Subject : Year : Month : Date :

شروع

فصل ۳

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK

Date: ۹۹/۹/۱۳ Subject: فصل ۳

* درسنامه فصل ۳ *

مرور بر سال های گذشته:

$۲^{۳} = ۲ \times ۲ \times ۲$ ، $۲^{۳} \times ۲^{۴} = ۲^{۷}$ ، $\frac{۲^{۵}}{۲^{۳}} = ۲^{۲}$

هرگاه توان منفی بود، کسر را معکوس کنید تا + شود. $۲^{-۳} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{+۳}$

همچنین می توان - را در نظر نگرفت، بعد اینکه جواب به دست آمد

معکوسش کنیم: $۲^{-۲} \xrightarrow{\text{با فرض +}} ۴ \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۱}{۴}$

اگر عدد کسری به توان منفی رسید، کافی است کسر را معکوس

کنیم تا کسری با توان + به دست آید: $\left(\frac{۳}{۲}\right)^{-۲} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^{+۲} = \frac{۴}{۹}$

شروع فصل ۳: منظور از توان های گویا یعنی توان های کسری:

$۲^{\frac{۱}{۳}}$

در پایه یازدهم، $۲^{\sqrt{۲}}$ را خواهیم آموخت.

به نام خدا

javaneh
NOTE BOOK

Date: ۹۹/۹/۱۳

Subject: فصل ۳

نکته = عدد ۲ را باید تا توان ۱۰ یاد بگیریم و حفظ کنیم:

$۲^۱ = ۲$ ، $۲^۲ = ۴$ ، $۲^۳ = ۸$ ، $۲^۴ = ۱۶$ ، $۲^۵ = ۳۲$

$۲^۶ = ۶۴$ ، $۲^۷ = ۱۲۸$ ، $۲^۸ = ۲۵۶$ ، $۲^۹ = ۵۱۲$ ، $۲^{۱۰} = ۱۰۲۴$

نکته = عددهای ۳ و ۴ و ۵ را باید تا توان ۵ حفظ کنیم:

$۳^۱ = ۳$ ، $۳^۲ = ۹$ ، $۳^۳ = ۲۷$ ، $۳^۴ = ۸۱$ ، $۳^۵ = ۲۴۳$

$۴^۱ = ۴$ ، $۴^۲ = ۱۶$ ، $۴^۳ = ۶۴$ ، $۴^۴ = ۲۵۶$ ، $۴^۵ = ۱۰۲۴$

$۵^۱ = ۵$ ، $۵^۲ = ۲۵$ ، $۵^۳ = ۱۲۵$ ، $۵^۴ = ۶۲۵$ ، $۵^۵ = ۳۱۲۵$

نکته = عددهای ۶ و ۷ و ۸ و ۹ را باید تا توان ۳ حفظ کنیم:

$۶^۱ = ۶$ $۶^۲ = ۳۶$ $۶^۳ = ۲۱۶$

$۷^۱ = ۷$ $۷^۲ = ۴۹$ $۷^۳ = ۳۴۳$

$۸^۱ = ۸$ $۸^۲ = ۶۴$ $۸^۳ = ۵۱۲$

$۹^۱ = ۹$ $۹^۲ = ۸۱$ $۹^۳ = ۷۲۹$

نکته = عددهای ۱۰ تا ۲۰ را تا توان ۲ باید حفظ کنیم:

$۱۰^۲ = ۱۰۰$ $۱۱^۲ = ۱۲۱$ $۱۲^۲ = ۱۴۴$ $۱۳^۲ = ۱۶۹$

$۱۴^۲ = ۱۹۶$ $۱۵^۲ = ۲۲۵$ $۱۶^۲ = ۲۵۶$ $۱۷^۲ = ۲۸۹$

$۱۸^۲ = ۳۲۴$ $۱۹^۲ = ۳۶۱$ $۲۰^۲ = ۴۰۰$

مبحث: ریشه سوم یک عدد [a]

ریشه:
- ریشه زوج: محدودیت داریم [برای اعداد + داریم] $a \geq 0$
- ریشه فرد: محدودیت نداریم [برای تمام اعداد داریم]

* ریشه زوج ۲ تاست یعنی ± ولی ریشه فرد یه دونست

* همچنین برای اعداد منفی ریشه زوج نداریم.

* ریشه یعنی $\sqrt{a}$ و اگه عدد زوج بود $\pm\sqrt[\text{زوج}]{a}$

* ریشه یعنی $\sqrt{a}$ و اگر فرد بود $\sqrt[\text{فرد}]{a}$

مثال ریشه های دوم عدد ۱۶ را بیابید. ریشه دوم یعنی ریشه زوج:

$\pm\sqrt{۱۶} = \pm ۴$

ما به این شکل نداریم: $\cancel{\sqrt{\pm ۱۶}}$

اگر هم عدد جذر نداشت همون طوری بنویس.

javaneh NOTE BOOK

Date: ۹۹/۹/۱۳

Subject: فصل ۳

مثال: ریشه های چهارم عدد ۱۶ را بیابید.

$$\pm\sqrt[4]{16} = \pm\sqrt[4]{2^4} = \pm 2$$

ریشه زوج است.

* ریشه های ششم عدد ۶۴ را بیابید.

$$\pm\sqrt[6]{64} = \pm\sqrt[6]{2^6} = \pm 2$$

ریشه زوج است.

* ریشه های چهارم عدد ۸۱ را بیابید.

$$\pm\sqrt[4]{81} = \pm\sqrt[4]{3^4} = \pm 3$$

ریشه زوج است.

* ریشه های چهارم عدد ۷ را بیابید.

$$\pm\sqrt[4]{7}$$ ← جواب همین

ریشه زوج است.

* ریشه های چهارم عدد ۱۶- را بیابید.

ریشه زوج است ولی در محدودیت زوج قرار ندارد ما گفتیم اعداد منفی ریشه زوج ندارند. پس عدد ۱۶- ریشه ندارد.

* ریشه های چهارم عدد $\frac{1}{625}$ را بیابید. ریشه زوج است.

$$\pm\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \pm\frac{1}{5}$$

5^4

مثال: ریشه های سوم عدد ۲۷ را بیابید.

ریشه فرد است.

$\sqrt[3]{27} \rightarrow \sqrt[3]{3^3} = 3$

* ریشه های سوم عدد ۱۲۵- را بیابید.

ریشه فرد است.

$\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{5^3} = -5$

نکته: منفی در فرجه های فرد می تواند به بیرون رادیکال برود.

* ریشه ی پنجم عدد ۳۲ را بیابید.

ریشه فرد است.

$\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

* ریشه ی سوم عدد ۹- را بیابید.

ریشه فرد است.

$\sqrt[3]{9} = -\sqrt[3]{3^2}$

* ریشهٔ پنجم عدد ۱ را بیابید.

ریشه فرد است.

$\sqrt[5]{1} = 1$

نکته = یک در هر فرجه ای برابر ۱ هست و صفر در هر فرجه ای برابر ۰ است

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK — Date: ۹۹ / ۹ / ۱۴ — Subject: فصل ۳

فرض: $a = $ پایه

مقایسه اعداد توان‌دار

اگر پایه‌ها برابر بودند: الف) اگر پایه بزرگتر از یک باشد ($a>1$):

منطقی عمل می‌کنیم یعنی عددی بزرگتر است که توانش بزرگتر است.

ب) اگر پایه بین ۰ و ۱ باشد ($0<a<1$):

غیرمنطقی عمل می‌کنیم یعنی عددی بزرگتر است که توانش کوچکتر است.

در حالت [الف و ب] پایه‌ها مثبت بودند.

پ) اگر پایه کوچکتر از منفی یک باشد ($a<-1$): [درصورتی که توان فرد باشد]

غیرمنطقی عمل می‌کنیم یعنی عددی بزرگتر است که توانش کوچکتر است.

ت) اگر پایه بین منفی یک و صفر باشد. ($-1<a<0$): [درصورتی که توان فرد باشد]

منطقی عمل می‌کنیم یعنی عددی بزرگتر است که توانش بزرگتر است.

توان‌های فرد

در حالت [ت و پ] پایه‌ها منفی بودند.

* تمام اعداد را گفتیم به جز ۱ و ۰ و ۱- که قبلاً نکات گفته شده است.

مثال | اعداد زیر را مقایسه کنید. [$> = <$]

$2^3 < 2^7$ $\qquad$ $(0.5)^2 > (0.5)^3$

$8 < 128$ $\qquad$ $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ ← دلیل

$(-0.5)^3 < (-0.5)^5$ $\qquad$ $(-2)^3 > (-2)^5$

$(-2)^4 < (-2)^6$

$(-3)^3 < (-3)^4$

نکته = در حالتی که اعداد منفی باشد و توان‌ها یکی زوج و یکی فرد و یا هر دو زوج بودند:

در حالت اول یعنی اعداد منفی و توان‌ها یکی زوج و یکی فرد بودند:

عددی بزرگتر است که توان زوج دارد.

در حالت دوم یعنی اعداد منفی و توان‌ها هر دو زوج بودند:

عددی بزرگتر است که توان بیشتر [بزرگتری] دارد.

$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 > \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $\qquad$ $\left(\frac{-1}{2}\right)^6 < \left(\frac{-1}{2}\right)^4$

$\left(\frac{-1}{2}\right)^3 < \left(\frac{-1}{2}\right)^5$ $\qquad$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{-1}{2}\right)^3$

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK   Date: ۹۹/۹/۱۴   Subject: فصل ۳

مقایسهٔ دو عدد رادیکالی با پایه‌های برابر (a) و فرجه‌های متفاوت

الف) اگر پایه بزرگتر از یک باشد: [$a>1$]:

غیر منطقی عمل می کنیم، یعنی فرجهٔ کوچکتر، عدد بزرگتر.

