

درس دوم: معیارهای گرایش به مرکز

داده‌های آماری مانند جدول شش‌متری جمع شوند.

داده‌های آماری اغلب به این دارند جدول شش‌متری تمام شش‌متری مرکزی جمع شوند. این شش‌متری عبارتند از:

- ۱. میانگین
- ۲. میان
- ۳. مد

۱. میانگین

به جدول داده‌های آماری میانگین هم گوئیم. در واقع میانگین یک شش‌متری عددی است که سوسط داده‌ها را بیان می‌کند. اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ تا داده‌های آماری باشند میانگین آن‌ها را با \bar{x} (بخوانند \bar{x} بار) نشان داده و بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع تمام داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

مثال. میانگین داده‌های ۵، ۱۲ و ۴ و ۷ را بد آورید. $n = 4$ تعداد

$$\bar{x} = 7 \Rightarrow \bar{x} = \frac{5 + 12 + 4 + 7}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

مثال. اگر میانگین داده‌های ۱۰، ۲۰ و ۱۰ برابر ۳۰ شود. مقدار x چه قدر است؟

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \Rightarrow 30 = \frac{10 + x + 10}{3}$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{x + 20}{3}$$

$$\Rightarrow x + 20 = 3 \times 30$$

$$\Rightarrow x + 20 = 90 \Rightarrow x = 90 - 20 \Rightarrow x = 70$$

مثال. اگر میانگین داده‌های آماری زیر ۱۸ باشد مقدار a را بد آورید.

- ۱۱
- ۲۰
- ۹
- ۱۸

با عنوان کردن

ویژگی‌های میانگین :

- میانگین در هر جامعه آماری (منحصراً) یک نقطه و فقط یک مقدار برای میانگین دارد.
- اگر تمام داده‌ها برابر باشند، میانگین نیز می‌تواند از داده‌ها ظاهر شود.
- واحد میانگین داده‌ها با واحد خود داده‌ها یکسان است یعنی اگر واحد داده‌ها کیلوگرم باشد، واحد میانگین هم کیلوگرم است.
- میانگین مرسوم ترین شاخص مرکزی است زیرا تمام داده‌ها را یکبار می‌شمارد. تنها ایراد آن که بر میانگین وارد است این است که به شدت تحت تأثیر نقاط غایب (پایانی) قرار می‌گیرد یعنی اگر در بین داده‌ها آماره‌ها، داده‌ها دور افتاده یا پرت (داده‌ها که از بقیه داده‌ها فاصله زیادی دارند) وجود داشته باشند یا بسیار بزرگ یا بسیار کوچک تر و یا بسیار بزرگ تر از بقیه داده‌هاست) داشته باشیم شاخص میانگین کار را نبوده بلکه به جای آن از میان استفاده می‌کنیم.

میانگین موزون (وزن دار) :

گاهی داده‌ها آماره‌ها دارای یک ضریب (وزن یا تعداد) هستند مانند کلاس‌ها در سن یا تنگور. در اینگونه موارد به جای میانگین از میانگین معدن (وزن دار) استفاده می‌کنیم.

اگر داده‌ها x_1, x_2, \dots, x_n به ترتیب دارای ضرایب (یا وزن یا دفعات تکرار) w_1, w_2, \dots, w_n باشند میانگین داده‌ها را با در نظر گرفتن این ضرایب، میانگین وزن دار نامیده و آن را با \bar{x}_w نشان می‌دهند که از رابطه زیر به دست می‌آید:

داده‌ها	x_1	x_2	...	x_n
وزن	w_1	w_2	...	w_n

$$\bar{x}_w = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

مجموع ضرایب در داده‌ها

مجموع ضرایب

نمره	۲۰	۱۰	۱۸	۱۷/۵
ضریب	۲	۱	۱	۲

مثال . میانگین داده‌های جدول روبرو را به دست آورید.

$$\bar{x}_w = \frac{(2 \times 20) + (1 \times 10) + (1 \times 18) + (2 \times 17.5)}{2 + 1 + 1 + 2} = \frac{103}{4} \approx 17.25$$

مثال . میانگین وزنی جدول مقابل را بیابید.

داده	۵	۶	۹	۱۲	۱۵
وزن	۳	۱	۲	۱	۳

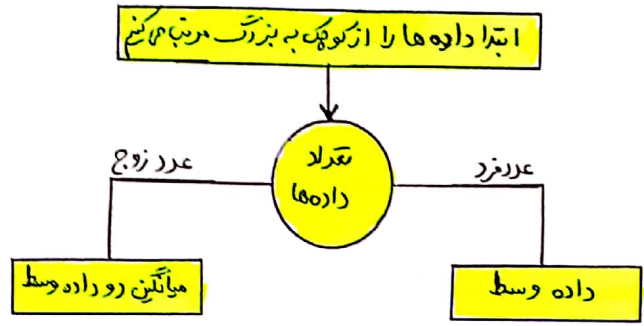
با بقیه تمرین

۲. میان

میان شش‌ه‌برای به دست آوردن وسط داده‌ها در بین داده‌های مرتب شده و معرکه در سوار استفاده می‌شود که داده‌ها در افتاده داشته باشیم.

میان داده‌ها $\frac{1}{p}$ یا 50% داده‌ها از آن کم‌تر و نصف داده‌ها از آن بیش‌تر هستند.

