

ریاضی القباہی زندگی است.

ریاضی و آمار (۱)

دہم انسانی

مصطفیٰ حیدری طیب

Function	تابع	حصہ دوم : تابع
$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow y$	مفہوم تابع	- درس ۱
$y = f(x)$	ضابطہ جبرہ تابع	- درس ۲
$f(x) = ax + b$	تابع خطی	- درس ۳
$f(x) = ax^2 + bx + c$	تابع درجہ ۲	- درس ۴



ریاضی فرصت تکثیر و تکرار

▲ کیا رابطہ از مجموعہ A بہ مجموعہ B کیا تابع نامیدہ ہوتا ہے کہ ہر عنصر از مجموعہ A دقیقاً با یک عنصر از مجموعہ B در ارتباط باشد۔

● نمائندگی مختلف کیا تابع :

1. نمائندگی توصیفی
2. نمائندگی جدولی
3. نمائندگی گرافیکی
4. نمائندگی زوج مرتبی
5. نمائندگی مختلف

1. نمائندگی توصیفی

در این نمائندگی، از زبان گفتاری مجموعہ A استفادہ میکنیم و یک مکث توصیفی تابع \uparrow مشخص میکنیم کہ رابطہ داده شدہ، تابع هست یا نیست۔
 بعنوان مثال؛ ما فوٹو ہمیں بڈائیں " رابطہ اہم کہ بہ ہر نوزاد در پایان ہر ماہ، وزن او راسبت مہر دہہ " تابع آ یا خیر؟
 واضح آ کہ ہر نوزاد در پایان ہر ماہ فقط یک وزن مشخص دارد بنابراین این رابطہ کیا تابع آ۔
 ← توجہ کنید کہ ہر رابطہ اہم تابع نیست۔ مثلاً رابطہ اہم کہ بہ ہر فرد دوستان او راسبت دہہ کیا تابع ہونے لاندے نہ زیرا
 کیا فرد ممکن آ چندین دوست دے باسد۔

مثال - کلام کیا از رابطہ ہا توصیف شدہ زیر، تابع آ و کلام کیا؟ دلیل بیاورید۔

- رابطہ اہم کہ بہ ہر فرد، روز تولدش راسبت مہر دہہ۔

تابع آ زیرا ہر فرد کیا روز تولد مشخص دارد۔

- رابطہ اہم کہ بہ ہر دانش آموز، مزہ ریاضی ترم اول او راسبت مہر دہہ۔

تابع A زیرا ...

- رابطہ A کے ہر عنصری غدار مورد علاقہ اس رشتہ میں دہد۔
- تابع B زیرا کہ A کے عنصری A کے عنصری غذا علاقہ میں دہد۔
- رابطہ A کے ہر عنصری A کے رشتہ میں دہد۔
- تابع B زیرا کہ A کے عنصری A کے عنصری غذا علاقہ میں دہد۔
- رابطہ A کے ہر عنصری A کے رشتہ میں دہد۔
- بعض ترین برعکس دانسی آموز
- رابطہ A کے ہر عنصری A کے رشتہ میں دہد۔
- بعض ترین برعکس دانسی آموز

2. نائس جدول

دائیں نائس کی جدول دو طرفہ داریم کہ شرط تابع دونوں آن است که هیچ عضو در بطاول جدول به بیس از یک عضو عضو در بطولم آن نسبت داده نشود. (بعبارة در بطاول، عضو تکرار نداشتہ باشیم)

مثال: کدام یک از نائس های جدولی زیر تابع A ؟ چرا؟

x	0	1	-1	$\sqrt{2}$
y	5	1	0	$\sqrt{2}$

- تابع A زیرا بطاول تکرار ندارد.

x	-2	1	5	$\sqrt{3}$
y	0	0	0	0

- تابع A زیرا (دقت کنید! که هر عضو بطاول را به صفر برد)

x	-1	0	2	$\frac{1}{4}$
y	-1	0	2	$\frac{1}{4}$

- تابع A زیرا ... (دقت کنید! که هر عضو از بطاول به همان عضو در بطولم مربوط شده است)

x	1	0	$\sqrt{2}$	1
y	1	2	-1	3

- تابع B زیرا عضو 1 در بطاول به بیس از یک عضو در بطولم نسبت داده شده است.