ب) اگر پایه بین ۰ و یک باشد: [$0<a<1$]:

منطقی عمل می کنیم، یعنی عددی بزرگتر است که فرجهٔ بزرگتر دارد.

مثبت

پ) اگر پایه کوچکتر از ۱- باشد: [$a<-1$]:

منطقی عمل می کنیم، یعنی عددی بزرگتر است که فرجه بزرگتر دارد.

ت) اگر پایه بین ۰ و ۱- باشد: [$-1<a<0$]:

غیر منطقی عمل می کنیم، یعنی عددی بزرگتر است که فرجه کوچکتر دارد.

منفی

فرجه‌ها حتماً فرد باید باشد ↓

توجه کنید: در حالت [پ - ت] فرجه نمی تواند زوج باشد،

چون ما قبلاً گفتیم، توان زوج برای اعداد مثبت هست. پس

در این حالت‌ها [پ - ت] دقت کنید. *

مثال مقایسه کنید. [> = <].

الف) $\sqrt[3]{2} > \sqrt[5]{2}$	ب) $\sqrt[4]{5} > \sqrt[5]{5}$
پ) $\sqrt[3]{0,5} > \sqrt{0,5}$	ت) $\sqrt[3]{-2} < \sqrt[5]{-2}$
ث) $\sqrt[5]{-0,5} > \sqrt[7]{-0,5}$	ج) $\sqrt[5]{\underbrace{-\frac{3}{2}}_{-1,5}} > \sqrt[3]{\underbrace{-\frac{3}{2}}_{-1,5}}$

ح) $\sqrt[4]{-2}$ ○ $\sqrt[3]{-2}$ این غلط است. در عدد منفی، فرجه باید فرد باشد.

چ) $\sqrt{4} > \sqrt[3]{4}$ فرجه ندارد یعنی ۲ هست.

خ) $(0,5)^4 < (-0,5)^2$ [هر موقع عدد منفی به توان یک عدد زوج رسید، - رو پاک کنید]

د) وقتی $0<a<1$ اعداد زیر را مقایسه کنید.

1) $a^2 > a^3$ 2) $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$

وقتی $a>1$ بود. اعداد را مقایسه کنید.

1) $a^2 < a^3$

2) $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$

به نام خدا

javaneh
NOTE BOOK

Date: ۹۹/۹/۱۴

Subject: فصل ۳

* پیدا کردن اعداد رادیکالی [ریشه ها] بین دو عدد صحیح متوالی *

اگر فرجه ۲ بود:

الف) $5 < \sqrt{30} < 6$

$25 = 5^2 < 30 < 6^2 = 36$

5

ب) $7 < \sqrt{53} < 8$

$49 = 7^2 < 53 < 8^2 = 64$

7

اگر فرجه ۳ بود: ما از اعداد زیر کمک می گیریم:

۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۵۱۲	۷۲۹
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	6^3	7^3	8^3	9^3

$3 < \sqrt[3]{45} < 4$

$27 = 3^3 < 45 < 4^3 = 64$

$2 < \sqrt[3]{20} < 3$

$8 = 2^3 < 20 < 3^3 = 27$

به نام خدا

$$-۳ < \sqrt[۳]{-۱۷} < -۲$$

$$(-۳)^۳ < -۱۷ < (-۲)^۳$$

* می‌توانید عدد را مثبت فرض کنید بعد اعدادی که به دست می‌آید را، جایشان را عوض کنید:

$$۲^۳ < ۱۷ < ۳^۳$$

$$۳^۳ < -۱۷ < ۲^۳$$

اگر فرجه ۴ بود: مانند قبلی عمل می‌کنیم:

$$۲ < \sqrt[۴]{۱۸} < ۳$$

$$۱۶ = ۲^۴ < ۱۸ < ۳^۴ = ۸۱$$

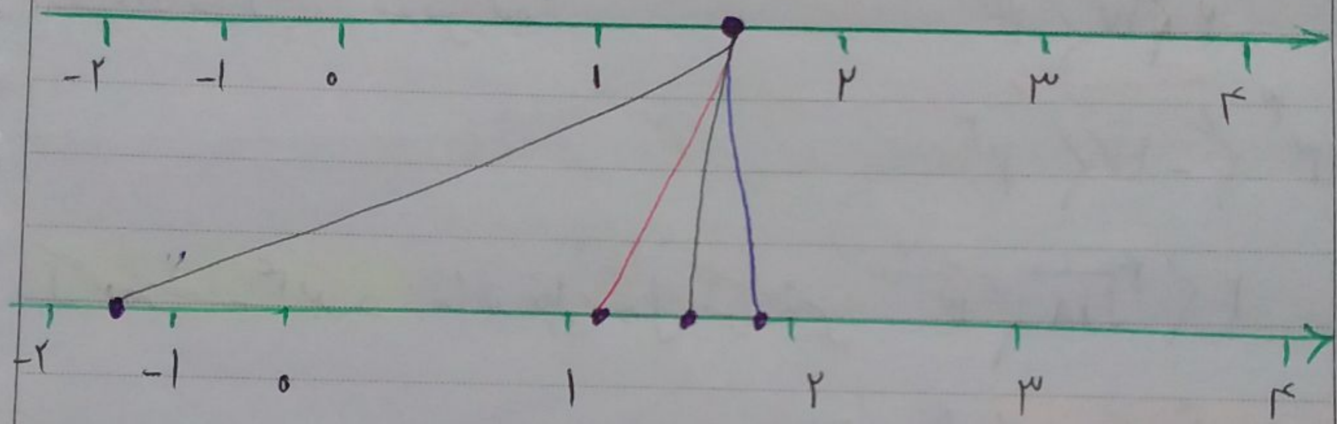
$$۳ < \sqrt[۴]{۸۷} < ۴$$

$$۸۱ = ۳^۴ < ۸۷ < ۴^۴ = ۲۵۶$$

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK Date: ۹۹/۹/۱۴ Subject: فصل ۳

مثال: در هر یک از شکل های زیر نقطه ای از محور بالا به ریشه های سوم، چهارم، پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است؟



با توجه به مقایسه رادیکال ها: $\sqrt[5]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[3]{a}$

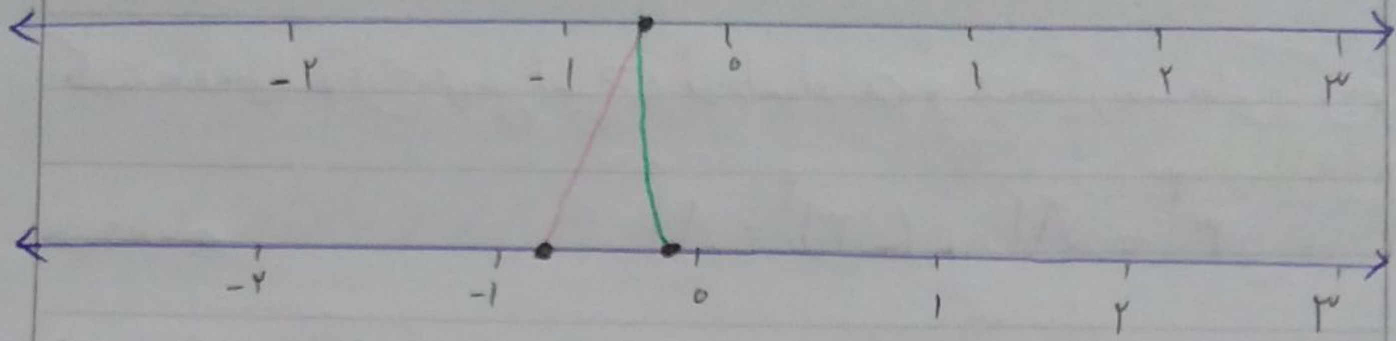
با توجه به این نکته پس رنگ آبی: ریشه سوم

۲ بار رنگ مشکی: ریشه چهارم

رنگ قرمز: ریشه پنجم

javaneh NOTE BOOK Date: ۹۹/۹/۱۴ Subject: فصل ۳

مثال روی سوال همان قبلی.



با توجه به مقایسه رادیکال ها: $-1<a<0$

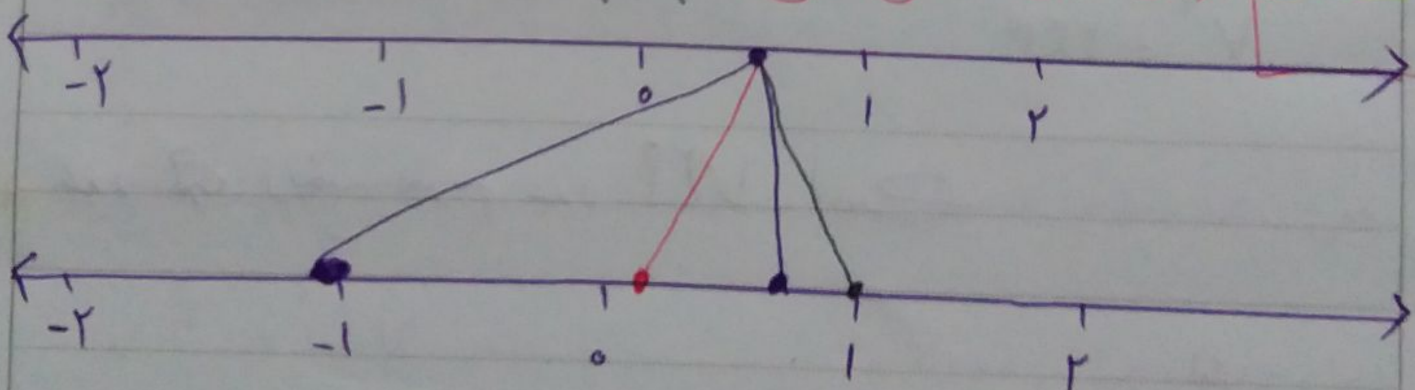
$\cancel{\sqrt[4]{a}} \quad \sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a}$

سبز = ریشه سوم

قرمز = ریشه پنجم

وجود ندارد
چون منفی است
ریشه زوج نداریم

مثال روی سوال همان قبلی. $0<a<1$



مشکی = ریشه پنجم ۲ بنفش = ریشه چهارم قرمز = ریشه سوم

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK

Date: ۹۹ / ۹ / ۱۴

Subject: فصل ۳

سؤال * اعداد ۳ و $\boxed{-۳}$ ریشه‌های چهارم عدد $\boxed{۸۱}$ است.

