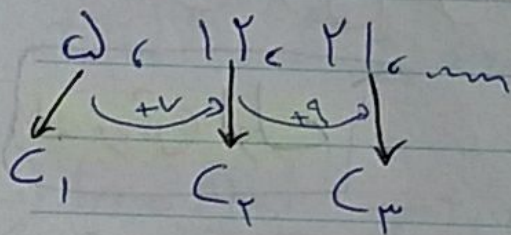
(۲)



(۳)



حل باروش ۱



$$C_1 = a \times 1^2 + b \times 1 + C = 5$$

$$C_2 = a \times 2^2 + b \times 2 + C = 12$$

$$C_3 = a \times 3^2 + b \times 3 + C = 21$$

ضرب عدد ۳

$$\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a + 2b + c = 12 \\ 9a + 3b + c = 21 \end{cases}$$

نکته: هر موقع سه معادله در دستگاه  
معادلات آمد باید به روش ما  
زیر حل کنیم:

الف) در اولین بار معادله ۲ را از معادله ۱ کم می کنیم:

$$\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a + 2b + c = 12 \end{cases}$$

---


$$3a + b = 7$$

ب) یکبار هم معادله ۳ را از معادله ۲ کم می کنیم:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 12 \\ 9a + 3b + c = 21 \end{cases}$$

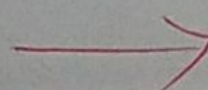
---


$$5a + b = 9$$

ج) بعد دستگامی به دست می آید باید دو معادله کنار یکدیگر

$$\begin{cases} 3a + b = 7 \\ 5a + b = 9 \end{cases}$$

آنرا حل کنیم:



$$\begin{cases} 3a + b = 7 \\ a + b = 9 \end{cases}$$

$$\frac{3a}{3} = \frac{7}{3}$$

$$a = 1$$

(1) بعد از اینکه  $a$  به دست آمد در کوچکترین معادله  $[3a + b = 7]$

جای کناری می‌کنیم تا  $[b]$  را به دست بیاوریم.

$$3a + b = 7 \rightarrow 3 \times 1 + b = 7 \rightarrow 3 + b = 7 \rightarrow b = 7 - 3$$

$$b = 4$$

(2) برای به دست آوردن  $[c]$  کافی است مقدار

$a$  و  $b$  را در معادله  $[a + b + c = 5]$  چون که از همه کوچکتر است

$$a + b + c = 5$$

$$1 + 4 + c = 5$$

$$c = 5 - 5$$

$$c = 0$$

جایگزین می‌کنیم:

حل مسئلہ داخل سے کیجئے:  $C_n = an^r + bn + c$

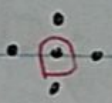
$$C_{10} = 1 \times 10^2 + 4 \times 10 + 0$$

$$C_{10} = 100 + 40$$

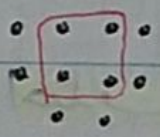
$$C_{10} = 140$$

حل سوال بالا [قبلے] باروشن دو سے:

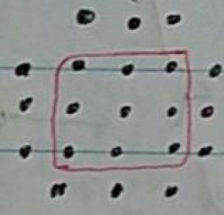
(۱)



(۲)



(۳)



نوٹ: فرمول کلی نہیں تو ان سے این گونہ سوال ماداد باہر

دقت ایک فرمول بہ دست آوریم

$$5 = 1^2 + 4 \times 1$$

شمارہ شکل



$$12 = 2^2 + 4 \times 2$$

شمارہ شکل



$$21 = 3^2 + 4 \times 3$$

شمارہ شکل

جہ عمومی بہ دست آمد:

$$C_n = n^2 + 4$$

# بنا آخدا

Subject :

فصل

Year : 99

Month : V

Date :

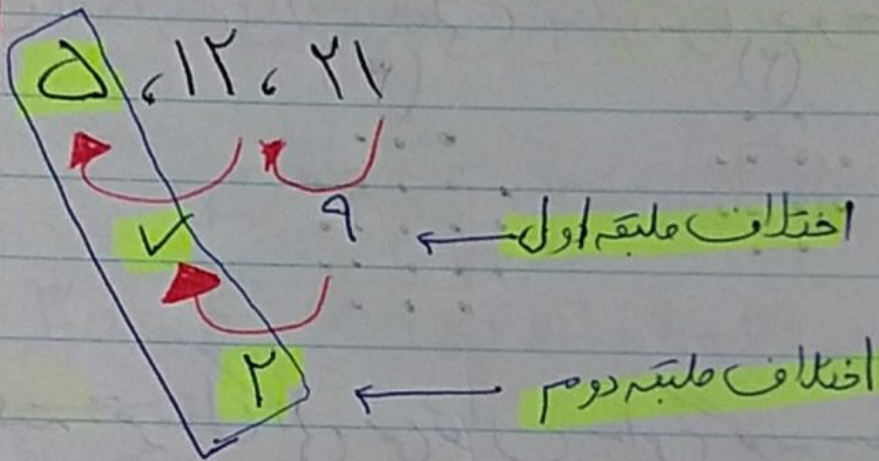
21

$$C_n = an^2 + bn + c \quad \boxed{\text{همان معنی}} = \text{حل باروشن سوم}$$

۲a را مساوی اختلاف طبقه دوم می‌گذاریم. نکته

b را مساوی تفاضل اختلاف طبقه اول از سه برابر a

c را مساوی تفاضل جدیدی اول از a و b قرار می‌دهیم.