1 ←
2

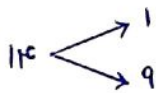
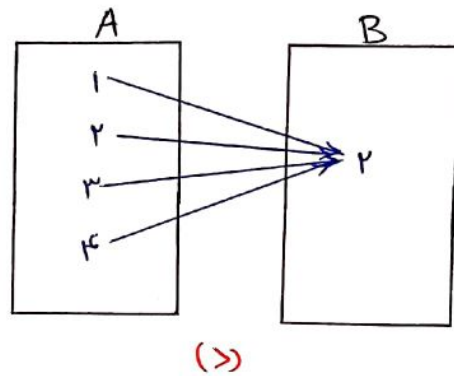
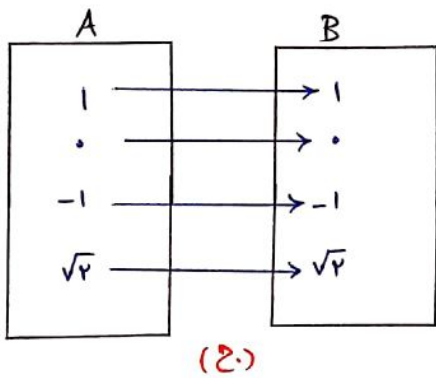
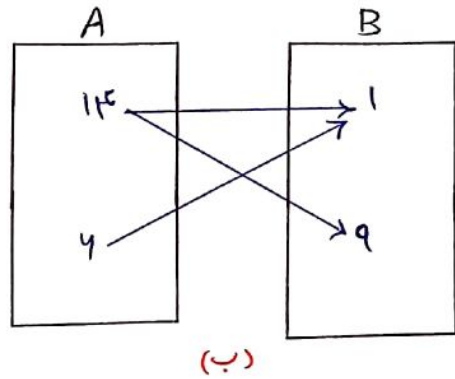
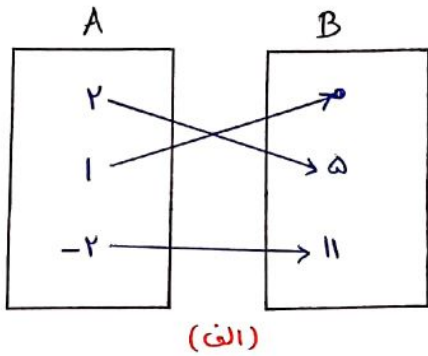
x	0	1	2	-2	3
y	0	1	4	4	9

- بعنوان تمرین ...

3- نمایش پیکانی (نمودار وِن Venn)

در این نمایش اعضای مجموعه A و B را داخل دایره‌ها می‌نویسیم یا دایره یا ... قرار داده و به کمک پیکان‌ها آن‌ها را به هم مربوط می‌کنیم. شرط آنکه یک نمودار پیکانی تابع باشد آن است که از هر عضو مجموعه اولی (یعنی A) دقیقاً یک پیکان به اعضای B رسم شود.

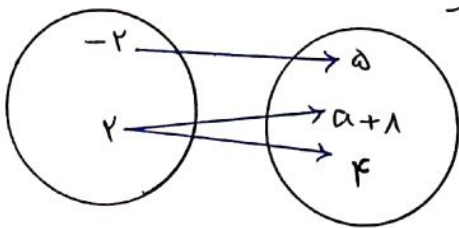
مثال کدام یک از نمودارهای پیکانی معرف یک تابع است؟ چرا؟



- فقط (ب) تابع نیست زیرا از عنصر 14 دو پیکان خارج شده است

مثال اگر نمودار پیکانی در زیر مربوط به یک تابع باشد، مقدار a را بدست آورید.

