

ریاضی الفبای زندگی است.

ریاضی و آمار (۱)

دهم انسانی

مصطفیٰ سعید ری سعید

درس ۳ . معادله گویا

تقسیم بر صورتی که زنده آ!!!

اگر عبارت ها گویا به یک ستادس جبری تبدیل شوند که مجهول در مخرج کسر ظاهر شود به آن معادله گویا میگویند .
مثال :

$$\frac{3x-5}{x+3} = 1$$

روش حل معادله گویا :

برای حل معادله گویا با طرفین وسطین یا ضرب دو طرف معادله در ک.م.م مخرج ها ، معادله را از حالت کسری خارج میکنیم (به عبارت اولی اقدام مخرج زدایی آ!!!) سپس به یک معادله درجه اول یا درجه دوم می رسیم که روش حل آن را می دانیم . در آخر جواب های معادله را در مخرج کسرها ها معادله اصلی امتحان میکنیم تا مقادیر مخرج صفر نشود .

(مقدار ندارد = $\frac{0}{0}$)

مثال . معادله های زیر را حل کنید .

$$\frac{3x-5}{x+3} = 1$$

با طرفین وسطین ، معادله را از حالت کسری خارج میکنیم :

$$\frac{3x-5}{x+3} = \frac{1}{1}$$

$$1(3x-5) = 1(x+3)$$

$$3x-5 = x+3$$

$$3x-x = 3+5$$

$$2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4$$

چون $x=4$ مخرج کسر معادله را صفر نمی کند پس قابل قبول آ و لذا معادله کسری دارد .

$$\frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = x+3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = \frac{2+x}{x+2} = \frac{x+2}{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow 1 = x+3 \Rightarrow x = 1-3 \Rightarrow x = -2$$

چون ۲ - مخرج کسر معادله اصلی را حذف می‌کنند، بنابراین این معادله ریشه ندارد.

$$\frac{x-2}{x} = \frac{x}{x+3}$$

$$\boxtimes (x-2)(x+3) = (x)(x)$$

$$x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{x^2} + 3x - 2x - 6 = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \quad \checkmark \text{ قوی}$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{-x}{x^2-1}$$

با برآورد مزدوج می‌دانیم:

$$x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

بنابراین برابر آنکه از کسر مخرج‌ها را حذف می‌کنیم، کسرهای معادله را در مخرج مشترک $(x+1)(x-1)$ ضرب می‌کنیم:

$$\cancel{(x+1)}(x-1) \times \frac{x}{x+1} + (x+1)\cancel{(x-1)} \times \frac{2}{x-1} = \cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)} \times \frac{-x}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow (x-1)x + (x+1)2 = -x$$

$$x^2 - x + 2x + 2 = -x$$

$$x^2 - \cancel{x} + 2x + 2 + \cancel{x} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 2 = 0 \quad \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4$$

Δ منفی است، معادله ریشه ندارد.

← توجه کنید که عبارت $x^2 + 2x + 2$ به کمک اتحاد جمله مشترک قابل تجزیه نیست، بنابراین می‌توانیم از Δ استفاده کنیم.

$$x^2 + 2x + 2 = (x \ ?)(x \ ?)$$

$$\frac{2x-7}{x+1} + \frac{x}{x+3} = \frac{3x^2-2x+11}{x^2+4x+3}$$

$$x^2 + 4x + 3 = (x+1)(x+3)$$

معادله را در $(x+1)(x+3)$ ضرب می‌کنیم:

$$\cancel{(x+1)}(x+3) \times \frac{2x-7}{x+1} + (x+1)\cancel{(x+3)} \times \frac{x}{x+3} = \cancel{(x+1)}\cancel{(x+3)} \times \frac{3x^2-2x+11}{x^2+4x+3}$$

$$\Rightarrow (x+3)(2x-7) + (x+1)x = 3x^2 - 2x + 11$$

$$\Rightarrow \underline{2x^2} - \underline{7x} + \underline{4x} - \underline{21} + \underline{x^2} + \underline{x} = 3x^2 - 2x + 11$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 21 = 3x^2 - 3x + 18$$

$$-21 - 18 = -3x$$

$$-39 = -3x$$

$$\frac{-39}{-3} = x \Rightarrow x = 13 \quad \text{ق.م}$$

مثال. به ازای چه مقدار a معادله $\frac{x+1}{x+a} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x=1$ است؟

$x=1$ جایگزین می‌کنیم

$$\frac{1+1}{1+a} = \frac{a}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1+a} = \frac{a}{1} \quad \times$$

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

مثال. اگر $x=3$ جواب معادله زیر باشد، مقدار a را بیابید.

$x=3$ جایگزین می‌کنیم

$$\frac{a}{x-1} + \frac{a-2}{x+1} = x+a$$

$$\frac{a}{3-1} + \frac{a-2}{3+1} = 3+a$$

$$\frac{a}{2} + \frac{a-2}{4} = 3+a$$

$\times 4$ طرفین

$$\Rightarrow 2a + a - 2 = 4(3+a)$$

$$\Rightarrow 3a - 2 = 12 + 4a$$

$$\Rightarrow 3a - 4a = 12 + 2$$

$$\Rightarrow -1a = 14 \Rightarrow a = \frac{14}{-1} \Rightarrow a = -14$$

مثال. معادله گویای زیر را حل کنید.
 یا بتوان گفت بر مبنای دانش آموز

$$\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+2}$$

$$\frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = x+2$$

مثال. اگر $x=2$ ریشه معادله $\frac{a-x}{x} = \frac{-x}{a}$ باشد مقدار a را بیابید.
 یا به عنوان گویای بر مبنای دانش آموز