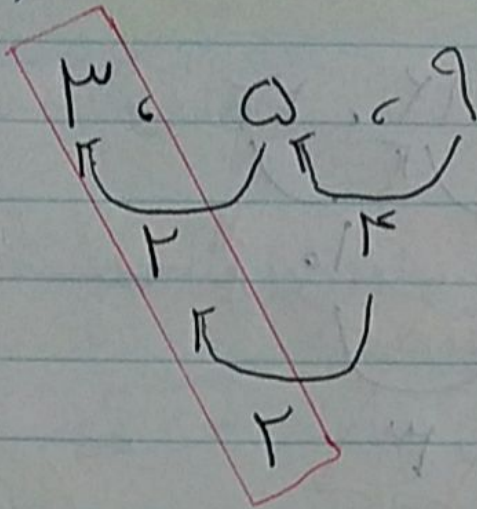


$$2a = 2 \times 1 = \boxed{a = 1}$$

$$b = 7 - 3 \times 1 = \boxed{b = 4}$$

$$c = 5 - a - b = 5 - 1 - 4 = \boxed{0 = c}$$

مثال: جدول عمومی دنباله درج دوم ..... کا ۳



← اختلاف طبقہ اول

← اختلاف طبقہ دوم

$$Xa = X = \boxed{a = 1}$$

$$b = ۲ - ۳ \times 1 = \boxed{b = -1}$$

$$c = ۳ - 1 - \underbrace{(-1)}_X = ۳ - 1 + 1 = ۳ = \boxed{c = ۳}$$

$$C_n = an^r + bn + c$$

← جدول عمومی

$$C_n = n^r - n + ۳$$



# بینا کذا

Subject:

فصل ۱

Year:

۹۹

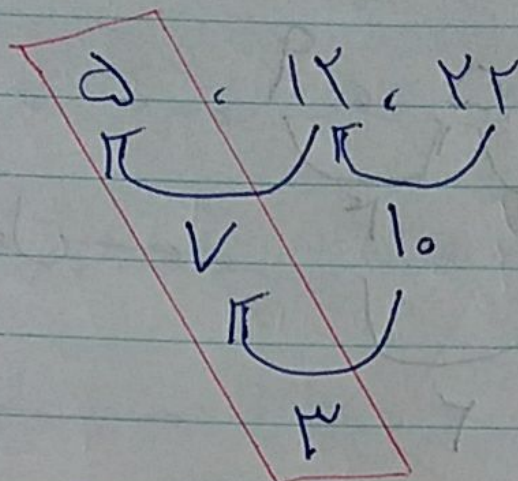
Month:

۷

Date:

۲۱

مثال = جمله عمومی دنباله ۵، ۱۲، ۲۲، ... را بیابید.



اختلاف طبقه اول ←

اختلاف طبقه دوم ←

$$\frac{1}{x} a = \frac{1}{x} \mu \quad \boxed{a = \frac{\mu}{x}}$$

$$b = 12 - \left( \frac{12}{1} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{12 \times 2}{1 \times 2} - \frac{12}{2} = \frac{24 - 12}{2} = \frac{12}{2} = \boxed{6}$$

$$c = \frac{5 \times 2}{1 \times 2} - \frac{12}{2} - \frac{5}{2} = \frac{10 - 12 - 5}{2} = \frac{-7}{2} = \boxed{-3.5}$$

$$C_n = an^2 + bn + c \quad \leftarrow \text{جمله عمومی}$$

$$C_n = \frac{1}{2} n^2 + \frac{5}{2} n + 1$$

نکته = هر موقع عددی مثل ۵ را منهای عدد کسری کردیم

۵ -  $\frac{1}{2}$  → ۵ +  $\frac{1}{2}$  : می توان به صورت :

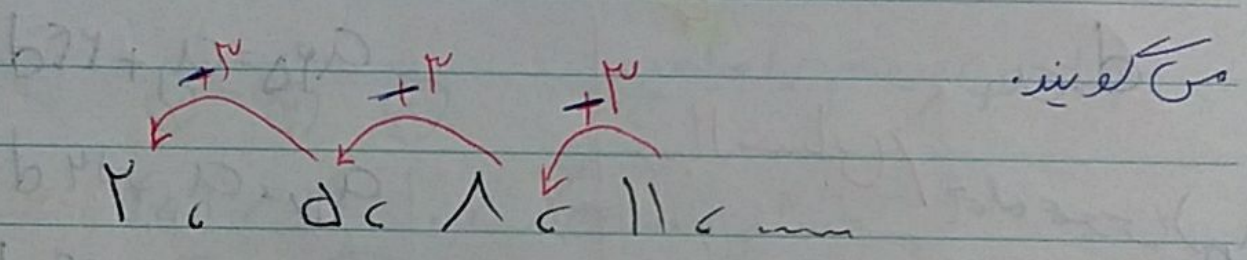
\* > نبالہ حسابی \* [مہارہ الگوی ضعی اسے]

معرفی نبالہ حسابی = > نبالہ ای کہ در آن

ہر جملہ (بہ جز جملہ سی اول) بنا افاضہ شدن عددی ثابت

بہ جملہ سی قبل از خودش بہ دست می آید.

یک نبالہ حسابی سی گویند و بہ آن عدد ثابت قدر نسبت نبالہ



یعنی عدد جلوین - عدد عقبی مثلاً [۳] شود [توجہ کنید ہر عددی

نکتہ

می تواند باشد) (رادیکیالی، کسری، متقی، اعشاری، ...)

باید عدد ثابت بہ دست بیاید، مثلاً در بالا این عدد

[۳] اسے. نکتہ = بہ عدد ثابت بہ دست آید

قدر نسبت سی گوئیم. و بانماد [d] نشان سی دہیم

اندیس  $n$

بینا آخدا

Subject :

فصل ۱

Year : ۹۹

Month : ۷

Date : ۲۱

$d =$  اختلاف دو جمله‌های متوالی  $= a_r - a_1$

جمله عمومی دنباله حسابی :

$a_r - a_r$

$a_r - a_r$

$a_{1000} - a_{999}$

$a_n =$  قدر نسبت  $\times$  بدون از اندیس  $+$  جمله اول  $[n-1]$  کسر

$a_n = a_1 + (n-1) \times d$

باز کردن جمله ها

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{25} = a_1 + 24d$

$a_{117} = a_1 + 116d$

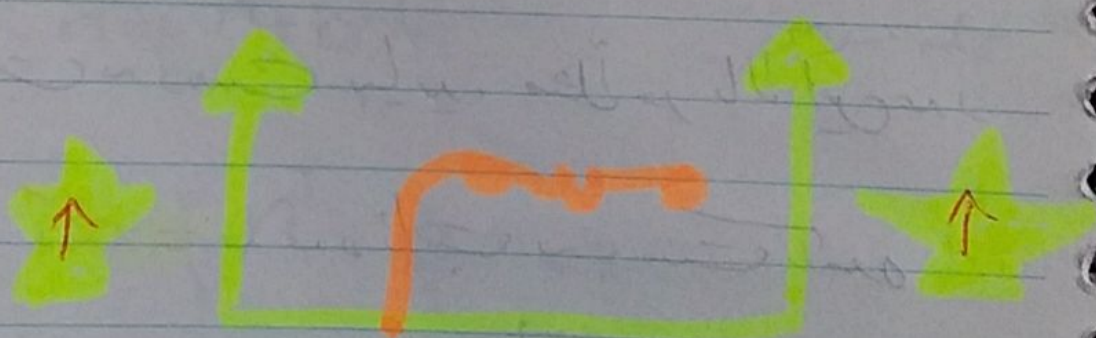
$a_{1000} = a_1 + 999d$

$d \times a_1$

جمله عمومی  $(a_n)$

دنباله حسابی

این داستان ادامه دارد...