چون از عدد 2 در نمودار پیکانی دو پیکان خارج شده است پس مقادیری که این پیکان‌ها از 2 به آن‌ها وارد می‌شوند باید یکسان باشند تا شرط تابع بودن را ارضا کرده‌اند. لذا



$$a + 1 = 4$$

$$\Rightarrow a = 4 - 1 \Rightarrow a = -1$$

4. نِسِ زَوْجِ مَرْتَبِ

- به دوتایی (x, y) که در آن ترتیب نخستین اعضا اهمیت داشته باشد زوج مرتب می‌گوئیم.
- که در این زوج مرتب x مؤلف یا مضمون اول و y مؤلف یا مضمون دوم می‌گویند.
- واضح است که هم با تغییر مقادیر x و y و هم با جابجایی x و y زوج مرتب با تغییر می‌کند.

$$(x, y) \neq (y, x)$$

- می‌توانیم یک زوج مرتب را به صورت یک نقطه در صفحه مضافاً تأیید کنیم، به این ترتیب که عدد اول در زوج مرتب را مضمت x (طول) و عدد دوم را مضمون y (عرض) در نظر بگیریم.

- در زوج مرتب (x, y) و (a, b) زمانی با هم مساوی اند که مؤلف اول آن‌ها با هم و مؤلف‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$(x, y) = (a, b) \iff \begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$$

- مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب زمانی تابع است که تمام مؤلف‌های اول در زوج مرتب با هم متفاوت باشند. به عبارتی مؤلف اول مساوی نداشته باشد. اگر هم اصلاً مؤلف‌های اول در زوج مرتب مساوی بودند (شرط تابع بودن حکم می‌کند که) مؤلف‌های دوم آن در زوج نیز مساوی باشند.

مثال • کجایک از رابطه‌های زیر، تابع است؟ چرا؟

$$A = \{(-1, 7), (0, 9), (2, 0)\}$$

$$B = \{(7, 7), (-1, -1), (1, 1), (0, 0)\}$$

$$C = \{(2, 2), (5, 2), (-5, 2), (0, 2)\}$$

$$D = \{(5, 1), (2, 0), (1, -1), (1, 1)\}$$

$$E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$$

- فقط رابطه تعریف شده در D تابع نیست، زیرا در زوج مرتب‌های $(1, -1)$ و $(1, 1)$ مؤلف اول تکرار می‌شود.



مثال • اگر رابطه f تابع باشد، مقادیر a و b را بیابید.

$$f = \{(2, b+1), (-1, 5), (2, 7), (-1, a)\}$$

$$\begin{matrix} (-1, a) \\ (-1, a) \end{matrix} \rightarrow a = a$$

$$\begin{matrix} (2, 7) \\ (2, b+1) \end{matrix} \rightarrow b+1=7 \rightarrow b=7-1 \rightarrow b=6$$

مثال ۱. آسرف کیت تابع بانند، حاصل $x^2 + y^2$ رابطه زیر کیت تابع بانند.

$$f = \{ (2, x+y), (-2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y) \}$$

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} (3) + y = 4 \\ y = 4 - 3 \end{matrix} \rightarrow y = 1$$

$$\begin{matrix} 2x = 4 \\ x = 2 \end{matrix}$$

مثال ۲. مقادیر x و y را همچنان بیابید که رابطه زیر کیت تابع بانند.

$$f = \{ (3, x^2 - 3x), (-1, 2y), (3, x-4), (-1, 1), (2, 5) \}$$

$$2y = 1 \rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow y = 0.5$$

$$x^2 - 3x = x - 4 \Rightarrow x^2 - 3x - x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x-2=0 \rightarrow x=2 \end{cases}$$

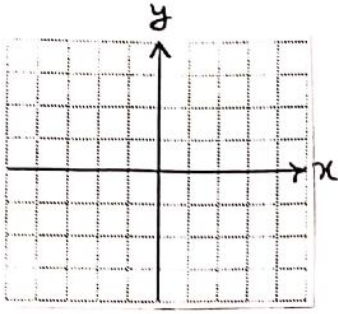
مثال ۳. مقادیر a و b را طوری بیابید که رابطه زیر کیت تابع بانند.

