

فصل چهارم ؛ معادله ها و نامعادله ها :

شکل کلی یک معادله درجه دوم به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد. در این معادله $a \neq 0$ و a و b و c اعداد حقیقی هستند.

روش های حل معادله درجه دوم :

۱- تجزیه : می دانیم تجزیه یک عبارت یعنی تبدیل کردن آن به حاصل ضرب حداقل ۲ عبارت است. سپس به کمک این نکته که اگر ضرب چند عبارت صفر باشد، حداقل یکی از آن ها صفر است، جواب های معادله را می یابیم.

۲- ریشه گیری : اگر a یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگتر یا مساوی صفر) باشد، ریشه های معادله درجه دوم $x^2 = a$ عبارتند از : $x = \sqrt{a}$. $x = -\sqrt{a}$

۳- مربع کامل : برای حل معادلات درجه دوم به این روش، در برخی معادلات به اضافه یا کم کردن یک مقدار مشخص به دو طرف معادله، یک طرف را به مربع کامل تبدیل می کنیم و سپس با تجزیه آن، ادامه حل را مانند روش ریشه گیری انجام می دهیم.

۴- روش کلی حل معادله درجه دوم :

اگر یک معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم، می توان Δ (دلتا) را به شکل زیر تعریف کرد و سپس به کمک آن جواب های معادله درجه دوم را پیدا کرد.

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

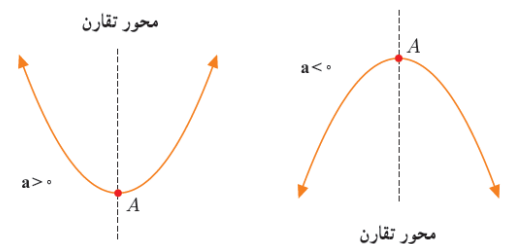
اگر $\Delta > 0$ باشد، معادله دو جواب دارد. $\Delta = 0$ معادله یک ریشه مضاعف دارد و اگر $\Delta < 0$ معادله جواب ندارد.

درس دوم، سهمی :

نمودار هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ ، یک سهمی می گوئیم که به یکی از دو شکل زیر است؛

نکته : در معادله یک سهمی، اگر ضریب x^2 عددی مثبت باشد، دهانه سهمی روبه بالا و اگر عددی منفی باشد، دهانه سهمی رو به پایین می باشد.

نکته : میزان باز یا بسته بودن دهانه ی یک سهمی به ضریب x^2 (a) بستگی دارد. اگر $a > 1$ باشد، دهانه سهمی بسته تر و اگر $0 < a < 1$ باشد، دهانه سهمی بازتر می شود.



نکته : خط تقارن یک سهمی، عمود منصف خط واصل دو نقطه از سهمی است که ارتفاع (عرض) یکسان دارند.

نکته : برای سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ داریم : $\text{راس سهمی} = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ و معادله محور تقارن سهمی : $x = -\frac{b}{2a}$

نکته : برای پیدا کردن محل برخورد سهمی با محور عرض ها، x را مساوی صفر قرار داده و y را پیدا می کنیم و برای پیدا کردن محل برخورد سهمی با محور طول ها، y را مساوی صفر قرار داده و x را پیدا می کنیم

تعیین علامت : تعیین علامت یعنی مشخص کنیم یک چند جمله ای به ازای چه مقادیری از x ، مثبت، منفی یا صفر می شود.

تعیین علامت چند جمله ای درجه اول :

x	$x < -\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$x > -\frac{b}{a}$
$y = ax + b$	مخالف علامت a	o	موافق علامت a

برای تعیین علامت یک چندجمله ای درجه اول به شکل $y = ax + b$ از

جدول مقابل استفاده می کنیم.

تعیین علامت چند جمله ای درجه دوم :

برای تعیین علامت یک چندجمله ای درجه دوم به شکل $P(x) = ax^2 + bx + c$ ، ابتدا ریشه های معادله $P(x) = 0$ را به دست می آوریم (x_1, x_2) ، سپس طبق جدول زیر عمل می کنیم؛

x	x_1	x_2	
$P(x)$	موافق علامت a	مخالف علامت a	موافق علامت a

الف) اگر دو ریشه متمایز داشت :

x	x_1
$P(x)$	موافق علامت a o موافق علامت a

ب) اگر یک ریشه مضاعف داشت :

x	برای هر $x \in \mathbb{R}$
$P(x)$	+

ج) اگر ریشه نداشت :

نامعادله درجه دوم : نامعادله درجه دوم $ax^2 + bx + c < 0$ را در نظر بگیرید. برای حل این نامعادله می توان به دو روش عمل کرد،

۱- تعیین علامت ۲- روش هندسی

نکته : برای حل به کمک هر کدام از روش ها لازم است همه ی عبارت ها را به یک طرف تساوی منتقل کنیم و طرف دیگر تساوی را برابر صفر قرار دهیم.

نکته : یک عبارت درجه دوم همواره مثبت است اگر : $a > 0$ و $\Delta < 0$ و همواره منفی است اگر : $a < 0$ و $\Delta < 0$

۱- اگر $|u| \leq a$ سپس $-a \leq u \leq a$.
نامعادلات قدرمطلق : فرض کنیم a یک عدد حقیقی مثبت و u یک عبارت جبری باشد. در این صورت :

۲- اگر $|u| \geq a$ سپس $u \geq a$ یا $u \leq -a$.