مثال = در دنباله های بررسی کنید کدام یک حسابی است:

و اگر حسابی بود به سوالات زیر پاسخ دهید:

(الف) قدر نسبت را بیابید.

(ب) سه جمله ی بعدی را بنویسید.

(ج) جمله ی عمومی را بیابید.

(د) جمله ی بیستم را بیابید.

حسابی نیست  $\times$  ۲، ۴، ۶، ۱۰، ۱۴  
② ← ② ← ④

حسابی نیست  $\times$  ۱، ۵، ۱۱، ۱۷  
④ ← ④ ← ④

حسابی است  $\checkmark$  ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۴  
③ ← ③ ← ③  
↓ جواب سوالات

الف) (۳) ب. ۲، ۱۷، ۱۴  
③ ← ③ ← ③

ب)  $a_n = 2 + (n-1) \times 3$

ج)  $a_{20} = 2 + (20-1) \times 3$   
 $39 \times 3 = 117$   
۲ + ۱۱۷ = ۱۱۹

غلط است چون بچه ها جواب درست صفحه بعد.

بناؤ خدا

Subject :

فصل 1

Year :

99

Month :

7

Date :

21

پہلے سے سوال  
قبلہ

$$a_n = 2 + (n-1) \times 3$$

نکتہ تسلی =

$$a_n = 2 + 3n - 3$$

$$a_n = 3n - 1$$

خلاصہ شدہ جملہ عمومی

روٹی سریع حل [ خلاصہ ] شدہ جملہ عمومی :

$$a_n = 3n - 1$$

اول) قدر نسبت را اول بنویس  $n \times$

دوم) جملہ اول را - قدر نسبت کن

فلا

$$a_n = 3n - 1$$

ت) جملہ بیستم را بنویس

$$a_{20} = 3 \times 20 - 1$$
$$60 - 1 = 59$$

جملہ عمومی :

$$a_{20} = a_1 + 19d$$

$$2 + 19 \times 3$$

نتیجہ عمومی :

بستر

$$2 + 57 = 59$$

مسألة 1

Subject:

فصل 1

Year: 99

Month: V

Date: 21

ب)  $2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots$   $\sqrt{\text{مسألة}} = \text{مسألة}$

$2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots$  (الف)  $d = 3$

$a_n = 2 + (n-1) \times 3 \quad \underline{a_n = 3n}$  (ب)

$a_n = 2n \quad \& \quad a_{10} = 2 \times 10 = 20$  (ج)

$13, 17, 21, 25, \dots$   $\sqrt{\text{مسألة}} = \text{مسألة}$

$13, 17, 21, 25, \dots$  (الف)  $d = 4$

$a_n = 13 + (n-1) \times 4 \quad \underline{a_n = -4n + 19}$  (ب)

$a_n = -4n + 19 \quad \& \quad a_{10} = -4 \times 10 + 19 = -21$  (ج)

ب)  $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$   $\sqrt{\text{مسألة}} = \text{مسألة}$

$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$  (الف)  $d = \frac{1}{3}$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \quad (\leftarrow)$$

$$a_n = 1 + (n-1) \times \frac{1}{3}$$

لـ

$$a_n = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$$

$$a_{20} = \frac{1}{3} + \frac{19}{3} \times \frac{1}{3} \quad (\leftarrow)$$

$$\frac{1 \times \frac{1}{3}}{1 \times \frac{1}{3}} + \frac{19}{3} = \frac{3 + 19}{3} = \frac{22}{3}$$

$$\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$$

من كذا =

$$5\sqrt{3}, 6\sqrt{3}, 7\sqrt{3} \quad (\leftarrow) \quad d = \sqrt{3} \quad (\text{الف})$$

$$a_n = \sqrt{3} + (n-1) \times \sqrt{3} \quad \underline{\quad} \quad a_n = \sqrt{3}n \quad (\leftarrow)$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times \sqrt{3} \quad \star \quad a_{20} = \sqrt{3} + 19 \times \sqrt{3} \quad (\leftarrow)$$

$$\sqrt{3} + 19\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$$

بنا خدا

Subject: فصل ۱ Year: ۹۹ Month: ۷ Date: ۲۵

مثال در یک دنباله حسابی جمله سوم، هفتم برترتیب

۵۶، ۲۰ است. دنباله، مشخص کنند.

$$a_3 = 20, a_7 = 56$$

روش اول: جمله چهارم از منیم: دستگاه معادلات خطی

$$a_3 = \begin{cases} a_1 + 2d = 20 \\ a_1 + 6d = 56 \end{cases} \quad \ominus$$

$$a_3 = \begin{cases} a_1 + 2d = 20 \\ a_1 + 6d = 56 \end{cases}$$

$$\frac{2d}{4d} = \frac{20}{36} \rightarrow d = 9$$

$$a_1 + 2 \times 9 = 20 \rightarrow a_1 + 18 = 20 \rightarrow a_1 = 2$$

جواب: ۲، ۱۱، ۲۰، ۲۹، ۳۸، ...

باین هر طور متقی کردی بالا هم همین طور داد ۳ - داده ۷

مثال قبلی به صورت روش تستی:

$$d = \frac{56 - 20}{7 - 3} = \frac{36}{4} = 9$$

اندیس ها از هم کم می شوند  
اندیس ۳ - اندیس ۷

$$a_1 + 2 \times 9 = 20 \rightarrow a_1 = 20 - 18 = 2$$



مسئله جمله ی دهم یک دنباله ی حسابی برابر ۲۴ و جمله ی

$$a_1 = 24$$

$$a_{18} = 56$$

مجموع آن برابر ۵۶ است. جمله ی عمومی را بیابید.