برای به دست آوردن میان داده‌ها ابتدا آن‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ (صعودی) مرتب می‌کنیم. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد میان داده‌ها که در وسط باشد. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد عدد وسط ندیم! و میان برابر میانگین دو داده وسط است.



مثال. میان را در دو گروه از داده‌ها زیر به دست آورید.

- گروه A: ۱۵، ۱۲، ۷، ۱۸، ۱۹، ۲۳، ۷
- گروه B: ۹، ۴، ۱۴، ۱۲، ۱۸، ۱۹

گروه A →

$\overbrace{7 \quad 7 \quad 12}^{۳}$ $\boxed{15}$ $\overbrace{18 \quad 19 \quad 23}^{۳}$
 ↓
 میان

گروه B →

$\overbrace{4 \quad 9}^{۲}$ $\overbrace{12 \quad 14}^{۲}$ $\overbrace{18 \quad 19}^{۲}$
 ↓
 میان = $\frac{12+14}{2} = \frac{26}{2} = 13$

مثال. در داده‌ها آماره زیر، میان را به دست آورید.

الف) ۱، ۲، ۵، ۳، ۸، ۷

ب) ۳، ۲، ۱، ۹، ۹، ۷، ۲، ۴

یا بعنوان تمرین برعهده دانش‌آموز

ویژگی های میانگین:

- میانگین منحصر به فرد است یعنی فقط و فقط! یک مقدار برای میانگین داریم.
- زمانی که داده ها با هم برابرند، میانگین باقی از آن ها برابر می شود.
- در صورت وجود داده پرت، بهترین شاخص میانگین خواهد بود.

مثال ۱: نمرات درس ریاضی علمی در طول سال عبارتند از:

۱۷ ۶ ۱۸ ۲۰ ۱۸ ۱۷

الف) میانگین و میانگین این نمرات را حساب کنید.

ب) کدام نمرات ضعیف تر است؟ بیانش و وضع این دانش آموز در درس ریاضی چیست؟

ج) اگر معلم درس ریاضی برای جبران نمره ۶ امکان امتحان مجدد را به او بدهد، برای آنکه میانگین او در این درس بیش از ۱۸ شود، او در این امتحان چه نمره ای باید کسب کند؟

→ مرتب

۶ ۱۷ ۱۷ ۱۸ ۱۸ ۲۰

↓

میانگین = $\frac{۱۷+۱۸}{۲} = ۱۷.۵$

میانگین = $\frac{۶+۱۷+۱۷+۱۸+۱۸+۲۰}{۶} = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶$

چون داده در اقلاده داریم (در اینجا نمره ۶ از بقیه کوچک تر است!)، بهتر است از میانگین استفاده کنیم.

به جای نمره ۶، x می نذاریم و نامعادله زیر را حل می کنیم:

$$\frac{x+۱۷+۱۷+۱۸+۱۸+۲۰}{۶} > ۱۸$$

$$\Rightarrow \frac{x+۹۰}{۶} > ۱۸$$

$$x+۹۰ > ۱۰۸ \Rightarrow x > ۱۰۸-۹۰ \Rightarrow x > ۱۸$$

باید نمره بالاتر از ۱۸ کسب کند.

مثال ۲: میانگین ۱۰ عدد ۳، ۸، ۵، ۹، ۳، ۸، ۷، x، ۴، ۳، ۵ برابر ۵/۱۵ است.

- x را بیابید.
- میانگین را تعیین کنید.
- معبران تعیین کنید.

۳. مُد

مُد داده‌ها آن که بیشترین فراوانی (یا بیشترین تکرار) را دارد. مثلاً وقتی رتبه مُد می‌شود، بیش‌تر افراد جامعه از آن استفاده می‌کنند و آن رتبه بیش‌تر از سایر رتبه‌ها در جامعه دیده می‌شود.
 - تقارن رتبه‌ها، رتبه‌ها و انحرافات، مهم‌ترین معادله هستند که در آن‌ها از مُد استفاده می‌شود.

مثال ۱. در داده‌های آمار زیر مُد کدام است؟

۱۲، ۱۲، ۹، ۷، ۵، ۵، ۳، ۱، ۱

$\text{مُد} = ۱$

باید داده‌ای که بیش‌ترین تکرار را دارد پیدا کنیم. در اینجا:

۳، ۱، ۷، ۷، ۷، ۹، ۹

$\text{مُد} = ۹$ و ۷

داده‌های ۷ و ۹ هر کدام ۲ بار تکرار شده‌اند.

۲، ۹، ۱۰، ۱۳، ۱۵، ۳۲

فراوانی تمام داده‌ها یکی است پس مُد نداریم.

ویژگی‌های مُد:

- مُد منحصر به فرد نیست. یعنی می‌توانیم بیش از یک مُد داشته باشیم.
- مُد همگام متعلق به جامعه است. برخلاف میانگین و میانه که ممکن است متعلق به جامعه نباشند. گاهی مقدار عددی میانگین با مقدار هیچ‌یک از داده‌ها برابر نیست. زمانی که تعداد داده‌ها زوج بود، میانگین متعلق به جامعه نبود.
- مُد هیچ اطلاعاتی در مورد سایر داده‌ها به ما نمی‌دهد و فقط به داده‌ای نگاه می‌کند که بیش‌ترین تکرار را دارد.

مثال ۲. اگر در داده‌های آمار ۵ و ۷ و ۷ و ۱۴ و ۱ میانگین، میانگین و مُد برابر باشد، آن را بیابید.

۱. بتوانیم برعکس روش آموزش.

