

ریاضی الشبای زندگی است.

# ریاضی و آمار (۱)

## دہم انسانی

مصطفیٰ حیدری ملیب

درس ۳: تابع خطی

linear function  
هیچ خطی را نیست!!!

یادآوری (نویسن معادله خط):

شکل استاندارد معادله خط را بصورت  $y = mx + n$  در آن  $y$  به تنهایی در سمت چپ قرار دارد و  $m$  (ضریب  $x$ ) شیب خط و  $n$  عرض از مبدأ (جایی که خط محور عرضها را قطع میکند) می‌نویسیم. می‌توانیم از دو نقطه، فقط یک خط را می‌گذرد. پس برای این بتوانیم معادله خط را را بنویسیم به دو نقطه از آن نیاز داریم. اگر  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  دو نقطه از خط مورد نظر ما باشند، می‌توانیم شیب خط را از رابطه زیر حساب کرد:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{شیب خط} = \frac{\text{اختلاف عرضها}}{\text{اختلاف طولها}}$$

حال به کمک این شیب و یکی از نقاط داده شده - مثلاً  $A(x_1, y_1)$  - می‌توان معادله خط را به صورت زیر نوشت:

$$y = m(x - x_1) + y_1 \quad \text{فرمول نقطه-شیب}$$

توجه کنید در فرمول بالا، انتخاب نقطه شیبی به نظر خودتان دارد یعنی فرقی نمی‌کند  $A$  را انتخاب کنید یا  $B$  را.

مثال. معادله خطی را بنویسید که از نقاط  $A(1, 5)$  و  $B(-1, -1)$  می‌گذرد.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-1) - (5)}{(-1) - (1)} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$\Rightarrow y = 3(x - 1) + 5 = 3x - 3 + 5 \Rightarrow y = 3x + 2$$

▲ تابع خطی:

هر تابع به صورت  $y = f(x) = mx + n$  یک تابع خطی نامیده می‌شود.  
- دین نام نذاره این  $f$  که نمودار تابع خطی همواره یک خط  $y$  می‌باشد.

تذکره. اگر  $f(x) = y$  باشد آنگاه زوج مرتب  $(x, y)$  در تابع  $f$  قرار دارد یعنی

$$f(x) = y \Leftrightarrow (x, y) \in f$$

بنابراین اگر تابع  $f$  مقدار ۱ در ورودی را به مقدار ۳ در خروجی نظیر کند، می‌نویسیم

$$f(1) = 3 \quad \text{یا} \quad (1, 3) \in f$$

مثال. در تابع خطی  $f$  داریم:

$$f(1) = 3 \quad \text{و} \quad f(2) = 5$$

- ضابطه تابع  $f$  را بنویسید. - مقدار  $f$  را رسم کنید. - مقدار  $f(10)$  را بیابید.

$$f(1) = 3 \rightarrow \begin{matrix} (1, 3) \in f \\ \downarrow \downarrow \\ x_1 \quad y_1 \end{matrix}$$

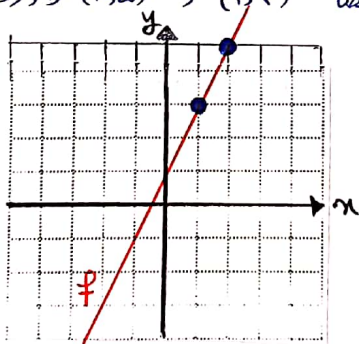
$$f(2) = 5 \rightarrow \begin{matrix} (2, 5) \in f \\ \downarrow \downarrow \\ x_2 \quad y_2 \end{matrix}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$y = f(x) = m(x - x_1) + y_1 = 2(x - 1) + 3 \\ = 2x - 2 + 3 = 2x + 1$$

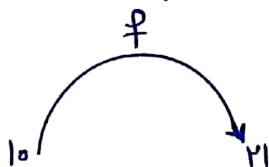
$$\Rightarrow f(x) = 2x + 1$$

برای رسم نمودار  $f$  کافی است نقاط به هم وصل کنیم و در دستگاه مختصات  $(1, 3)$  و  $(2, 5)$  را در دستگاه مختصات به هم وصل کنیم و به هم وصل و امتداد دهیم.



برای معاینه مقدار  $f(10)$  کافی است در ضابطه  $f$  به جای  $x$  عدد ۱۰ را جایگزین کنیم:

$$f(10) = 2(10) + 1 = 20 + 1 = 21 \Rightarrow f(10) = 21$$



مثال. نمودار تابع خطی از مبدأ میگذرد و  $f(-1) = 2$ .

- ضابطه  $f$  را تعیین کنید.
- مقدار  $f(-0.5)$  را بیابید.
- نمودار  $f$  را رسم کنید.

مبدأ:  $(-1, 2) \in f \rightarrow$   $f(-1) = 2$   
 $\downarrow \downarrow$   
 $x_2 \ y_2$

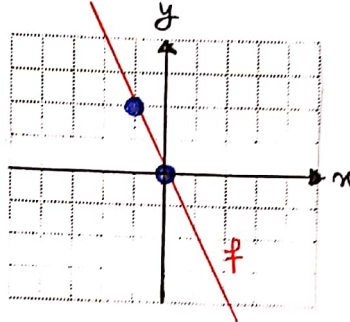
یا  $f(0) = 0$   
 $(0, 0) \in f$   
 $\downarrow \downarrow$   
 $x_1 \ y_1$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$y = f(x) = m(x - x_1) + y_1 = -2(x - 0) + 0 = -2x + 0$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x$$

$$f(-0.5) = -2(-0.5) = 1$$



مثال. در تابع خطی  $f$  داریم:  $f(2) = 8$  و  $f(7) = 23$

مقدار  $f(15)$  را بدست آورید.

ابتدا ضابطه  $f$  را تعیین میکنیم پس به جای  $x$  را ۱۵ میگذاریم.

$$f(2) = 8 \rightarrow (2, 8) \in f$$

$$f(7) = 23 \rightarrow (7, 23) \in f$$

$$\rightarrow m = \frac{23 - 8}{7 - 2} = \frac{15}{5} = 3$$

$$y = f(x) = m(x - x_1) + y_1 = 3(x - 2) + 8 = 3x - 6 + 8 = 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x + 2$$

$$f(15) = 3(15) + 2 = 45 + 2 = 47$$

مثال. اگر در تابع خطی  $f(11) = 3$  باشد تابع از مبدأ میگذرد یا نه؟

- ضابطه  $f$  را بیابید.
- مقادیر  $f(-2)$  و  $f(0.2)$  را بیابید.
- نمودار  $f$  را رسم کنید.
- ! بفرمایید