اوس  
تستی

$$d = \frac{56 - 24}{18 - 1} = \frac{32}{17} = \frac{4}{1} = 4$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 24 \rightarrow a_1 = 24 - 36 \rightarrow a_1 = -12$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

$$a_n = -12 + (n-1) \times 4$$

$$a_n = 4n - 14 \rightarrow \text{خلاصه شده جمله عمومی}$$

جمله عمومی به صورت تستی ← برای به دست آوردن جمله

عمومی اول یک آبنویس بعد قدر نسبت را بیستین بنویس و بعد طوی  $n$

$$a_n = 4n - 14 \text{ کند } a_1 - \text{قدر نسبت}$$

**مثال** جمله عمومی یک دنبالی حسابی به صورت  $a_n = \sqrt{n} - 12$

است. قدر نسبت را بیابید و جمله اول را بیابید.

$$a_1 = \sqrt{1} - 12 = -11, \quad a_2 = \sqrt{4} - 12 = -10 \quad \leftarrow a_n$$

$$d = a_2 - a_1 = -10 - (-11) = +1 \quad \leftarrow \text{قدر نسبت}$$

روش کنگوری = هرگاه جمله عمومی به شکل  $a_n$  بتوان  $n$

مسئله  $\boxed{1}$  یورد، عددی بیشتی آن = قدر نسبت است  $\star$

و بر این به دست آوردن  $a_1$ ، دو عدد داده شده را با هم جمع کنید.

**مثال** چندمین جمله دنبالی  $a_n = \sqrt{n} - 12$  برابر با  $1$  است؟

برای حل این گونه سوالها کافی است  $a_n$  را یافته و مساوی  $\boxed{\text{جمله}}$

با عدد داده شده قرار دهیم.  $a_n = a_{n-1}$

$$a_n - 1 = 1 \rightarrow a_n = 2 \rightarrow \boxed{n = 13}$$

$$\sqrt{13} - 1 = 1 \rightarrow \sqrt{13} = 2 \rightarrow \boxed{13}$$

اثبات  $\leftarrow$

سوال در یک دنباله حسابی مجموع دوجمله اول

برابر 20 و مجموع جمله نهم، دهم برابر 25 است. جمله عمومی

دنباله را بیابید. روش 1 :

در حل این گونه سوالها به روش زیر عمل می کنیم :

$$a_1 + a_n = 20 \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} a_1 + a_1 + d = 20$$

$$a_9 + a_{10} = 25 \xrightarrow{a_9 = a_1 + 8d, a_{10} = a_1 + 9d} a_1 + d + a_1 + 9d = 25$$

$$\begin{cases} 2a_1 + d = 20 \\ 2a_1 + 10d = 25 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2a_1 + 2 = 20 \rightarrow 2a_1 = 18 \\ \hline a_1 = 9 \end{matrix}$$

$$\frac{+10d = 25}{-2d = 20} = \boxed{d = 2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d$$

$$a_n = 9 + (n-1) \times 2 \xrightarrow{\text{ساده کنیم}} a_n = 2n + 7$$

$$a_1 + a_2 = 20 \rightarrow 2a_1 + d = 20$$

روش تستی = 2

$$a_9 + a_{10} = 22 \rightarrow 2a_1 + 17d = 22$$

اول: به صورت مقابل من نویسیم:  $2a_1 + 17d = 20$

دوم: تعداد جملات را بست  $a_1$  [من نداریم]:

سوم: اندیس ها با هم جمع و - تعداد جملات کن:  $3 - 2 = 1$

$$2a_1 + 17d = 22$$

همه این ها به شرط اینکه بین  $a_1$  و  $a_2$  و ... [جمع باشد]

اگر تقریباً باشد نمی شود. و شرطه دیگر اینکه عدد بست  $a_1$  ]

[جواب اصلی سوال صفحه قبل هست]

نکته = جمله دهم یک دنباله حسابی از جمله چهارم آن 20 واحد بیشتر

اسه. قدر نسبت این دنباله را به دست آورید  $d = \frac{t_n - t_m}{n - m}$

$$d = \frac{t_{10} - t_4}{10 - 4} = \frac{20}{6} = 2$$

مسئلہ در یک دنبالی حسابی، مجموع سه جمله اول ۳

و مجموع سه جمله بیانی آن ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید.

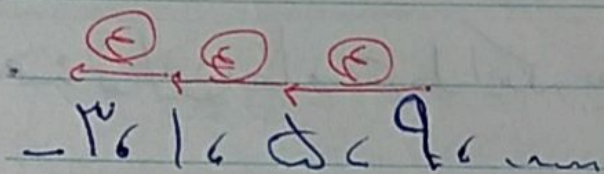
$$a_1 + a_2 + a_3 = 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3a_1 + 3d = 3 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 39 \end{array} \right.$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 39 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3a_1 + 3d = 3 \\ 3a_1 + 12d = 39 \end{array} \right.$$

$$d = 3$$

$$\frac{9d = 39}{3} \rightarrow d = \frac{39}{3} = 13$$

$$3a_1 + 3 \times 3 = 3 \rightarrow \frac{3a_1}{3} = \frac{-9}{3} \rightarrow a_1 = -3$$



فرمول عمومی: تعداد جمله دنباله حسابی  $t_1, t_2, \dots, t_n$

$$n = \frac{t_n - t_1}{d} + 1$$

با قدر نسبت  $d$  برابر است با:

مثلاً = چند عدد مرتبی مفرب ۵ وجود دارد

$$n = \frac{995 - 100}{5} = \frac{895}{5} = 179 + 1 = 180$$

**\* واسطہ حسابیں \***

**واسطہ حسابیں:** عدد یا اعدادی کہ جس میں <sup>وقت</sup> عدد قرار میں لیں گے،

تشکیل دینا کہ حسابیں یا عددی بدھند کے آئے اعداد واسطہ حسابیں

میں لیں گے۔

فرض کنند  $a, b, c$  سے چھٹی سوال کے ایک دنبالہ حسابیں ہوں۔

$b$  اور واسطہ حسابیں  $a, c$  میں نامیم۔

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{یا} \quad 2b = a+c$$

مثلاً = واسطہ حسابیں ۴ اور ۱۲ کے لیے۔

$$b = \frac{4+12}{2} = 1$$

# بینام خدرا

Subject :

فصل

Year :

۹۹

Month :

۷

Date :

۲۱

مثال سه عدد  $K+6$ ،  $K+1$ ،  $2K-5$  تشکیل دنباله

حسابی می دهند. ک و قدر نسبت را به دست بیارید.

