

درس سوم : معیارهای پراکندگی

پراکندگی یعنی اینکه داده‌ها چقدر از مرکز خود دور هستند.

معیارهایی چون میانگین و میان به تنهایی نمی‌توانند اطلاعات کاملی در مورد داده‌ها به ما بدهند. مخصوصاً در مورد مقایسه چند گروه که تقریباً دارای شاخص‌های مرکزی برابر هستند. بنابراین شاخصی را نیاز داریم که میزان پراکندگی داده‌ها را مشخص کند.
 معیارهای پراکندگی عبارتند از: ۱. واریانس و انحراف معیار ۰۲. دامنه تغییرات ۰۳. دامنه میان چارک

۱. واریانس و انحراف معیار

واریانس در لغت به معنای تفاوت و تغییر است. با به کارگیری یک فرمول از داده‌های توان واریانس را محاسبه کرد. برای این کار ابتدا میانگین داده‌ها را به دست آوریم (\bar{x}) میانگین را از تمام داده‌ها کم کنیم و به توان ۲ می‌رسانیم پس آن‌ها را با هم جمع کرده و بر تعداد داده‌ها (یعنی n) تقسیم می‌کنیم. واریانس را با نماد δ^2 نمایش می‌دهیم.

داده‌ها x_1, x_2, \dots, x_n
 تعداد n
 میانگین داده‌ها \bar{x}
 واریانس δ^2
 فرمول \rightarrow

مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین

$$\delta^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

تعداد کل داده‌ها

مثال: واریانس داده‌های آماره ۷ و ۵ و ۳ و ۹ را به دست آورید.

$n=4$

$$\bar{x} = \frac{7+5+3+9}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\delta^2 = \frac{(7-6)^2 + (5-6)^2 + (3-6)^2 + (9-6)^2}{4}$$

$$= \frac{1+1+9+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$\Rightarrow \delta^2 = 5$

تذکره . در علم واریانس عدد بزرگ آ و به جای آن از انحراف معیار (خطای استاندارد) استفاده می‌کنیم . به این ترتیب که از

واریانس داده‌های آماری جذر می‌گیریم و آن را با نام δ (سیگما) نشان می‌دهیم .

$$\text{واریانس} = \sqrt{\text{انحراف معیار}}$$

- این شاخص میزان انحراف داده‌ها از میانگین را نشان می‌دهد و یک معیار معمول برای سنجش میزان پراکندگی داده‌هاست .

- هر چه انحراف معیار داده‌ها کوچک‌تر باشد ، پراکندگی داده‌ها کم‌تر است و اکثر داده‌ها به میانگین نزدیک‌تر هستند .

- اگر داده‌ها با هم برابر باشند ، انحراف معیار آن‌ها صفر است و برعکس اگر انحراف معیار چند داده صفر بود ، آن داده‌ها با هم برابرند

$$\delta = 0 \iff x_1 = x_2 = \dots = x_n$$

مثال . در مثال قبلی ، انحراف معیار داده‌ها را بدست آورید .

دیویم که $\delta^2 = 5$ واریانس

از طرفی ، انحراف معیار جذر واریانس است لذا

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\text{واریانس}} = \sqrt{5} \approx 2,23$$

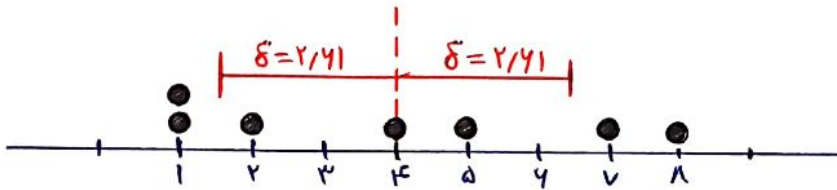
مثال . انحراف معیار داده‌های آماری ۸ و ۷ و ۵ و ۴ و ۲ و ۱ و ۰ را حساب کنید .

$$n = 7$$

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+4+5+7+8}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

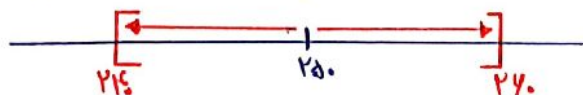
$$\delta^2 = \frac{(1-4)^2 + (1-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2 + (8-4)^2}{7} = \frac{47}{7} \approx 6,71$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\text{واریانس}} = \sqrt{6,71} \approx 2,59$$