نکته = وقتی توان زوج است [اعداد a و a-] ریشه های آن هستند.

$۳^۴ = ۸۱$ ، $(-۳)^۴ = ۸۱$

* اعداد ۲- و $\boxed{+۲}$ ریشه‌های ششم عدد $\boxed{۶۴}$ است.

* عدد ۵ ریشه‌ی سوم عدد $\boxed{۱۲۵}$ است.

در این مثال چون ریشه فرد است پس یک عدد داریم.

$۵^۳ = ۱۲۵$

* عدد ۷ ریشه‌ی سوم عدد ۳۴۳ است

$۷^۳ = ۳۴۳$

* عدد ۹ ریشه سوم عدد ۷۲۹ است

۵

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK Date: ۹۹/۹/۱۴ Subject: فصل ۳

* توان های گویا *

$a^{\frac{1}{n}}$ $n \geq ۲$ و $a > ۰$

در آخر توضیح می دهیم.

سؤال ۱) چرا پایه باید + باشد؟

پس: پایه نباید ۰ یا منفی باشد، و n نباید از ۲ کوچکتر باشد، هر

عددی می تواند باشد به شرطی که $n \geq ۲$ باشد.

توجه کنید: $(-۳)^{\frac{1}{۲}}$ ✗ ولی $-۳^{\frac{1}{۲}}$ ✓

چون منفی در توان اعمال نمی‌شود مثل این می ماند: $-(۳)^{\frac{1}{۲}}$

سؤال ۲) توان های گویا یا کسری چگونه حل می شود؟

نکته = توان های گویا، همان ریشه ها هستند.

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^1} = \sqrt[n]{a}$

$۵^{\frac{1}{۳}} = \sqrt[۳]{۵} \longrightarrow$ یعنی ریشهٔ سوم عدد ۵.

$۷^{\frac{1}{۴}} = \sqrt[۴]{۷} \longrightarrow$ یعنی ریشه چهارم عدد ۷.

$۶^{\frac{1}{۹}} = \sqrt[۹]{۶} \longrightarrow$ یعنی ریشه نهم عدد ۶.

سؤال ۳ آیا می توان صورت کسر را عددی غیر ۱ قرار داد؟

بله، هیچ مشکلی ندارد.

حالت کلی $\rightarrow a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \sqrt[n]{a^{m}}$

$3^{\frac{5}{7}} \rightarrow \sqrt[7]{3^{5}}$

$2^{\frac{9}{5}} \rightarrow \sqrt[5]{2^{9}}$

سؤال ۴ - توان می تواند منفی باشد

نکته = m می تواند منفی هم باشد. و منفی همیشه در صورت است

$3^{\frac{-4}{3}} \rightarrow \sqrt[3]{3^{-4}}$ ✓ ، $3^{\frac{4}{-3}} \rightarrow \sqrt[-3]{3^{4}}$ ✗

$4^{\frac{-5}{9}} \rightarrow \sqrt[9]{4^{-5}}$ ✓ ، $4^{\frac{5}{-9}} \rightarrow \sqrt[-9]{4^{+5}}$ ✗

فرجه هیچ وقت منفی نمی شود

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}} \rightarrow \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}$

* تبدیل رادیکال ها به توان های گویا و برعکس *

$2^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}}$

$\sqrt[11]{7^9} = 7^{\frac{9}{11}}$ ، $4^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{4}$

$\sqrt[7]{5} = 5^{\frac{1}{7}}$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

۲ کار مهم در رادیکال ها : الف) به توان رساندن رادیکال ها

ب) ساده کردن توان با خرجه رادیکال ها

مثال: توان های کسری زیر را به صورت رادیکال نوشته و در صورت امکان حاصل آن ها را به دست آورید.

$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{16} = 4$

$5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

$4^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{4^3}$

$3^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{3^2}$

$$3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{3}{3}=1} = 3$$

با قوانین پایه هفتم حل می کنیم.

$$\sqrt[3]{3^1} \times \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{3^1 \times 3^2} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

اگر چند رادیکال ضرب شده در هم داشتیم و اگر فرجه ها برابر بود با هم ضرب می شوند. یکی از فرجه ها را می نویسیم و اعداد زیر رادیکال را با هم ضرب می کنیم. و اگر فرجه با توان داخل رادیکال برابر بود می توان ساده کرد.

$$\frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$$

اگر توان داخل رادیکال از فرجه کمتر بود، اگر می شود می توان پایه را شکاند

$$\sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{(2^2)^2} = \sqrt[3]{2^4}$$

نکته: عددی را که می شکنیم، حتما باید داخل پرانتز نوشت. ادامه ⟸

* اگر توان داخل رادیکال بیشتر از فرجه بود می توان آن را شکلاند و یک مدل دیگر نوشت. مثال:

$$5^{\frac{17}{3}} = \sqrt[3]{5^{17}} = \sqrt[3]{5^{15} \times 5^{2}} = 5^{5}\sqrt[3]{5^{2}}$$

روش حل: پایه را ضرب خودش کنید در اولی، از توان اصلی یکی یکی کم کنید، اولین عددی که بخش پذیر بر فرجه باشد را توان اولی قرار داده و باقیمانده را توان دومی قرار دهید. بعد توان عدد اول ÷ بر فرجه می شود و عدد از رادیکال بیرون می آید ولی عدد دوم اگر بخش پذیر بود از رادیکال بیرون می آید اگر نبود همانگونه می ماند.

با همین فرمول سؤال قبلی را حل می کنیم:

$$\sqrt[3]{2^{4}} = \sqrt[3]{2^{3} \times 2^{1}} = 2\sqrt[3]{2}$$

javaneh

NOTE BOOK

توان

Date : / /

Subject :

$$۳۲^{\frac{-۱}{۵}} = \sqrt[۵]{۳۲^{-۱}} = \sqrt[۵]{(۲^{۵})^{-۱}} = \sqrt[۵]{۲^{-۵}} = ۲^{-۱} = \frac{۱}{۲}$$

روش ۲ $= (۲^{۵})^{\frac{-۱}{۵}} = ۲^{-۱} = \frac{۱}{۲}$

$$۳۲^{\frac{۲}{۵}} = \sqrt[۵]{۳۲^{۲}} = \sqrt[۵]{(۲^{۵})^{۲}} = \sqrt[۵]{۲^{۱۰}} = ۲^{۲} = ۴$$

روش کنکوری $= (۲^{۵})^{\frac{۲}{۵}} = ۲^{۲} = ۴$

$$۱۲۵^{\frac{-۲}{۳}} = \sqrt[۳]{۱۲۵^{-۲}} = \sqrt[۳]{(۵^{۳})^{-۲}} = \sqrt[۳]{۵^{-۶}} = ۵^{-۲} = \frac{۱}{۲۵}$$

روش کنکوری $= (۵^{۳})^{\frac{-۲}{۳}} = ۵^{-۲} = \frac{۱}{۲۵}$

$$۲۷^{\frac{۳}{۵}} = \sqrt[۵]{۲۷^{۳}} = \sqrt[۵]{(۳^{۳})^{۳}} = \sqrt[۵]{۳^{۹}} = \sqrt[۵]{۳^{۵} \times ۳^{۴}} =$$

$$۳\sqrt[۵]{۳^{۴}}$$

$$۸۱^{\frac{۳}{۴}} = \sqrt[۴]{۸۱^{۳}} = \sqrt[۴]{(۳^{۴})^{۳}} = \sqrt[۴]{۳^{۱۲}} = ۳^{۳} = ۲۷$$

روش کنکوری $= (۳^{۴})^{\frac{۳}{۴}} = ۳^{۳} = ۲۷$

$$۶۴^{\frac{۳}{۵}} = \sqrt[۵]{۶۴^{۳}} = \sqrt[۵]{(۲^{۶})^{۳}} = \sqrt[۵]{۲^{۱۸}} = \sqrt[۵]{۲^{۱۵} \times ۲^{۳}} =$$

$$۲^{۳}\sqrt[۵]{۲^{۳}}$$

به نام خدا

javaneh
NOTE BOOK

Date: ۹۹/۹/۱۴

Subject: فصل ۳

$$27^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{27} = \sqrt[\cancel{9}^{3}]{3^{\cancel{3}^{1}}} = \sqrt[3]{3}$$

اگر پایه دیگر شکسته نمی شود و توان از فرجه کم بود، اگر فرجه بر توان بخش پذیر بود، ساده کنید ولی رادیکال از بین نمی رود فقط فرجه کمتر می شود

$$16^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{(2^{4})^{1}} = \sqrt[\cancel{6}^{3}]{2^{\cancel{4}^{2}}} = \sqrt[3]{2^{2}}$$

$$\sqrt[\cancel{6}^{3}]{a^{\cancel{2}^{1}}} = \sqrt[3]{a^{1}} \quad ، \quad \sqrt[\cancel{12}^{3}]{a^{\cancel{4}^{1}}} = \sqrt[3]{a^{1}}$$

به نام خدا

Date: / / Subject:

* به توان رساندن رادیکال ها *

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m \to \sqrt[n]{a^m}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m \to a^{\frac{m}{n}}$$

مثال ۱ =

$$\left(\sqrt[5]{3}\right)^6 = \sqrt[5]{3^6} = \sqrt[5]{3^5 \times 3^1} = 3\sqrt[5]{3}$$

سؤال آیا می توان مقدار فرجه را افزایش داد؟

$$\sqrt[3]{5} \xrightarrow{\times 2} \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[9]{5^3} \quad (\times 3)$$

هر عددی می تواند باشد، باید از مضارب فرجه باشد، یعنی اگر شما فرجه را ۲× کردید باید عدد داخل رادیکال به توان ۲ برسد.