از هرگاه به شما ۳ عدد دادند دنباله حسابی، که معمول

هم بود در این ۳ تا عدد حداقل یک عدد معمول باشد :

اولین راه : واسطه حسابی : نام گذاری می کنیم و وسطی را

$$B = \frac{A+C}{2} \quad \text{مساوی جمع دو عدد دیگر : ۲ می کنیم (قراری دهیم)}$$

$$\frac{K+1}{1} = \frac{2K-5 + K+6}{2} \rightarrow 3K+1$$

هرگاه یک تساوی داشتید، سمت راست یا چپ آن

کسری بود، آن طرفی را هم کسری کنید و بعد طرفین، وسطین

$$2K+2 = 3K+1$$

معادله

کنید

$$2K-3K = 1-2$$

$$\frac{-1K}{-1} = \frac{-1}{-1} \rightarrow K=1$$

$$K=1$$

~ ناسخه

Subject:

فصل 1

Year: 99

Month: 5

Date:

21

$$2K - d = -3, K + 1 = 1, K + 4 = 5$$

① ✓

$$\begin{array}{ccc} & \xleftarrow{d} & \xleftarrow{d} \\ -3 & , & 1 & , & 5 \end{array}$$

$$d = d, K = 1$$

مثال سه عدد  $2K+1$ ,  $2K-4$ , و  $5K+3$  که در یک دنباله حسابی قرار دارند.  $K$  و قدر نسبت را به دست بیآورید.

$$2b = a + c$$

صوابین می دهد.  $K$  و قدر نسبت را به دست بیآورید.

$$b = \frac{a+c}{2} \rightarrow \frac{2K+1+5K+3}{2} = \frac{2K-4}{1}$$

$$4K - 1 = 2K + 4$$

$$4K - 2K = 4 + 1$$

$$\frac{2K}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow \boxed{K = \frac{5}{2}}$$

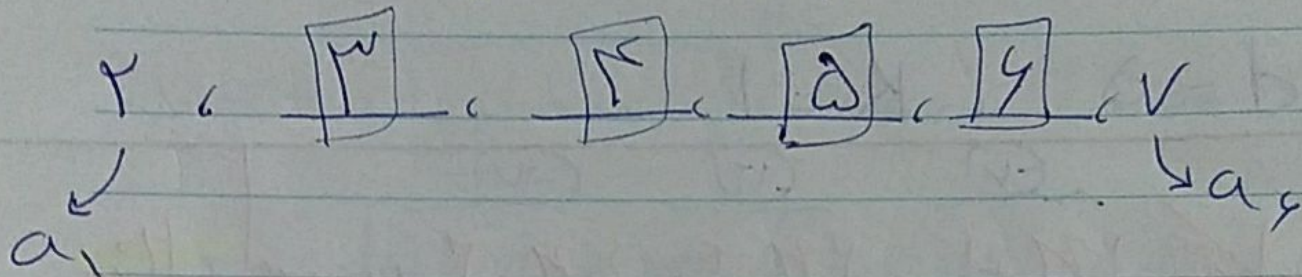
$$\begin{array}{ccc} & \xleftarrow{d} & \xleftarrow{d} \\ -1 & , & \frac{5}{2} & , & -1 \end{array}$$

$$\boxed{d = -\frac{5}{2}}$$



درج چند واسطی حسابی بین دو عدد:

راه حل: اول باید بنویسیم چند واسطی حسابی از ما می خواهد:



دوم اینکه قبل از نوشتن این کار را انجام می دهیم:

$$\frac{7-2}{4-1} = \frac{5}{3} = 1 = d$$

یا از فرمول  $d = \frac{b-a}{m+1}$  استفاده می کنیم:

$$\frac{7-2}{4-1} = \frac{5}{3} = \boxed{1 = d}$$

**مثال** بین 11 و 42 سه عدد در میان بیاید که 5 عدد حاصل ،

تکمیل دنباله حسابی دهند:

$a_1$        $a_5$   
 $11, \quad 19, \quad 25, \quad 31, \quad 37, \quad 42$

$$\frac{42-11}{5-1} = \frac{31}{4} = \boxed{11 = d}$$

تمرین: جای دو عدد را عوض می کنیم.

به با خدا فصل ۱

۹۹ ، ۷ ، ۲۸

Subject: (۱۱) (۱۱) (۱۱) Year: (۷) Month: Date:

۹۲ ، ۵۱ ، ۴۰ ، ۲۹ ، ۱۸

$a_1$   $a_5$

$$\frac{92 - 18}{5 - 1} = \frac{74}{4} = d = 18.5$$

d برابر ۱۸.۵ است پس می آید ولی قدر نسبت = ۱۱ به دست

من آید در اصل [استنباط: جمله ۵ - جمله اول]

**مثال** بین دو عدد ۶ - ۱۹، چهار واسطه حسابی درج

کنید.  $19 \leftarrow a_5$  ،  $14$  ،  $9$  ،  $4$  ،  $1 \leftarrow a_1$  ،  $-4$

$$\frac{19 - (1)}{5 - 1} = \frac{18}{4} = 4.5 = d$$

**مثال** جاهای خالی را طوری پر کنید که اعداد تشکیل دنباله حسابی

دهند.  $5$  ،  $1$  ،  $-\frac{1}{2}$  ،  $-2$  ،  $-\frac{3}{2}$  ،  $-\frac{5}{2}$  ،  $-\frac{7}{2}$  ،  $-\frac{9}{2}$

$$\frac{5 - (-9/2)}{7 - 1} = \frac{19/2}{6} = \frac{19}{12} = d$$

فصل سوال قبلی حل می شود هیچ فرقی ندارد باید توجه کنید. تب سوال عوض می شود

مسئله یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت مثال

برندیک چند چهارم آن باشد.

$a = 1.$ $a_1 + 3d = 10.$ با از من سنتر کی نسبت جواب داریم اولی $d > 0$	$7, 8, 9, 10, \dots$ $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ $\dots$
--	--

نکته = اگر بخواهیم بین دو عدد  $a$  و  $b$  و  $m$  عدد قرار دهیم به

طوری که  $m+2$  عدد حاصل، جمله  $m+1$  متوالی یک دنباله حسابی باشند.