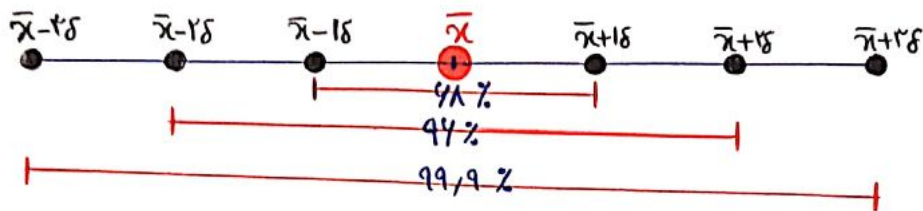
مثال . روش یک قوطی کنسرو اعداد به صورت 250 ± 10 گرم نشان داده شده است . به نظر شما این اعداد چه چیزی را نمایش می‌دهند؟

عدد ۲۵۰ گرم وزن خالص قوطی کنسرو است در حالی که ۱۰ می‌تواند مقدار خطای اعتبار پذیر است یعنی بین ۲۴۰ تا ۲۶۰ گرم یا زیاد باشد .



تذکره طبق یک قانون در آمار

- تقریباً ۹۹٫۹ درصد داده‌ها بین سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند. $(\bar{x}-3s, \bar{x}+3s)$
- تقریباً ۹۴٪ " " " " دو برابر " " " " $(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s)$
- تقریباً ۶۸٪ " " " " یک برابر " " " " $(\bar{x}-1s, \bar{x}+1s)$



درصد های روی نمودار را به خاطر بسپارید!

۲. دامنه تغییرات

اختلاف بین بزرگترین (Max) و کوچکترین (min) داده آمارها دامنه تغییرات میگویند و با R نشان می‌دهیم.

$$R = \text{Max} - \text{min}$$

مثال در داده های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۷ و ۳ و ۱ دامنه تغییرات را به دست آورید.

بزرگترین داده $\text{Max} = 7$

$\rightarrow R = \text{Max} - \text{min} = 7 - 1 = 6$

کوچکترین داده $\text{min} = 1$

تذکره اگر داده های آمارها با هم برابر باشند، دامنه تغییرات صفر است (و برعکس)

$x_1 = x_2 = \dots = x_n \Leftrightarrow R = 0$

مثال دامنه تغییرات هر گروه از داده های آمارها را به دست آورید.

گروه الف: ۱۷ ، ۱۸ ، ۱۹ ، ۱۷

گروه ب: ۱۹ ، ۱۹ ، ۱۹ ، ۱۹

✓ به عنوان تمرین

مثال ۱۰ . نمرات درس منیزیم دانش آموزی در طول یک ترم به صورت ۱۷ و ۱۸ و ۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۱۷ است .

انحراف معیار و دامنه میان چارگی را بیابید . کدام شاخص بهتری برای بیان میزان پراکندگی نمرات اوست ؟

$$n = 6 \quad \bar{x} = \frac{17+19+18+7+18+17}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$s^2 = \frac{(17-16)^2 + (19-16)^2 + (18-16)^2 + (7-16)^2 + (18-16)^2 + (17-16)^2}{6} = \frac{100}{6} \approx 16.67$$

$$s = \sqrt{16.67} \approx 4.08$$

۷ ۱۷ ۱۷ ۱۸ ۱۸ ۱۹
↓
 $Q_2 = \frac{17+18}{2} = 17.5$

$Q_1 = 17 \rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 18 - 17 = 1$
 $Q_3 = 18$

چون دامنه دو رافته داریم (در اینجا ۷ - دامنه دو رافته است) ، شاخص دامنه میان چارگی بهتر است .

تذکره

میانگین ، میانگین ، انحراف معیار ، دامنه میان چارگی تحت عنوان آمار توصیفی شناخته می شوند .

- به مجموعه روش هایی که برای سازمان دادن ، خلاصه کردن و توصیف مسأله مورد استفاده قرار می گیرد ، آمار توصیفی می گویند .
- این روش های آماري پس از مرتب شدن داده ها ، تنظیم و ارائه آنها به صورت جدول و نمودار و تعیین روابط بین آنها می پردازد .

مثال ۱۱ . در مورد داده های آماری ۹ ، ۸ ، ۱ ، ۱۱ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۱۵ ، ۱۵ ، مطلوب است

- دامنه تغییرات
 - میانگین
 - انحراف معیار
 - دامنه میان چارگی
- با عنوان تمرین برعهده دانش آموز .