اگر ۳× کردید باید عدد داخل رادیکال به توان ۳ برسد و ....

کاربرد:

$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[6]{5} \xrightarrow{\times 2} \sqrt[6]{5^2} \times \sqrt[9]{5} = \sqrt[6]{5^2 \times 5}$$

$$\sqrt[26]{5^{31}} \Rightarrow \sqrt{5}$$

سؤال: آیا می‌توان عدد پشت رادیکال را، داخل رادیکال برد؟

$$3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^4 \times 2}$$

$$5\sqrt{5} = \sqrt{5^2 \times 5} = \sqrt{5^3}$$

$$2\sqrt[7]{3} = \sqrt[7]{2^7 \times 3}$$

* رادیکال های تو در تو *

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

* اگر رادیکال داخل هم بودند، داخلی ترین رادیکال را بنویس و فرجه ها را × هم کن. به شرطی که بین رادیکال ها عدد نباشد.

مثال

$$\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[4]{3} \quad , \quad \sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}}} = \sqrt[60]{2}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt[6]{27} = \sqrt[\cancel{6}\,2]{3^{\cancel{3}}} = \sqrt{3} \quad , \quad \sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

* اگر بین رادیکال ها عدد بود

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2^2 \times 2} = \sqrt[\cancel{6}\,2]{2^{\cancel{3}}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[2]{3\sqrt[3]{27}} = \sqrt[6]{3^3 \times 27} = \sqrt[6]{3^3 \times 3^3} = \sqrt[6]{3^6} = 3$$

مثال ۱: اگر $\sqrt[4]{16}=a$ باشد در این صورت حاصل عبارت a^3+5 برابر است با:

$\sqrt[4]{16}=a$

$\sqrt[4]{2^4}=2 \longrightarrow a=2$

$2^3+5=8+5=13$

سوال = چرا پایه نمی تواند منفی باشد؟ [در توان های گویا].

$(-2)^{\frac{1}{3}}$ ✗ ، $\sqrt[3]{-2}$ ✓ ولی $(-2)^{\frac{1}{3}}$ ✗

$-\sqrt[3]{2}=-2^{\frac{1}{3}}$ ✓ ⟸ باید به این شکل نوشت

نکته = ۱ و ۰ در هر فرجه ای برابر خودش است: $\sqrt[n]{1}=1$

$\sqrt[n]{0}=0$

$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$

اثبات سوال بالا ⟸ $\sqrt[3]{-2}=(-2)^{\frac{1}{3}}=(-2)^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{(-2)^2}$

$=\sqrt[6]{4}=\sqrt[\cancel{6}\,3]{2^{\cancel{2}\,1}}=\sqrt[3]{2}$

پس آیا $\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{-2}$ است؟ خیر ✗

javaneh NOTE BOOK Date: ۹۹/۹/۲۲ Subject:

سؤال ۱) آیا تساوی $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ برقرار است؟

$\sqrt{۴} + \sqrt{۹} = \sqrt{۴+۹}$

$\underbrace{۲ + ۳}_{۵} = \sqrt{۱۳} \longrightarrow ۳/۶$ ✗

در کل نداریم، ولی استثنا داریم:

$\sqrt{۱} + \sqrt{۰} = \sqrt{۱+۰}$

$۱ + ۰ = ۱$ ✓

پس جواب خیر است.

سؤال ۲) به جای a و b و عدد طبیعی n عدد هایی قرار دهید؛ به طوری که:

الف) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار باشد.

$\sqrt[۷]{\frac{۳}{۵}} = \frac{\sqrt[۷]{۳}}{\sqrt[۷]{۵}}$ ، $\sqrt[۳]{\frac{x^۲}{y}} = \frac{\sqrt[۳]{x^۲}}{\sqrt[۳]{y}}$ ، $\sqrt{\frac{۴}{۹}} = \frac{\sqrt{۴}}{\sqrt{۹}}$

ب) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار نباشد.

$\underbrace{\sqrt{\frac{-۴}{-۹}}}_{\text{عدد مثبت است.}} = \frac{\sqrt{-۴}}{\sqrt{-۹}}$ ✗ → فرجه زوج باشد عدد نمی تواند - باشد

$- \cdot - = +$

$\sqrt[۴]{\frac{-۷}{-۲۵}} = \frac{\sqrt[۴]{-۷}}{\sqrt[۴]{-۲۵}}$ ✗

$$۲\sqrt{۳} = \sqrt{۲^{۲} \times ۳} = \sqrt{۱۲}$$

$$۳\sqrt[۳]{۴} = \sqrt[۳]{۳^{۳} \times ۴}$$

* اگر عدد پشت رادیکال + باشد مثل بالا عمل می‌کنیم:

اگر عدد پشت رادیکال - باشد: الف) اگر فرجه فرد باشد:

می‌توان منفی را داخل رادیکال برد یا بیرون رادیکال نگه داشت.

$$-۳\sqrt[۳]{۴} = \sqrt[۳]{(-۳)^{۳} \times ۴} = -\sqrt[۳]{۳^{۳} \times ۴}$$

* اگر عدد پشت رادیکال منفی باشد و فرجه هم زوج باشد:

به هیچ وجه حق بردن - داخل پرانتز را نداریم:

$$-۲\sqrt{۳} = \sqrt{(-۲)^{۲} \times ۳} \quad \times$$

$$-۲\sqrt{۳} = -\sqrt{۲^{۲} \times ۳} \quad \checkmark$$

چرا نمی‌توان منفی را داخل رادیکال برد؟

چون طبق نکته اول فصل، اگر فرجه زوج باشد ما

محدودیت داریم و عدد باید: $x > ۰$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

تساوی بالا در صورتی که a تعریف شده باشد.

$\left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = 5$ ✓ ، $\left(\sqrt[4]{5}\right)^4 = 5$ ✓

$\left(\sqrt[4]{-7}\right)^4 = -7$ ✗

javaneh
NOTE BOOK
Date: / /
Subject:

درس چهارم فصل ۳

اتحاد

چاق و لاغر

مربع ۲ جمله‌ای ، مزدوج ، جمله مشترک ، مکعب ۲ جمله‌ای

مربع دو جمله‌ای: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

هرچه داخل پرانتز است را به توان ۲ برسان و بعد هرچه را ۲× هم کنیم.

مثال = $(x+2)^2 = x^2 + 2^2 + 4x$

$(x^2-4)^2 = x^4 + 16 - 8x^2 \xrightarrow{\text{معمولاً}} x^4 - 8x^2 + 16$

مزدوج = یعنی دوتا پرانتز، یکی + و یکی - ، عبارت های اول

مثل هم، عبارت های دوم مثل هم. $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

* اولی به توان ۲ ، دومی به توان ۲ ، بین آنها همیشه - هست

مثال = $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$

$(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) = \sqrt{x}^2 - 2^2 = x - 4$

$(x-4)(x+4) = x^2 - 16$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

جمله مشترک = ۲ پرانتز که یک جمله مثل هم و علامت ها مهم نیست.

$$(\overbrace{x+a)(x}^{\text{مشترک}}+b) = x^2+(a+b)x+ab$$

غیر مشترک

جمله مشترک = مشترک به توان ۲ + جمع غیر مشترک ها × مشترک + ضرب غیر مشترک ها

مثال:

$$(x+2)(x+6)=x^2+8x+12$$

$$(x-4)(x+8)=x^2+4x-32$$

$$(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$$

$$(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$$

مکعب دو جمله ای = $(a+b)^3$ یا $(a-b)^3$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b^1+3a^1b^2+b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b^1+3a^1b^2-b^3$$

مثال = $(x+2)^3=x^3+3x^2\times 2+3x\times 2^2+2^3$

$$x^3+6x^2+12x+8$$

اتحاد

$$(x+2)^2=x^2+4x+4$$

تجزیه

* به نام خدا *

Date: / / Subject:

$(x-3)^3 = x^3 - 3x^2 \times 3 + 3x \times 3^2 - 3^3$

$x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

$(x^2-4)^3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2 \times 4 + 3x^2 \times 4^2 - 4^3$

$x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$

$\underbrace{(a+b)}_{\text{لاغر}}\underbrace{(a^2-ab+b^2)}_{\text{چاق}} = a^3+b^3$ = اتحاد چاق و لاغر

اگر + بود

نکته = چاق، از لاغر ساخته می‌شود. به این شکل:

اولی به توان ۲، اگر بین آن‌ها + بود باید − بگذارید و اگر − بود باید + بگذارید. بعد جمله اول و دوم را × هم کن. بعد آن علامت را حتماً + بگذارید، بعد دومی به توان ۲.

اگر − بود:

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$ → جواب همیشه لاغر است.

* و باید بالای هرکدام توان ۳ بگذاریم.

X توجه کنید $(a+b)^3$ در بالا کاملاً غلط است. X

مثال

$$(x+2)(x^2-2x+4)=$$

روش کلاس ۸ = $x^3 - \cancel{2x^2} + \cancel{4x} + \cancel{2x^2} - \cancel{4x} + 8 = x^3+8$

روش کلاس دهم = $\underbrace{x^3+2^3} \longrightarrow x^3+8$

نکته صفحه قبل

$$(x-3)(x^2+3x+9) = x^3 - 3^3 = x^3 - 27$$

$$(x^2+4)(x^4-4x^2+16) = (x^2)^3 + 4^3 = x^6+64$$

$$(2\sqrt{x}+3)(4x-6\sqrt{x}+9) = \underbrace{(2\sqrt{x})^3}_{2^3 \times \sqrt{x}^3} + 3^3 = 8\sqrt{x^3}+27$$

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

تجزیه

به کمک اتحادها — به کمک فاکتورگیری — به کمک دسته بندی

اول) به روش مزدوج: زمانی از این روش می رویم که:

۱ـ بین عبارتها [دوجمله] باید منفی باشد.

