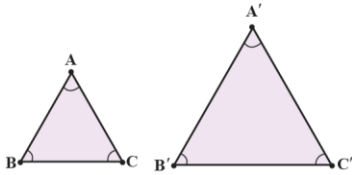


فصل دوم؛ مثلثات:



تشابه: می دانیم دو شکل را متشابه گویند هرگاه ضلع ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و اندازه زوایا تغییر نکرده باشد.

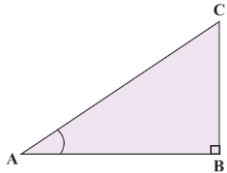
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\hat{A} = \hat{A'}, \hat{C} = \hat{C'}, \hat{B} = \hat{B}'$$

(۱) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، آن دو مثلث متشابه اند.

(۲) در مثلث های قائم الزاویه، اگر دو مثلث به غیر از زاویه قائمه، یک زاویه برابر دیگر داشته باشند، متشابه اند.



در مثلث قائم الزاویه ABC برای زاویه معین و حاده A، نسبت های مثلثاتی این زاویه را به شکل زیر تعریف می کنیم؛

$$\tan A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cot A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

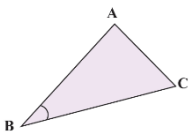
$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

نکته: در هر مثلث قائم الزاویه، $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ و $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$.

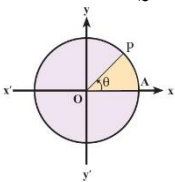
نسبت های مثلثاتی	30°	45°	60°
Sin	1/2	√2/2	√3/2
Cos	√3/2	√2/2	1/2
Tan	1/√3	1	√3
Cot	√3	1	1/√3

نکته: نسبت های مثلثاتی زوایای 30، 45 و 60 درجه در جدول مقابل آورده شده است.

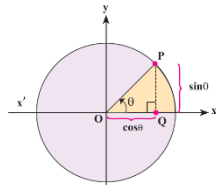
نکته: هرگاه در یک مثلث اندازه طول دو ضلع و زاویه بین آن ها را داشته باشیم، مساحت مثلث از رابطه مقابل به دست می آید؛ $\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B$.



دایره مثلثاتی: دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع 1 که برای نمایش زاویه ها به کار گرفته می شود، دایره مثلثاتی نامید می شود. برای نمایش یک زاویه روی این دایره، از نقطه P شروع به حرکت می کنیم، برای نمایش زوایای مثبت در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت و زوایای منفی در جهت حرکت عقربه های ساعت و به اندازه زاویه خواسته شده حرکت می کنیم. به عنوان مثال زاویه AOP در شکل زیر یک زاویه مثبت است.



فاصله Q تا مبدا برابر است با کسینوس theta و فاصله نقطه P تا پای عمود (یعنی نقطه Q) با سینوس theta برابر است.

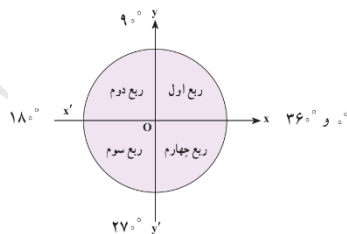


بنابراین محور Xها را محور کسینوس ها و محور Yها را محور سینوس ها می نامیم.

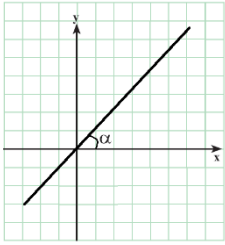
نکته: دو محور عمود بر هم ناحیه را به 4 قسمت تقسیم می کند که به

شکل مقابل تقسیم بندی می شوند. زوایای 0، 90، 180، 270 و 360 زوایای

مرزی محسوب می شوند و جزو هیچ کدام از نواحی نیستند.



نکته: برای هر زاویه دلخواه theta؛ $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ و $-1 \leq \cos \theta \leq 1$



نکته: برای محاسبه شیب یک خط، می توان از \tan زاویه ای که خط با محور افقی می سازد استفاده کرد. یعنی:

به عبارت دیگر: $\tan \alpha = \text{شیب خط}$

نکته: برای هر زاویه مانند θ می توان ثابت کرد:

$$1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$2) \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

$$3) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$

نکته: روابط بین θ و $-\theta$:

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

:

مقدم

گنجی