شمارش

اصل جمع: اگر بتوان عملی را به m طریق و عملی دیگر را به n طریق انجام داد،این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $(m+n)$ طریق می توان عمل اول یا دوم را انجام داد.(اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

نشانه های اصل جمع: "یا" و "فقط یکی" (جمع می کنیم)

مثال: به چند طریق می توانید فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان نویس را از بین چهار خودکار با چهار رنگ مختلف و پنج مداد با رنگ های متفاوت و سه روان نویس با رنگ های متمایزانتخاب کنید؟

حل: ۴+۵+۳=۱۲

اصل ضرب:اگر عملی طی دومرحله اول و دوم انجام پذیرد،طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هرکدام از این mطریق به n روش انجام پذیر باشند،در کل آن عمل از $m \times n$ طریق انجام پذیر است.

نشانه اصل ضرب: "و" (ضرب می کنیم)

مثال: دانشجویی می خواهد از بین دو درس عمومی ارائه شده،یک درس عمومی و از میان سه درس اختصاصی ارائه شده،یک درس را انتخاب کند. او به چند طریق می تواند یک درس عمومی و یک درس اختصاصی خود را انتخاب کند؟ جواب:

$۲ \times ۳ = ۶$

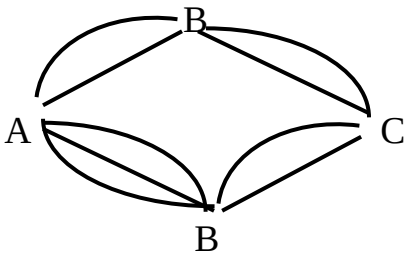
مثال: اگر A و B و C وd شهرهای مختلف باشند مشخص کنید به چند طریق می توان:

الف) از شهر A به شهر C از طریق شهر D سفر کرد؟

ب) از شهر A به شهر C از طریق شهر B سفر کرد؟

ج) از شهر A به شهر C سفر کرد؟

د) از شهر B به شهر D سفر کرد؟



جواب الف : $۳ \times ۲ = ۶$

جواب ب: $۲ \times ۲ = ۴$

جواب ج: یا از طریق B یا از طریق D $۲ \times ۲ + ۳ \times ۲ = ۴ + ۶ = ۱۰$

جواب د: یا از طریق C یا از طریق A $۲ \times ۲ + ۲ \times ۳ = ۴ + ۶ = ۱۰$

فاکتوریل

برای ضرب یک عدد طبیعی بزرگتر از یک ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچک تر از خودش از نماد فاکتوریل "!" استفاده می کنیم.

مثال: $۶! = ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$ و $۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$

قرادا: برای اعداد صفر و یک ، نماد فاکتوریل را به صورت $۱! = ۱$ و $۰! = ۱$ می نویسیم.

مثال: حاصل را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{۵!}{۳!} = \frac{۵\times۴\times۳!}{۳!} = ۲۰$$

$$\frac{۳!\times۵!\times۰!}{۷!\times۱!} = \frac{۳!\times۵!}{۷!} = \frac{۳!\times۵!}{۷\times۶\times۵!} = \frac{۳\times۲}{۷\times۶} = \frac{۱}{۷}$$

دانلود از وبسایت و اپلیکیشن پادرس

جایگشت

هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n شئ متمایز را یک جایگشت n تایی از آن n شئ می گویند.

تعداد جایگشت های n تایی از n شئ متمایز برابر است با $n!$

تعداد جایگشت های ۴ تایی از ۴ شئ متمایز برابر است با ۴!

مثال : با ارقام ۲ و ۷ و ۴ و ۵ و۶ چند عدد پنج رقمی (بدون تکرار ارقام)می توان نوشت؟ $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$

مثال: ارقام ۰ و ۱ و۲ و ۳و۴و۵ مفروض اند:با این ارقام:

الف) چند عدد پنج رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

نکته مهم: صفر نمی تواند در سمت چپ عدد قرار بگیرد. $۵ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۶۰۰$ عدد

ب) چند عدد پنج رقمی و فرد بدون تکرار ار قام می توان نوشت؟

نکته : عددی فرد است که رقم یکان ان فرد(۱یا ۳یا ۵یا ۷یا ۹) باشد. فرد(۱و۳و۵) $۴ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۳ = ۲۸۸$