۲ـ توان ها زوج یا جذر داشته باشند عبارتها.

مثال: $x^4 - y^5$ مزدوج نیست ✗ — $x^4 + 2^4 =$ مزدوج نیست ✗

$a^2 - b^2 - c^2 =$ ✗ مزدوج نیست چون ۳ عبارت دارد.

$a^2 - b^2 = (a^1 - b^1)(a^1 + b^1)$ ✓

توان ها هر چه بود ۲ ÷ می شود، یا جذر بگیر

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x-2)(x+2)$ ✓

$x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$ ✓

$x^2 - 1^2 = (x+1)(x-1)$ ✓

$$x^4 - 16 = x^4 - 4^2 = \underbrace{(x^2 - 4)}(x^2 + 4) = \checkmark$$

توجه کنید که عبارت بالا را می توان با روش مزدوج حل کرد، چون توان ها زوج است. و برای توان ها ملاک نیست.

نکته = بعضی از اتحادها وقتی حل می شوند، دوباره امکان دارد یکی از آن ها که حل شده، اتحاد باشد. که به دو صورت است:

۱- همنام با اتحاد اصلی ۲- غیر همنام با اتحاد اصلی ، پس در بالا :

$$\underbrace{(x^2 - \cancel{4}^{\,2})}(x^2 + 4) = (x-2)(x+2)(x^2+4)$$

$$\overset{5^2}{25} - x^2 = (5 - x)(5 + x)$$

javaneh
NOTE BOOK
Date: / /
Subject:

دوم = جمله مشترک ← برای اینکه از این روش استفاده کنیم:

۱- سه جمله باشد ۲- جذر اول وسطی می شود. (متغیر، ضریب نه)

۳- عبارت پرتوان (ضریب آن یک $^+$ باشد)

حل: $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

روش حل: دو پرانتز باز می کنیم، در عبارت های اول، جذر عبارت اول را می نویسیم. برای بعدی باید عددی را بنویسیم که ×هم می شوند و عبارت سوم را به دست می آورند، همچنین باید جمع آن ها برابر عبارت ۲ باشد.

مثال) آ) $x^2-6x+\underbrace{8}=(x-2)(x-4)$

$-2\times-4=+8$ ✓

$-2+(-4)=-6$ ✓

★★

ب) $x^2-6x\underbrace{-72}=(x-12)(x+6)$

$-12\times6=-72$

$-12+6=-6$

$x^2-11x\underbrace{+10}=(x-1)(x-10)$

$-1\times-10=+10$

$-1+(-10)=-11$

ج) $x^4 - 7x^2 - 18 = (x^2 + 2)\underbrace{(x^2 - 9)}_{\text{روش مزدوج}}$

$(x^2 + 2)(x - 3)(x + 3)$

خ) $x^4 - 13x^2 + 36 = \underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{مزدوج}}\underbrace{(x^2 - 9)}_{\text{مزدوج}}$

$(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

سوم ← چاق و لاغر برای اینکه از این روش استفاده کنیم :

نکته = دو عبارت [جمله] ، علامت بینشان مهم نیست ،

توان ها مضرب ۳ باید باشد [۳، ۶، ۹، ۱۲، ....] . و مهم نیست که توانها

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

برابر باهمند.

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

مثال

۱) $x^3+\cancel{27}\,3^3=(x+3)(x^2-3x+9)$

۲) $x^3-1^3=(x-1)(x^2+x+1)$

۳) $x^3+\cancel{8}\,2^3=(x+2)(x^2-2x+4)$

۴) $x^6-y^3=(x^2-y)(x^4+x^2y+y^2)$

۵) $a^3b^6-8=a^3b^6-2^3=(a^1b^2-2^1)(a^2b^4+2ab^2+2^2)$

نکته اگر بین عبارت ها ضرب بود ، همهٔ آن ها یک جمله هستند.

$a^3b^3c^9v^6$

یک جمله

javaneh NOTE BOOK — Date: / / — Subject:

6) $8a^3+125 = 2^3a^3+5^3 = (2a+5)(4a^2-10a+25)$

7) $x^6-y^6 = \underbrace{(x^2-y^2)}_{\text{مزدوج}}(x^4+x^2y^2+y^4)$

$(x-y)(x+y)\overbrace{(x^4+x^2y^2+y^4)}^{\text{جمله مشترک}}$

نکته = بعضی از سؤال ها هستند که در اتحاد ها مشترک هستند [این مزدوج هم هست

حل سؤال قبلی با مزدوج $= \underbrace{(x^3-y^3)}_{\text{چاق و لاغر}}\underbrace{(x^3+y^3)}_{\text{چاق و لاغر}}$

$(x-y)(x^2+xy+y^2)(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$x^2+6x+9 = \underbrace{(x+3)(x+3)}$: چهارم ← مربع دو جمله ای

روش جمله مشترک

$x \rightarrow 3x \leftarrow 3$ ($\times 2$)

شرایط مربع دو جمله ای شد

روش مربع دو جمله ای $= (x+3)^2$

$x^2-10x+25 = \ \rightarrow (x-5)^2$

$x \quad 5$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

نکته ای درباره اتحاد جمله مشترک:

اتحاد جمله مشترک
- عددها را می توان یافت
- موقت
  - در آینده می توانیم حل کنیم.
  - اصلاً نمی توان حل کرد.

مثالی که می توانیم حل کنیم: $x(x^2+5x+6)$

$x(x+2)(x+3)$

مثالی که می توانیم حل کنیم ولی بعداً: $2x(x^2+3x+1)$

مثالی که نمی توانیم اصلاً حل کنیم: x^4-x^2+1

تجزیه به کمک فاکتورگیری

فاکتورگیری ۲ مدل است:

۱- متغیر: متغیر مشترک [حروف] با توان کمتر

۲- عدد: عددی رو بیرون می کشیم به طوری که عددهای مسئله به این عدد بخش پذیر باشد. [ب.م.م اعداد رو می گیریم].

$12x^2+5+6x^3=$

در مثال بالا از x فاکتور نمی گیریم، چون یکی از جمله ها x ندارد.

همچنین در مثال بالا از اعداد هم نمی توان فاکتور گرفت چون ب.م.م اعداد ۱ است. پس فاکتورگیری جواب نمی دهد.

$6x^3+12x^2=6x^2$

صفحه بعد ←

ب.م.م

↓

2

3

6 → همیشه بزرگترین را انتخاب می کنیم.

$(6,12)=6$

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK — Date: / / — Subject:

روش حل ۱ = تک تک عبارت ها را باید به عبارتی که بیرون کشیدیم باید تقسیم کنیم. [عامل فاکتورگیری]

ادامه سؤال قبلی

$$\frac{6x^3}{6x^2} = x \quad ، \quad \frac{12x^2}{6x^2} = 2 \Longrightarrow 6x^2(x+2)$$

نکته = در تجزیه، اولویت با فاکتورگیری و بعد با اتحادها است.

روش حل ۲ = اعداد را با هم تقسیم کنید، توان متغیر ها را از هم کم کنید. [این روش بهتر است]

مثال

عامل فاکتورگیری

$$12x^2 + 6x = 6x(2x+1)$$

نکته = هرگاه در فاکتورگیری، عاملی که برداشتید، دقیقاً یکی از عبارت های بود، هر موقع از آن فاکتور بگیری برابر $\boxed{1}$ هست.

$$2x^3 + 6x^2 + 2x = 2x(\underbrace{x^2 + 3x + 1})$$

حل با روش ۲

نکته = اگر یک نقطه ای شرایط جمله مشترک را داشت، می رفتی حل کنی ولی اعداد را پیدا نکردی، دیگه ادامه نده [تا این جا می توانی]

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

مثال
$$x^3+5x^2+6x=x(x^2+5x+6)$$

نکته = هر وقت در عبارت هایی که به شما داده اند، ضریب یکی از متغیرها یک بود، هیچ عددی بیرون نمی کشیم. فقط خالی متغیر.

$$x(\underbrace{x^2+5x+6}_{\text{جمله مشترک}})$$ ← جواب سوال بالا *

$$x(x+2)(x+3)$$

نکته = در فاکتورگیری، وقتی جواب را به دست می آوریم، احتمال زیادی دارد که جواب، یک نوع اتحاد باشد.

مثال
$$x^5-x^3-12x=x(\underbrace{x^4-x^2-12}_{\text{جمله مشترک}})$$

$$x(x^2+3)(\underbrace{x^2-4}_{\text{مزدوج}})$$

$$x(x^2+3)(x-2)(x+2)$$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

تجزیه به روش دسته‌بندی

$a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2$ [روش دسته‌بندی معمولاً ۴ جمله داریم]

نکته = باید اول بفهمیم که کدام عبارت‌ها باهم باید دسته بشوند.

نکته = لزومی ندارد که وقتی ۴ جمله داریم، ۲ تا ۲ تا دسته‌بندی کنیم، می‌توانیم ۳ جمله را باهم دسته کنیم، و یکی تنها.

نکته = بعضی موقع یکی از دسته‌های به دست آمده اتحاد تشکیل می‌دهد. یا هر دو اتحاد تشکیل می‌دهند. یا یک دسته با فاکتورگیری و دسته بعد با اتحاد حل می‌شود. بعد وقتی جواب را کنار هم قرار می‌دهید ممکن دوباره یک اتحاد یا فاکتورگیری باشه. خیلی ترکیبی هستن.