ازگاه قدر نسبت دنباله  $[d]$  از دستور اول به دست می آید:

$$d = \frac{b-a}{m+1}$$

$$t_1 = a, \dots, b = t_{m+2} \rightarrow d = \frac{t_{m+2} - t_1}{(m+2) - 1} = \frac{b-a}{m+1}$$

**\* دنباله هندسی \***

دنباله ای که در آن هر جمله (به جز جمله ی اول) از ضرب

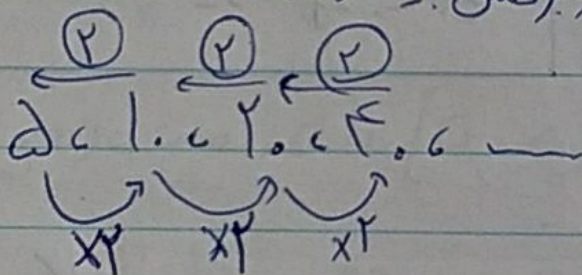
جمله ی قبل از خودش در عددی ثابت و غیر صفر به دست می آید.

این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله می نامیم. جمله اول هم باید غیر

صفر باشد.  $a_1 \neq 0$   $r \neq 0$  قدر نسبت هندسی

**\*** برای اینکه بفهمیم یک دنباله هندسی است کافی است عدد

جلوین را بر عدد بیستی کنیم. و برعکس باید ضرب شود.



$r = \text{قدر نسبت هندسی} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

$a_n = a_1 + (n-1) \times d = a_1 + d \times (n-1)$

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$

# بناکذا فعلها

Subject :

Year : 99 Month : 7 Date : 21

$$a_{20} = a_1 \times r^{19}$$

مسئله در دنباله های زیر، دنباله های هندسی را مشخص کنید.

الف)  $7, 14, 28, 56, \dots$

و آن ها را بنویسید:

ب)  $2, 4, 6, \dots$

الف) قدر نسبت

پ)  $5, 10, 20, 40, \dots$

ب) جمله عمومی

\*  $r = 2$

الف)

ب) در جمله بعدی

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

ت) جمله یازدهم را بیابید . ب)

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

$5, 10, 20, 40, 80, 160, \dots$

پ)

$$a_{11} = 5 \times 2^{10} = 5120$$

ت)

همین کافی است نیازی نیست حل کنیم مگر اینکه دلتا

خود سؤال بدود.

مثال در دنباله های زیر، دنباله های هندسی را مشخص کنید

و آن های که دنباله هندسی هستند، [الف و ب و ج و د] مشخص کنید

۴ ، ۲ ، ۱ ،  $\frac{1}{2}$  ، ... ✓ وابسته

الف)  $r = \frac{1}{2}$

ب)  $a_n = a_1 \times r^{n-1} = a_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

ج) ۴ ، ۲ ، ۱ ،  $\frac{1}{2}$  ،  $\frac{1}{4}$  ،  $\frac{1}{8}$  ، ...

د)  $a_{10} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 4 \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{1024} = 256$

نکته ب) اگر عدد اول [جمله اول]  $a_1$  با قدر نسبت ربطی

به هم داشته باشد توان خلاصه تر نوشتن مثلا در مثال بالا:

عدد  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$  را می توان به صورت  $\left(\frac{2^2}{2^2}\right)^{-2}$  نوشت پس:

$$r^{n-1} = 2^{-(n-1)} \rightarrow 2^{-(n+1)} \rightarrow 2^{-n+3}$$

اسی سوال ہمارے قبلی :

مثال

هندسی اسے ✓  
 $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, \dots$

$$\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{2} = 2 \quad \star \quad \frac{8\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{8}{4} = 2$$

الف)  $r = 2$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 2\sqrt{5} \times 2^{n-1}$$

ب)  $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, 16\sqrt{5}, 32\sqrt{5}, \dots$

$$[2\sqrt{5} \times 2] = 2\sqrt{5} \times 1.24 = 512\sqrt{5}$$

میں گانہ

[ہر عدد پر مساوی خود سے ہے]

اسی سوال ہمارے قبلی اسے

مثال

هندسی اسے ✓  
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

الف)  $r = \frac{1}{2}$

نوٹ: ہر گاہ دیسی در دنبالہ هندسی علامتے ما یکی در میان عوض میں ہر قدر نسبت متی اسے

ب)  $a_n = a_1 \times r^{n-1} = a_{n-1} \times \left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)$

ب)  $\frac{1}{16} < \frac{1}{32}$

ت)  $a_{11} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \rightarrow \frac{1}{1024}$

مسئله اربع سوال حل کن

هندسی است ✓  $9, 3, 1, \dots$

الف)  $r = \frac{1}{3}$  ، ب)  $a_n = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

ب)  $\frac{1}{9} < \frac{1}{4}$

ت)  $a_{11} = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$

مسئله جمله سوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب ۹۶ و ۱۲

من باشه دنباله را مشخص کن  
که بین  $a$  و  $r$

$a_1 \times r^2 = 12$

در این گونه معادله را به تقسیم کن

$a_4 \times r^3 = 96$



$$\frac{a_1 \times r^3 = 96000}{a_1 \times r^2 = 12}$$

$$\rightarrow r^3 = 8$$

$$r = 2$$

$$r = 2$$

به شرطی که  
خط من خورد  
که بتواند  
فرد باشد  
و اگر مثبت خط من خورد  
عدد درست عدد + قرار می دهیم.

$$a_1 \times r^2 = 12$$

$$a_1 \times r^2 = 12 \rightarrow a_1 = \frac{12}{r^2} = 3 = a_1$$

② ② ②

۳، ۶، ۱۲، ۲۴، ...

مسئله چندی سوم یک دنباله هندسی ۲۷ و چندی پنجم آن

۲۴۳ است. چندی هفتم را بیابید.

$$a_3 = 27 \rightarrow a_1 \times r^2 = 27$$

$$a_5 = 243 \rightarrow a_1 \times r^4 = 243$$

$$\frac{a_1 \times r^4}{a_1 \times r^2} = \frac{243}{27} \rightarrow r^2 = 9$$

هرگاه جواب مثلاً ۳+ در آید باید عدد را حساب کنید.