ج)چند عدد پنج رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

روش اول: $۳۱۲ = ۲۸۸ - ۶۰۰$=تعداد ۵ رقمی های فرد - تعداد کل ۵ رقمی ها =تعداد ۵ رقمی های زوج

روش دوم: چون هم در ارقام صفر داریم و هم باید زوج باشد به دو حالت تبدیل می شود:

اگر رقم یکان صفر باشد. $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$ حالت

یا اگر رقم یکان ۲ یا ۴ باشد. $۴ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۱۹۲$

$۱۹۲ + ۱۲۰ =$ حالت ۳۱۲

د) چند عدد پنج رقمی و مضرب پنج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

نکته: مشابه زوج بودن دو حالت داریم یا رقم یکان صفر است یا رقم یکان ۵ است.

اگر رقم یکان صفر باشد. $۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$ حالت

اگر رقم یکان پنج باشد. $۴ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۹۶$ حالت

مجموع $= ۱۲۰ + ۹۶ =$ حالت ۲۱۶

مثال: با حروف کلمه "ولایت" و بدون تکرار حروف:(با معنی و بی معنی)

الف) چند کلمه پنج حرفی می توان نوشت؟ $۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ = ۱۲۰$

ب) چند کلمه سه حرفی می توان نوشت که به "ی" ختم شوند؟ $۱ \times ۳ \times ۴ = ۱۲$

ج) چند کلمه پنج حرفی می توان نوشت که با "و" شروع و به "ل" ختم شوند؟ $۱ \times ۱ \times ۲ \times ۳ \times ۱ = ۶$

تبدیل $p(n,r)$

تبدیل: انتخاب r شئ از بین n شئ،که در آن جابجایی اشیاء انتخاب شده اهمیت دارد.(مانند انتخاب عدد چند رقمی و کلمات چند حرفی) $p(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

مثال: تعداد اعداد ۴ رقمی را که با ارقام ۱ تا ۷ می توان نوشت به دست آورید؟

روش اول(تبدیل): $P(۷,۴) = \frac{۷!}{(۷-۴)!} = \frac{۷\times۶\times۵\times۴\times۳!}{۳!} = ۸۴۰$

روش دوم: (جایگشت) $۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ = ۸۴۰$

دانلود از وبسایت و اپلیکیشن پادرس

فصل اول درس اول	بسمه تعالی	پایه :دوازدهم انسانی

مثال: به چند طریق می توانیم سه کتاب را از بین ۵ کتاب متمایز ، انتخاب کنیم و در یک ردیف بچینیم؟

نکته: هرگاه در یک ردیف چیدن داشتیم از جایگشت استفاده می کنیم.

روش اول(تبدیل): $P(۵,۳) = \frac{۵!}{۲!} = \frac{۵\times۴\times۳\times۲!}{۲!} = ۶۰$

روش دوم(جایگشت): $۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$

ترکیب $c(n,r)$

ترکیب: انتخاب r شئ از بین n شئ که در آن جابجایی اشیای انتخاب شده، اهمیت ندارد.

هر گاه انتخاب زیر مجموعه یا تیم یا وتر یا مثلث و یا هدیه یا مهره یا میوه داشتیم از ترکیب استفاده می کنیم.

$$c(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\times r!}$$

مثال: تعداد زیر مجموعه های سه عضوی از بین اعداد ۲و۳و۴و۵و۶و۷ را به دست آورید.

$$C(۶,۳) = \binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳!\times۳!} = \frac{۶\times۵\times۴}{۳\times۲} = ۲۰$$

مثال به چند طریق می توانیم سه کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز انتخاب کنیم و به دوستمان هدیه بدهیم؟

$$\binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{۴!\times۳!} = \frac{۷\times۶\times۵}{۳\times۲} = ۳۵$$

مثال: روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

الف) با این ۱۲ نقطه ، چه تعداد مثلث می توان تشکیل داد؟ $\binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲!}{۹!\times۳!} = \frac{۱۲\times۱۱\times۱۰}{۳\times۲} = ۲۲۰$

ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟ $\binom{۱۲}{۲} = \frac{۱۲!}{۱۰!\times۲!} = \frac{۱۲\times۱۱}{۲} = ۶۶$

تهیه کننده : پورشمس

دانلود از وبسایت و اپلیکیشن پادرس