نکته = دسته‌هایی که انتخاب می‌کنیم، برای اینکه بفهمیم، درست انتخاب کردیم، باید عامل فاکتورگیری ما در دو دسته برابر باشند. یا بیرونی‌ها یا داخلی‌ها

نکته = عبارتی که در عامل فاکتورگیری نیست باید کامل بنویسم.

$$a^3 - 2ab + a^2 b - 2b^2$$

$$a(a^2 - 2b) + b(a^2 - 2b)$$

$$=$$

$$(a^2 - 2b)(a + b) \checkmark$$

کلاً کشیدیم بیرون

* وقتی عبارتی کلاً بیرون کشیده میشود عبارت پشت را هم که مانده را فقط می‌نویسید. در بالا بعد از بیرون کشیدن عبارت مشابه، a و b را داخل پرانتز نوشتیم *

$$a^3 - 2ab + a^2 b - 2b^2 = a^2(a + b) - 2b(a + b) =$$

$$=$$

$$(a + b)(a^2 - 2b)$$

$$x^3-2x^2-x+2$$

$$x^2(x-2) \quad -1(x-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}(x-2)(\overbrace{x^2-1}^{\text{مزدوج}}) \\ (x-2)(x-1)(x+1)\end{array}\right.$$

نکته = از منفی فاکتور گرفتن: $-x+2 \longrightarrow -(x-2)$

$3-x \longrightarrow -(-3+x)$

$\downarrow$

$-(x-3)$

پس: $x^3-2x^2-x+2=\underbrace{(x-2)}_{\text{عامل}}\underbrace{(x-1)}_{\text{عامل}}\underbrace{(x+1)}_{\text{عامل یا شمارنده}}$

تجزیه یعنی: نوشتن یک عبارت به صورت ضرب چند عبارت را تجزیه می‌نامند.

الان $(x-2)$ یک عامل برای کل عبارت بالاست.

و عبارت کل بالا یک مضرب از $x-2$ و یا $x-1$ یا $x+1$ یا هر دو یا هر سه.

سؤال ۲ صفحه ۶۴ | عبارت $27a^3-1$ مضرب کدام یک از عبارت‌هاست

۱ است؟ الف) $a-1$ ب) $3a-1$ ✓ پ) $9a^2+3a+1$ ✓

ت) $3a+1$

اتحاد چاق و لاغر.

$$27a^3-1 = 3^3a^3-1^3 = (3a-1)(9a^2+3a+1)$$

عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$\underbrace{2x^2+3x+1}$$

باید از شکاندن جملات استفاده کنیم.

$$3x^2 = x^2+x^2+x^2$$

$$x^2+x^2+2x+x+1$$

حالا باید دسته‌بندی کنیم:

$$\underbrace{x^2+2x+1}+\underbrace{x^2+x}$$

$$(x+1)\underbrace{(x+1)}+x\underbrace{(x+1)}$$

$$=$$ ✓

$$(x+1)((x+1)+x) = (x+1)(2x+1)$$

پس = $2x^2+3x+1=(x+1)(2x+1)$

حل سؤال قبل با روش ۲ — کنکوری — $2x^2+3x+1$

نکته = اگر اتحادی ۲ شرط جمله مشترک را داشت، ولی شرط ۳ را نداشت، این ها را هم می توان (در صورت وجود) با اتحاد جمله مشترک حل کرد.

روش حل: ۲ تا پرانتز باز کن، عبارت اول را بدون توان بنویس، ضریب عبارت اول را × عبارت آخر کن. بعد به جای عبارت آخر جواب به دست آمده را قرار دهید. بعد پرانتز را کامل کنید. و پشت پرانتز اول عدد $\frac{1}{a}$ بر روی ضریب عبارت اول.

$$2x^2+3x+\cancel{1}^{\,2}=\frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2}x+\cancel{2})(2x+1)$$

$2\times1=2$

$$(1x+1)(2x+1)$$

Date: /　　　　　　　　　　　　　　　　　　Subject:

مثال

$$2x^2 + 3x \overset{-4}{\cancel{-2}} = \frac{1}{\cancel{2}}(2x - 1)(\cancel{2x + 4}^{\,2})$$

$$\underbrace{}_{2\times -2 = -4}$$

$$(2x-1)(x+2)$$

$$3x^2 + 11x \overset{18}{\cancel{+6}} = \frac{1}{\cancel{3}}(3x + 2)(\cancel{3x + 9}^{\,3})$$

$$\underbrace{}_{3\times 6 = 18}$$

$$(3x+2)(x+3)$$

$$10x^2 + 13x \overset{-30}{\cancel{-3}} = \frac{1}{10}(10x - 2)(10x + 15)$$

$$\underbrace{}_{10\times -3 = -30}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}\times\cancel{5}}(\cancel{10}^{\,5}x \cancel{-2}^{\,-1})(\cancel{10}^{\,2}x + \cancel{15}^{\,3})$$

$$= (5x-1)(2x+3)$$

$$6x^2 + 7x \overset{-18}{\cancel{-3}} = \frac{1}{6}(6x - 2)(6x + 9)$$

$$6 \times -3 = -18$$

$$\frac{1}{\cancel{2} \times \cancel{3}}(\overset{3}{\cancel{6}}x \overset{-1}{\cancel{-2}})(\overset{2}{\cancel{6}}x + \overset{3}{\cancel{9}})$$

$$= (3x - 1)(2x + 3)$$

توجه کنید : $\frac{1}{\cancel{2}}(\overset{3}{\cancel{6}}x \overset{-3}{\cancel{-6}}) = 3x - 3$

javaneh
NOTE BOOK
Date: / /
Subject:

عبارت های زیر را ساده کنید. [تا حد امکان ساده کنید]

چاق و لاغر

$$\frac{x^3-1^3}{\underbrace{x^2-1}_{\text{مزدوج}}} = \frac{\cancel{(x-1)}\times(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}\times(x+1)} = \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

* توجه نمی توان در بالا $\frac{(x^2+x+1)}{x+1}$ را ساده کرد، چون دقیقاً مثل هم نیستند. *

$$\underbrace{x^6-1^6}_{\boxed{\text{مزدوج}}\text{ و چاق و لاغر}} = \underbrace{(x^3-1)}_{\text{چاق و لاغر}}\underbrace{(x^3+1)}_{\text{چاق و لاغر}}$$

$$\downarrow$$

$$(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$$

چاق و لاغر $= x^6-1^6=(x^2-1)(x^4+x^2+1)$

$$\Big\downarrow \text{مزدوج}$$

$$(x-1)(x+1)\underbrace{(x^4+x^2+1)}$$

صفحه بعد ⟸

* اضافه [برای المپیاد] *

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

$$(x^4+x^2+1)=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

$$x^4+x^2+1=(x^2\quad)(x^2\quad)$$ ✗ جمله مشترک نمی شود حل کرد.

$$x^4+x^2+1+x^2-x^2$$ روش اضافه و کم کردن

$$x^4+2x^2+1-x^2$$

x^2 ، 1 ، $2\times x^2\times 1$

$$\underbrace{(x^2+1)^2-x^2}_{\text{مزدوج}}=(x^2+1-x)(x^2+1+x)$$

یا

$$(x^2-x+1)(x^2+x+1)$$

به نام خدا

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

مثال

۱) $$\frac{x^2+1}{x^4-1}=\frac{\cancel{x^2+1}}{\cancel{(x^2+1)}(x^2-1)}=\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{(x-1)(x+1)}$$

۲) $$\frac{x^6+1}{x^4+2x^2+1}=\frac{\cancel{(x^2+1)}(x^4-x^2+1)}{\cancel{(x^2+1)}(x^2+1)}=\frac{x^4-x^2+1}{x^2+1}$$

۳) $$\frac{x^3-1}{\underbrace{(x-1)^3}}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x-1)(x-1)}=\frac{x^2+x+1}{(x-1)(x-1)}$$

این یک عبارتی است که نمی‌توان به صورت اتحاد جواب داد ، به این صورت است $(x-1)^3=(x-1)(x-1)(x-1)$

۴) $$\frac{y^5-y^3-12y}{8y^2+16y}=\frac{\overbrace{\cancel{y}(y^4-y^2-12)}^{\text{جمله مشترک}}}{8\cancel{y}(y+2)}=\frac{\overbrace{(y^2+3)(y^2-4)}^{\text{مزدوج}}}{8(y+2)}$$

$$\frac{(y^2+3)(y-2)\cancel{(y+2)}}{8\cancel{(y+2)}}=\frac{(y^2+3)(y-2)}{8}$$

سه ۱۲ خرداد

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

۵ $x^4-y^4=\underbrace{(x^2-y^2)}_{\text{مزدوج}}(x^2+y^2)$

۶ $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$

$8a^3+27=2^3a^3+3^3=(2a+3)(4a^2-6a+9)$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

تعریف شدن عبارت های گویا

مثال: عبارت گویای زیر به ازای چه مقدار هایی از x تعریف نمی شود؟

$$\frac{1}{x-1}+\frac{x+3}{2x+4}$$

ما در این گونه عبارت ها با مخرج کار داریم. مخرج را مساوی ۰ قرار بده و به دست کنید.