یعنی یکبار مثبت و یکبار منفی حساب کنید.

$$a_1 \times \left(\frac{-3}{+3}\right)^v = 27 \rightarrow a_1 \times 9 = 27 \rightarrow a_1 = \frac{27}{9} = \boxed{3 = a_1}$$

نکته = اگر توان بالاس  $\pm$  زوج بود نیاز به حساب دوتا نیست.

$$a_n = a_1 \times r^{n-1} \quad a_v = 3 \times (\pm 3)^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

جمله  $n$ ام =  $3^v$

$$a_n = 3^1 \times 3^{n-1}$$

جمله  $n$ ام =

$$\boxed{a_n = 3^n}$$

ظلمه  $n$ ام ←

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

نکته:

نکته: اگر  $a, b, c$  تشکیل یک دنباله هندسی دهند

سه جمله متوالی یک دنباله هندسی می باشد. آن گاه

$a, c$   
 $b$  را واسطه هندسی می نامیم.

در حساب  $b = \frac{a+c}{2}$

در هندسه  $b^2 = a \times c \xrightarrow{\text{اثبات}} b = ar, c = br$

$$\frac{b}{c} = \frac{a \cancel{r}}{b \cancel{r}} = \frac{b}{c} = \frac{a}{b} \Rightarrow \boxed{b^2 = a \times c}$$

مثال واسطه‌های هندسی ۲ و ۴ را بیابید.

$$b^2 = 2 \times 4, \sqrt{b^2} = \sqrt{12} \rightarrow b = \pm \sqrt{12}$$

نکته: مطلقاً یک معادله به شما دادند که یک طرف توان آن هست

[یا توان زوج دیگر] و طرف دیگر توان ندارد، باید جذر بگیریم ولی

بعد اینکه جذر گرفتن بیست عدد باید  $\pm$  قرار بدهی چون توان

زوج هست

مثال سه عدد  $n+1, n, n-1$  تشکیل دنباله هندسی

می‌دهند  $n$  و قدر نسبت را بیابید. مسئله چند جواب دارد؟

۲ جواب دارد چون  $\pm$  هست.

$$b^2 = a \times c$$

$$\sqrt{1} = (n-1) \times (n+1) \rightarrow 1 = n^2 - 1^2$$

$$\sqrt{1} \times \sqrt{1} = \sqrt{1} = 1$$

اتحاد مزدوج

اولی به توان دو =  $n^2$

علامت بین علامت منهای = -

دومی به توان دو =  $1^2$

$$1 + 1 = n^2$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{n^2}$$

$$\pm \sqrt{2} = n$$

بنا خدا

Subject: فصل ۱      Year: ۹۹      Month: ✓      Date: ۲۰

$$x = +۳ \rightarrow ۲, \sqrt{۸}, ۴ = ۲ = \frac{\sqrt{۸}}{۲}$$

$$x = -۳ \rightarrow -۴, \sqrt{۸}, -۲ = \frac{\sqrt{۸}}{-۴}$$

میتوانی  $\frac{\sqrt{۸}}{۲}$  را به این شکل نوشت:

$$\frac{\sqrt{۸}}{۲} = \frac{\sqrt{۴ \times ۲}}{۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}$$

علامت منفی

**مثال** سه عدد  $۱^x, \sqrt{۲}^y, (\frac{1}{14})^z$  تشکیل دنباله هندسی

می دهند. چه رابطه ای بین  $x, y, z$  برقرار است؟

$$b = ac \rightarrow (\sqrt{۲}^y) = 1^x \times (\frac{1}{14})^z$$

عدد در این تکثیر  $\downarrow$  عدد در این تکثیر

$1 = ۲^x$        $(\frac{1}{14})^{-z} \rightarrow 14 = (۲^4)^{-z}$

$$۲^y = (۲^x) \times (۲^4)^{-z} \rightarrow ۲ = ۲ \times ۲$$

$$۲^x = ۲^x$$

هرگاه پایه ها برابر بود در اضلاع بنویسند و توان ها را مساوی هم قرار دهند.

جواب آخر  $\boxed{y = ۳x - ۴z}$

**مسئله** عدد  $m$  را طوری بیا بید که اعداد زیر تشکیل دنباله

هندسی دهند. سپس قدرنسبت را بیا بید.

$$m+1, \sqrt{m^2 - 2m}, m+3$$

نکته = اگر در یک تساوی عبارت های دو طرف مثل هم باشند

$b^2 = ac$  [حتما مثل هم باشند طرفی خود را بیا بید]

$$(\sqrt{m^2 - 2m})^2 = (m+1)(m+3) \rightarrow m^2 - 2m = m^2 + 4m + 3$$

$$-2m = 4m + 3 \rightarrow -2m - 4m = 3 \rightarrow \frac{-6m}{-6} = \frac{3}{-6}$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 3} = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} + 3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

نکته صفحه بعد

$$\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}}{2} < \frac{5}{2}$$

$$\left( \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{1}{2}} \right) = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 2}{1} = \sqrt{5} \rightarrow r = \sqrt{5}$$

نکته = هرگاه یک کسر داشته‌یم، با عدد ۱ جمع یا تفریق می‌کنیم

مخرج هر دو عدد بنویسید و بعد اراکنار بگذارید و صورت در مخرج

کسر را با هم جمع کنید اگر جمع بود [اگر منهای بود، منهای کنید] و در صورت

$$\text{بنویسید: } \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \text{ یا } \sqrt{\frac{5}{4}} = 2 \sqrt{\frac{1}{4} + 1}$$

نکته = هرگاه دنباله هندسی کسری بود و او بی هم که کسری

نبود [مثلاً] به صورت  $\frac{1}{1}$  بنویسید. و بعد صورت را به صورت

$$\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{5}{2}$$

و مخرج را به مخرج تقسیم کنیم: مثلاً

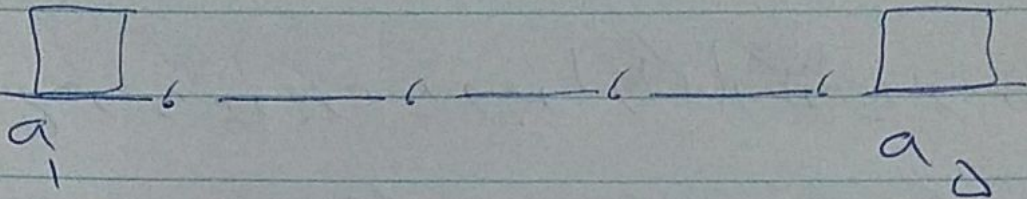
$$\frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