$$g = \{ (-1, 2), (2, a-b), (2, a), (-1, b+3) \}$$

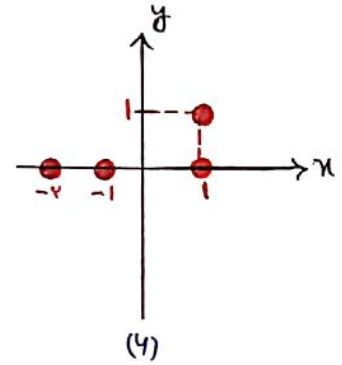
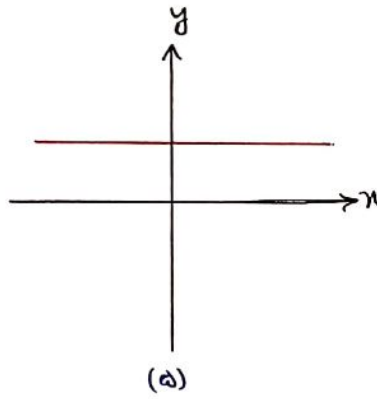
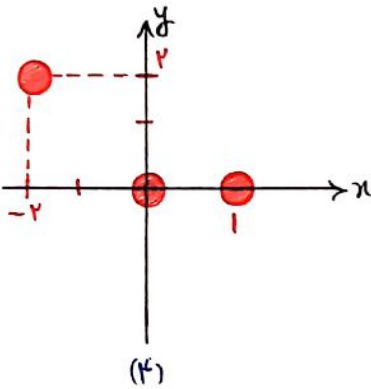
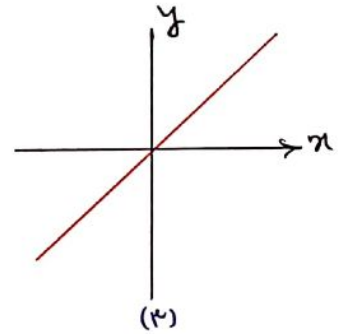
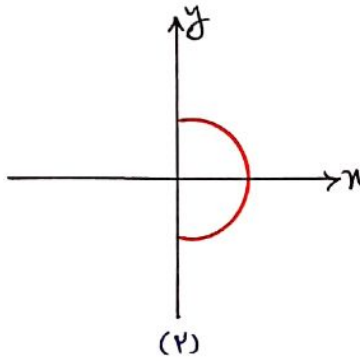
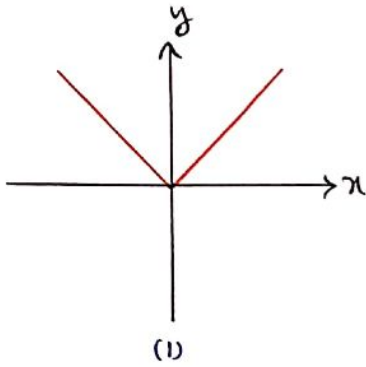
۷. بنزدان تمرین

5. نمایش مختصات (نمودار)

اگر نمودار مختصات یک رابطه در اختیار ما باشد، در صورتی این رابطه یک تابع است که هر خط موازی محور عرضها (y ها) رسم کنیم، نمودار رسم شده را در بیش از یک نقطه قطع کند و یا هیچ دو نقطه ای از نمودار روی هر خط عمود بر محور x ها قرار نگیرند.
 - هیچ دو نقطه ای روی خطی که موازی محور y ها باشد، قرار نگیرد.



مثال: کدام یک از نمودارهای زیر یک تابع را مشخص می کند؟ دلیل کافی بیاورید.



- نمودارهای (۲) و (۶) تابع هستند، بقیه تابع اند زیرا هر خط موازی محور y ها رسم کنیم ما در بیش از یک نقطه قطع می کند.