$x-1=0 \rightarrow x=1$

$2x+4=0 \rightarrow 2x=-4 \rightarrow x=-2$

$\{1 , -2\} \Leftarrow$ جواب

هیچ وقت در ریاضی مخرج ۰ نمی شود. پس $\frac{1}{x-1} \rightarrow \frac{1}{1-1} \rightarrow \frac{1}{0}$ ✗

$$\frac{3x-4}{2x-7}-\frac{5}{x+3}-\frac{6x}{x^2-9}$$

$\Longrightarrow 2x-7=0 \rightarrow 2x=7 \rightarrow x=\frac{7}{2}$

$\Longrightarrow x+3=0 \rightarrow x=-3$

$\Longrightarrow x^2-9=0 \rightarrow \sqrt{x^2}=\sqrt{9} \rightarrow x=\pm 3$

$\left\{\frac{7}{2} , -3 , +3\right\} \Leftarrow$ جواب

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x^2+4} \Rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1$$

$$\Rightarrow x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$\Rightarrow x^2+4=0 \rightarrow x^2=-4 \;\times$$

جذر ندارد.

جواب $\{-1, 1\}$

جمع و تفریق عبارت های گویا

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و ساده کنید.

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x^2-1}=\frac{x+1+x-1}{x^2-1}=\frac{2x}{x^2-1}$$

$$(x+1)(x-1)=x^2-1$$

$$\frac{2x}{x^2-1}-\frac{1}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

عبارت های اول و دوم با هم شدند و عبارت سوم را درست کردند.

اول جواب عبارت اولی و دوم را به دست می آوریم بعد حاصل را با عبارت سوم انجام می دهیم و جواب به دست می آید.

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2}{\sqrt{x}+1}+\frac{3}{x-1}=$$

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)=x-1$$

$$\frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1}+\frac{3}{x-1}=\frac{3\sqrt{x}+2}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2}{\sqrt{x}+1}-\frac{5x}{x-1}=$$

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)=x-1 \qquad \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1}-\frac{5x}{x-1}=\frac{3\sqrt{x}-5x-1}{x-1}$$

javaneh
NOTE BOOK
Date: / /
Subject:

محاسبه اعداد به کمک اتحادها

با استفاده از اتحادها، حاصل ضرب عبارت‌های زیر را به دست آورید.

* $16 \times 14 = (15+1)(15-1) = 15^2 - 1^2$

$\underbrace{16 \times 14}_{\text{میانگین} = 15}$

$225 - 1 = 224$

* $101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1^2 \rightarrow 10000 - 1 = 9999$

$\underbrace{101 \times 99}_{\text{میانگین} = 100}$

* $103 \times 97 = (100+3)(100-3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$

$\underbrace{103 \times 97}_{\text{عدد بین} = 100}$

* $105^2 = (100+5)^2 = 100^2 + 5^2 + 1000$

$10000 + 25 + 1000 = 11025$

* $105^3 = (100+5)^3 = 100^3 + 5^3 + 3 \times 100^2 \times 5 + 3 \times 100 \times 25 =$

1157625

$$9999^2 = (10000-1)^2 = 10000^2 + 1^2 - 20000 = 99980001$$

گویا کردن مخرج کسرها

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{1.4} \simeq 1.4$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} = 1.4$$

نسم

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2}{7\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{7 \times 5}$$

$$\underbrace{\frac{2}{\sqrt[3]{7}} \times \frac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^2}}}$$

فرجه ۳ را – توان عدد می کنیم که اینجا ۲ $2 = 3 - 1$

$$\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{7^1 \times 7^2} = \sqrt[3]{7^3} = 7$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{\cancel{25}\,5^2}} \times \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2\sqrt[3]{5}}{5}$$

در این سؤال بالا، ما کاری با صورت نداریم، هدف ما گویا کردن مخرج

اگر در عدد زیر رادیکال مخرج، جذر داشت، حتماً توان‌دار بنویسید.

$$\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2}$$

گویا کردن مخرج کسرها در پایه دهم

$\boxed{1}$ فرجه بزرگتر از ۳ باشد:

$$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} \times \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{5}$$

$$\frac{4}{\sqrt[7]{2}} \times \frac{\sqrt[7]{2^6}}{\sqrt[7]{2^6}} = \frac{\cancel{4}^{2}\sqrt[7]{2^6}}{\cancel{2}} = 2\sqrt[7]{2^6}$$

$$\frac{3}{5\sqrt[5]{\cancel{9}\,3^2}} \times \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{\cancel{3}\sqrt[5]{3^3}}{5\times\cancel{3}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{5}$$

$\boxed{2}$ یک رادیکال با فرجه ۲ جمع و تفریق با یک عدد دلخواه [عدد حقیقی باشد]

$$\frac{1}{\sqrt{a} \pm \text{عدد}}$$

روش حل ← از اتحاد مزدوج

$$\frac{1}{\sqrt{3} \pm \text{عدد}}$$

کسری

اعشاری

تک

صحیح

مثال: $\frac{2}{\sqrt{5}-0{,}2}$ ، $\frac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} \times \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = \frac{\sqrt{3}-2}{-1} = 2-\sqrt{3}$$

$$\frac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{6(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2} = \frac{6(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{1} = 6(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}-0{,}2} \times \frac{(\sqrt{5}+0{,}2)}{(\sqrt{5}+0{,}2)} = \frac{2(\sqrt{5}+0{,}2)}{5-0{,}04} = \frac{2(\sqrt{5}+0{,}2)}{4{,}96}$$

$$\frac{8}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})} \times \frac{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})} = \frac{8(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{18-12} =$$

$$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{4(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{3}$$

به نام خدا

javaneh
NOTE BOOK

Date: / /　　　　Subject:

$$\frac{۱}{(\sqrt{۳}+۵)} \times \frac{(\sqrt{۳}-۵)}{(\sqrt{۳}-۵)} = \frac{\sqrt{۳}-۵}{۳-۲۵} = \frac{\sqrt{۳}-۵}{-۲۲}$$

$$\sqrt{۳}^{۲} - ۵^{۲} = ۳-۲۵$$

$$\frac{۲}{(\sqrt{۳}+۵)} \times \frac{(\sqrt{۳}-۵)}{(\sqrt{۳}-۵)} = \frac{۲(\sqrt{۳}-۵)}{۳-۲۵} = \frac{\cancel{۲}^{۱}(\sqrt{۳}-۵)}{\cancel{-۲۲}\ -۱۱} = \frac{\sqrt{۳}-۵}{-۱۱}$$

$$\frac{\sqrt{۳}-۵}{-۱۱} = \frac{-(\sqrt{۳}-۵)}{۱۱} = \frac{-\sqrt{۳}+۵}{۱۱} = \frac{۵-\sqrt{۳}}{۱۱}$$

این عدد را می‌توان: منفی را به صورت پرده عبد اعمال کرد.

$$\frac{۳}{۳+\sqrt{۷}} \times \frac{(۳-\sqrt{۷})}{(۳-\sqrt{۷})} = \frac{۳(۳-\sqrt{۷})}{۹-۷} = \frac{۳(۳-\sqrt{۷})}{۲}$$

$$\frac{۱}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}} \times \frac{(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})}{(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})} = \frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}{۵-۳} = \frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\frac{۸}{(\sqrt{۵}+۳)} \times \frac{(\sqrt{۵}-\sqrt{۳})}{(\sqrt{۵}-\sqrt{۳})} = \frac{۸(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})}{۵-۳} = \frac{\cancel{۸}^{۴}(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})}{\cancel{۲}_{۱}} =$$

$$۴(\sqrt{۵}+\sqrt{۳})$$

به ۱۸ خط

javaneh
NOTE BOOK
Date: / /
Subject:

$$\frac{8}{3\sqrt{2}+4} \times \frac{(\sqrt{2}-4)}{(\sqrt{2}-4)}$$ ✗ اشتباه

$$\frac{8}{(3\sqrt{2}+4)} \times \frac{(3\sqrt{2}-4)}{(3\sqrt{2}-4)} = \frac{8(3\sqrt{2}-4)}{\underbrace{9\times 2}_{18}-16} = \frac{\cancel{8}^{4}(3\sqrt{2}-4)}{\cancel{2}_{1}} = 4(3\sqrt{2}-4)$$

$$(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4) = \underbrace{(3\sqrt{2})^2}-4^2$$

$$9\times 2-16 = 2$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \times \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\cancel{(x-y)}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\cancel{(x-y)}} = \sqrt{x}+\sqrt{y}$$

$$\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}} \times \frac{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} =$$ ✓

$$\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}} \times \frac{(\sqrt{x-h}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x-h}+\sqrt{x})}$$ ✗

علامت بین رادیکال عوض می‌شود نه علامت داخل رادیکال

به نام خدا

Date: / / Subject:

$$\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}} \times \frac{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \frac{\cancel{h}(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{x+h-\cancel{x}=\cancel{h}} =$$

همیشه منها

$$\sqrt{x+h}+\sqrt{x}$$

$$\frac{h}{\sqrt{x+h}-\sqrt{x-h}} \times \frac{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x-h})}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x-h})} = \frac{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x-h})}{x+h\underbrace{-(x-h)}_{-x+h}}$$

$$\frac{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x-h})}{\cancel{+x}+h\cancel{-x}+h} = \frac{\cancel{h}(\sqrt{x+h}+\sqrt{x-h})}{۲\cancel{h}} =$$

$$\frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x-h}}{۲}$$

$$\frac{\square}{\sqrt[3]{a} \pm \text{هر عدد}}$$

ضرب ۳ باشد: لاغر را بدهند، ۲ جمله

$$\frac{\square}{\left(\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1\right)}$$

چاق را بدهند: ۳ جمله

اگر لاغر را دادند باید چاق را بنویسید.

اگر چاق را دادند باید لاغر را بنویسید.