نکته = اگر دو عبارت داخل پرانتز ضرب در هم بود و یکی مورد

داخل هر دو مشترک بود، انتقاد جمله مشترک است. و اگر

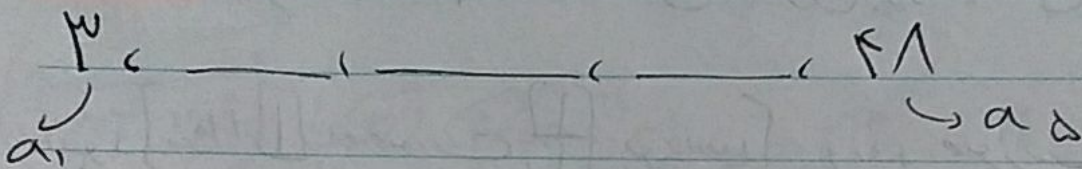
هر دو ماتر هم بودن انتقاد مزدوج است.

**\* درسنامہ درج چند واسطہ هندسی \***



جملات را بازو و تقسیم کنیم

**مسئلہ** بین ۳ و ۴۱، دو واسطہ هندسی درج چند



$$a_1 = ۳ \rightarrow a_1 = ۳$$

$$\frac{a_n \times r^n}{a_1} = \frac{۴۱}{۳} = ۱۴$$

$$a_n = ۴۱ \rightarrow a_1 \times r^n = ۴۱$$

$$r^n = ۱۴ = ۲^n \rightarrow r = \pm ۲$$

$$۳, ۶, ۱۲, ۲۴, ۴۸$$

یکبار با ۲ + حل می کنیم

$$+ ۳, - ۶, + ۱۲, - ۲۴, ۴۸$$

یکبار با ۲ - حل می کنیم

مثال ۳ در عدد ۳ و ۹۶، چهار رابطه هندسی درج کنید

۳، (۴)، (۱۲)، (۲۴)، (۴۸)، ۹۶  
 $a_1$   $a_4$

$a_1 = 3 \rightarrow a_1 = 3$   
 $a_4 = 96 \rightarrow a_1 \times r^3 = 96$   
 $\frac{a_1 \times r^3}{a_1} = \frac{96}{3} = 32$

$r^3 = 32 = 2^5 \rightarrow r^3 = 2^5 \rightarrow r = 2$   
 چون توان فرد بود  $\pm$  نمی گذاریم.

۳، ۴، ۱۲، ۲۴، ۴۸، ۹۶

مثال درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت

درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض

ارائه کنید.

الف) هر دنباله ی خاص است یا هندسی. نادرست X

دنباله فیبوناچی ۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ...



(ب) دنبالہ ای وجود ندارد، ہم حسابیں باسٹروہر ہندسی X

دنبالہ حسابیں کہ قدر نسبت اس میں بتیور

مقرر، دنبالہ ثابت اسے۔  $\Phi$  دنبالہ ہندسی کہ قدر نسبت اس میں

بتیور، دنبالہ ثابت اسے۔  $\Phi$  دنبالہ ثابت دنبالہ ای اسے کہ ہم حسابیں  
وہم ہندسی اسے۔

مثلاً قیمت ملا در سال جاری، گریس ۰۰۰ ہزار تومان اسے۔

قرض کنند قیمت ملا بعد از گذشت ہر سال، اور صد اقرایش باید۔

(الف) قیمت ملا بعد از یک سال، دو سال، صد سال چہ قدر اسے؟

یک سال  $100 \times \frac{100}{100} = 100$

دو سال  $110 \times \frac{100}{100} = 121$

۳ سال  $121 \times \frac{100}{100} = 133$

(ب) قیمت ملا در  $n$  سال بعد از جو خریداری بہ دست می آید

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}, \quad a_n = 110 \times (1.1)^{n-1}$$

نکتہ کنکورس: در سؤالی مثلاً آمد  $n$  درصد افزایش یا کاهش،

قدر نسبت بہ این صورت بہ دست می آید:  $r = 1 + \frac{n}{100}$

$n$  را تقسیم بر ۱۰۰ کنتم [یا اعشاری کنتم]  $r = 1 - \frac{n}{100}$

مثال علی دو چرخ ای را بہ قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید

فرض کنید قیمت دو چرخ دست دوم، در هر سال ۲ درصد نسبت بہ سال قبل از فروش کاهش می یابد.

(الف) اگر بعد از سه سال قصد فروش دو چرخ ای را داشته باشید،

بہ چه قیمتی می توانید آن را بفروشید؟

$$500 - 100 = 400, \quad 400 - 80 = 320, \quad 320 - 64 = 256$$

$$\frac{500}{100} \times \frac{20}{100} = 1, \quad \frac{320}{100} \times \frac{20}{100} = 64$$

$$r_1 = 0, r_2 = 0, r_3 = 0$$

$$r = 1 - 0, r_2 = 0, r_3 = 0$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

$$a_n = 500 \times \left( \frac{45}{100} \right)^{n-1}$$

$$a_3 = 500 \times \frac{45}{100} = 225$$

$$a_n = 500 \times (0,1)^{n-1}$$

جمله عمومی، ایا برابر =

**مثال** نخستین جمله یک دنباله هندسی ۱۵۲۶ و

نسبت مشترک این دنباله هندسی  $\frac{1}{3}$  است کلام قدر نسبت

جمله سی دنباله برابر ۶، است  $\frac{1}{3}$

نکته = برای حل این گونه سوال ها که ، مقدار دنباله را می دهند

و جمله را از ما می خواهند ، کافی است جمله عمومی را حساب

کرده و آن را مساوی با عدد داده شده قرار می دهیم .  
 و یک معادله به دست می آید و اگر را حل می کنیم

بناکذا

Subject :

فصل 1

Year :

99

Month :

✓

Date :

۳۰

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

$$a_n = 1234 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

مجهول اسے

$$\cancel{1234} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 1 \rightarrow 234 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{234} = \frac{1}{2^7}$$

اسے مساوی کر کے

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^7 \rightarrow n-1 = 7 \rightarrow \boxed{n=8}$$