مثال

$$\cancel{\frac{1}{\sqrt[3]{2}+5} \times \frac{(\sqrt[3]{2}-5)}{(\sqrt[3]{2}-5)}}$$

$$\underbrace{\frac{1}{(\sqrt[3]{2}+5)}}_{\text{لاغر}} \times \underbrace{\frac{(\sqrt[3]{2^2}-5\sqrt[3]{2}+25)}{(\sqrt[3]{2^2}-5\sqrt[3]{2}+25)}}_{\text{چاق}} = \frac{(\sqrt[3]{2^2}-5\sqrt[3]{2}+25)}{127}$$

ضرب ×

$$(\sqrt[3]{2}+5)(\sqrt[3]{2^2}-5\sqrt[3]{2}+25) = \sqrt[3]{2^3}+5^3 = 2+125 = 127$$

$$\frac{1}{\underbrace{(\sqrt[3]{2}-1)}_{\text{لاغر}}} \times \frac{(\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1)}{\underbrace{(\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1)}_{\text{چاق}}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1}{\cancel{2-1}\ 1} = \sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{5}+1} \times \frac{(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}+1)}{(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}+1)} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}+1)}{5+1=\cancel{6}\ 3} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}+1}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{3}} \times \frac{(\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{21}+\sqrt[3]{3^2})}{(\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{21}+\sqrt[3]{3^2})} = \frac{\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{21}+\sqrt[3]{3^2}}{7-3=4}$$

$$\frac{\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{21}+\sqrt[3]{3^2}}{4}$$

$$\frac{6}{2\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{(4\sqrt[3]{2^2}+2\sqrt[3]{2}+1)}{(4\sqrt[3]{2^2}+2\sqrt[3]{2}+1)} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}(4\sqrt[3]{2^2}+2\sqrt[3]{2}+1)}{8\times2-1=\cancel{15}\ 5}$$

$$\frac{6}{2\sqrt[3]{2}-3} \times \frac{(4\sqrt[3]{2^2}+6\sqrt[3]{2}+9)}{(4\sqrt[3]{2^2}+6\sqrt[3]{2}+9)} = \frac{6(4\sqrt[3]{2^2}+6\sqrt[3]{2}+9)}{\cancel{8\times2-27}= -11}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}\times\frac{\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}{\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}=\frac{\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}{x-8}$$

$$\frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}\times\frac{\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)}{\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)}=\frac{\cancel{(x+8)}\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)}{\cancel{(x+8)}}$$

$$\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-1}\times\frac{\left(\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{x^2}+1\right)}{\left(\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{x^2}+1\right)}=\frac{\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{x^2}+1}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+1}\times\frac{\left(\sqrt[3]{x^4}-\sqrt[3]{x^2}+1\right)}{\left(\sqrt[3]{x^4}-\sqrt[3]{x^2}+1\right)}=\frac{\sqrt[3]{x^4}-\sqrt[3]{x^2}+1}{x^2+1}$$

$$\frac{2}{2\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{2}}\times\frac{\left(4\sqrt[3]{3^2}-6\sqrt[3]{6}+9\sqrt[3]{2^2}\right)}{\left(4\sqrt[3]{3^2}-6\sqrt[3]{6}+9\sqrt[3]{2^2}\right)}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}\left(4\sqrt[3]{3^2}-6\sqrt[3]{6}+9\sqrt[3]{2^2}\right)}{\underbrace{8\times3+27\times2}_{24+54=\cancel{78}\ \boxed{39}}}$$

$$\frac{4\sqrt[3]{3^2}-6\sqrt[3]{6}+9\sqrt[3]{2}}{39}$$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

$$\underbrace{\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲^۲}+\sqrt[۳]{۲}+۱}}_{\text{چاق}} \times \underbrace{\frac{(\sqrt[۳]{۲}-۱)}{(\sqrt[۳]{۲}-۱)}}_{\text{لاغر}} = \frac{\sqrt[۳]{۲}-۱}{۲-۱} = \sqrt[۳]{۲}-۱$$

$$\frac{۵}{۲\sqrt[۳]{x}-۳} \times \frac{(۴\sqrt[۳]{x^۲}+۶\sqrt[۳]{x}+۹)}{(۴\sqrt[۳]{x^۲}+۶\sqrt[۳]{x}+۹)} = \frac{۵(۴\sqrt[۳]{x^۲}+۶\sqrt[۳]{x}+۹)}{۸x-۲۷}$$

javaneh NOTE BOOK Date: / / Subject:

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}-\frac{1}{x-1}=$$

$\underbrace{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}_{\text{گویا می کنیم}}$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}\times\frac{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}=\underbrace{\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{x-1}}_{\text{گویا شده کسر اول}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{x-1}-\frac{1}{x-1}=\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}}{x-1}$$

نکته:

$$5\sqrt[3]{x}+8\sqrt[3]{x}=13\sqrt[3]{x}$$

زمانی دو رادیکال را جمع و تفریق می کنیم که فرجه ها و اعداد زیر رادیکال برابر باشند.

javaneh
NOTE BOOK
Date: / / Subject:

۱ اگر $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}=3$ حاصل عبارت $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-4}$ برابر چند است؟

روش ۱: به x یک عدد تعلق دهید.

روش ۲: اتحاد مزدوج

$$\frac{\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}\right)}{1}\times\frac{\overset{\text{مزدوج}}{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-4}\right)}}{\underbrace{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-4}\right)}_{A\ \text{در نظر می‌گیریم}}}=3$$

$$\frac{(x+2)-(x-4)}{A}=3 \longrightarrow \frac{\cancel{x}+2-\cancel{x}+4}{A}=3$$

$$\frac{\cancelto{2}{6}}{A}=\frac{\cancelto{1}{3}}{1} \longrightarrow A=2$$

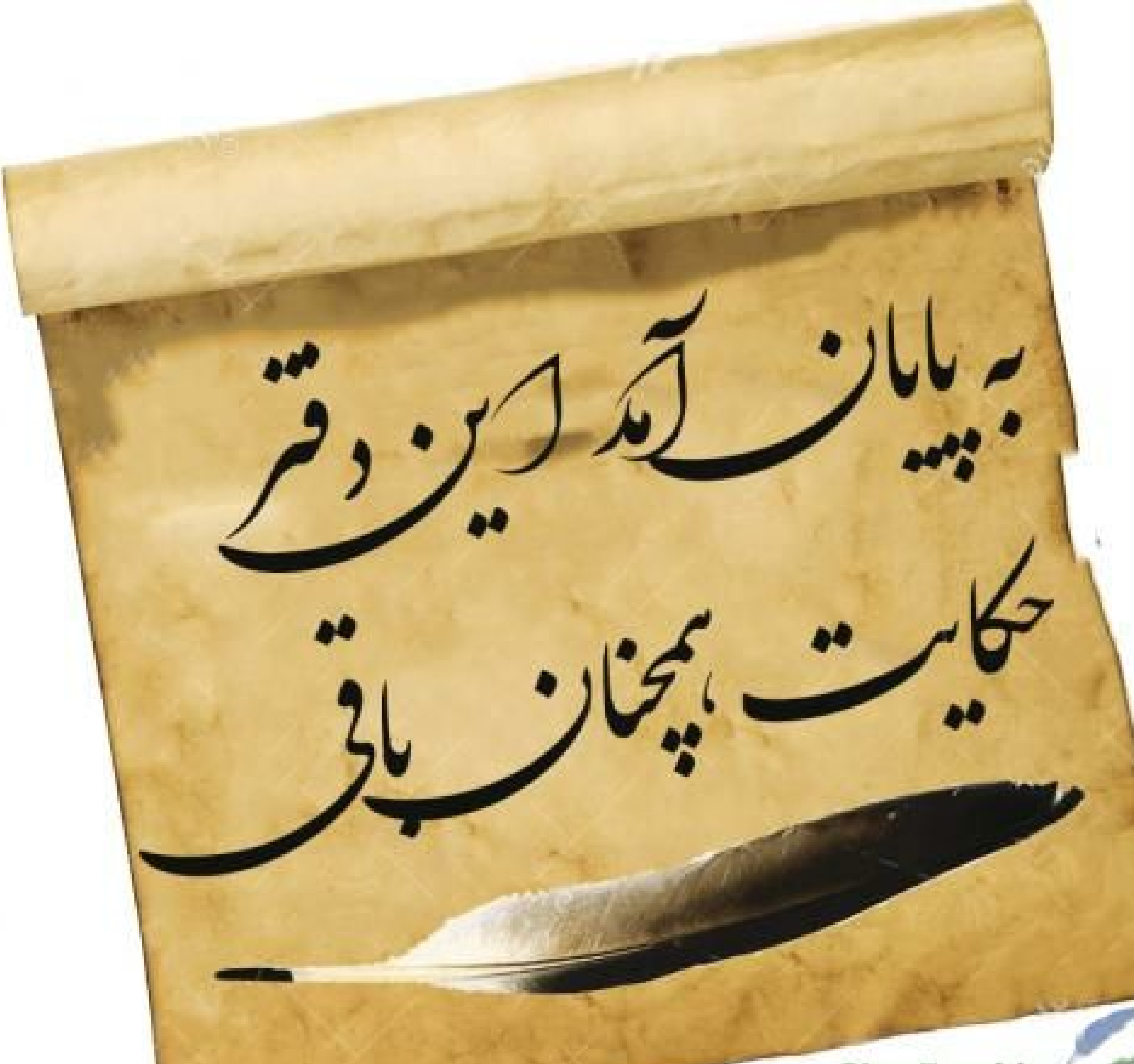
اگر $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-2}=4$ باشد، حاصل عبارت

$\sqrt{x+7}-\sqrt{x-2}=$ برابر چند است؟

$$\frac{\sqrt{x+7}+\sqrt{x-2}}{1}\times\frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{x-2}}{\underbrace{\sqrt{x+7}-\sqrt{x-2}}_{A}}=4$$

$$\frac{x+7-(x-2)}{A}=4 \Rightarrow \frac{\overbrace{\cancel{x}+7-\cancel{x}+2}^{9}}{A}=\frac{4}{1}$$

$$\frac{9}{A}=\frac{4}{1}\longrightarrow A=\frac{9}{4}=2{,}25$$


به پایان آمد این دفتر
حکایت همچنان باقی