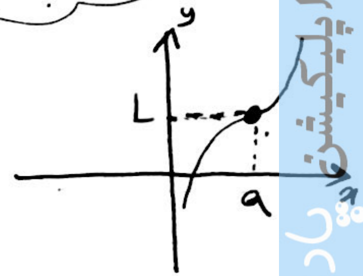
پیوستگی: برای اینکه یک تابع در نقطه $x=a$ پیوسته باشد باید
حد راست و حد چپ و مقدار خود تابع در نقطه a برابر باشد

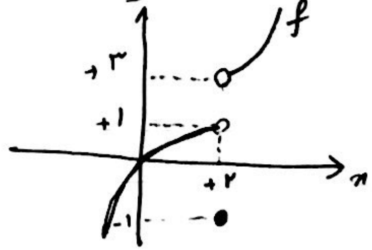
شرط پیوستگی $\Longrightarrow$ حد راست = حد چپ = مقدار تابع در نقطه a

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = f(a) = L$$



مثال: با توجه به نمودارهای زیر آیا تابع f پیوسته است؟

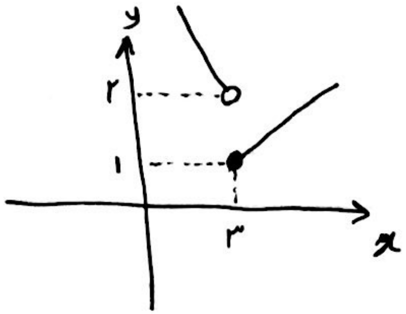
الف)



$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 3$ / $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 1$ / $f(2) = -1$

مقدار خود تابع $\neq$ حد چپ $\neq$ حد راست $\longrightarrow$ حد هم ندارد، پیوسته نیست

ب)



$\lim_{x\to 3^+} f(x) = 1$ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 2$ $f(3) = 1$

مقدار خود تابع $\neq$ حد چپ $\neq$ حد راست $\longrightarrow$ حد هم ندارد، پیوسته نیست

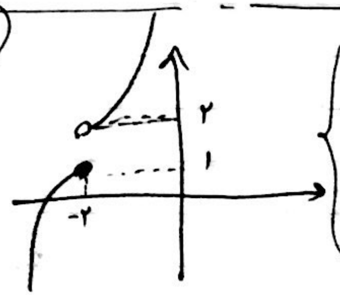
پیوستگی راست دارد

---

۱) اگر فقط مقدار حد راست با مقدار خود تابع برابر باشد، می‌گوییم تابع پیوستگی راست دارد.

۲) اگر فقط مقدار حد چپ 〃 〃 〃 〃 〃 پیوستگی چپ دارد.

ج)



$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 2$
$\lim_{x\to -2^-} f(x) = +1$
$f(-2) = 1$

مقدار تابع $\neq$ حد چپ $\neq$ حد راست
پیوستگی ندارد
حد هم ندارد

پیوستگی چپ دارد

تمرین: آیا تابع $f(x)=\begin{cases}1-x & ; x<2\\ x^2-5 & ; x\geq 2\end{cases}$ در $x=2$ پیوسته است؟

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x^2-5 = 2^2-5=4-5=-1$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} 1-x = 1-2=-1$$

$$f(2)=2^2-5=4-5=-1$$

چون $\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^-} f(x) = f(2)$ پس پیوسته می باشد.

تمرین: پیوستگی یا ناپیوستگی تابع زیر را در نقطه وارد شده تعیین کنید.

$$f(x)=\begin{cases}\sin\frac{\pi}{2}x & ; x>2\\ x^2-2x & ; x\leq 2\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \sin\frac{\pi}{2}x = \sin\frac{\pi}{\cancel{2}}\cancel{2} = 0$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} x^2-2x = 2^2-2(2)=4-4=0$$

$$f(2)=2^2-2(2)=4-4=0$$

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^-} f(x)=f(2)$ پیوسته است

تمرین: تابع $f(x)=\begin{cases}x^2+2a & ; x>-2\\ 4 & ; x=-2\\ 3x-2b & ; x<-2\end{cases}$ در $x=-2$ پیوسته باشد مقدار a و b را طوری بدست آورید

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^+} x^2+2a = (-2)^2+2a=\boxed{4+2a}$$

$$\lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^-} 3x-2b = 3(-2)-2b=\boxed{-6-2b}$$

$$f(-2)=4$$

چون پیوسته است: حد راست = حد چپ = $f(-2)$

$4+2a=4$
$2a=4-4$
$2a=0 \rightarrow \boxed{a=0}$

$-6-2b=4$
$-2b=4+6$
$-2b=10$
$b=\frac{10}{-2}=\boxed{-5}$

تمرین ①: مقدار a, b را چنان بیابید که تابع با ضابطه

$$f(x)=\begin{cases} bx+3 & x>-1 \\ 5 & x=-1 \\ \frac{2}{x}+a & x<-1 \end{cases}$$

در نقطه‌ی $x=-1$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} bx+3 = b(-1)+3 = \boxed{-b+3}$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} \frac{2}{x}+a = \frac{2}{-1}+a = \boxed{-2+a}$$

$$f(-1)=\boxed{5}$$

پیوسته است $f(-1)=$ حد چپ $=$ حد راست

$-b+3=5$

$-b=5-3$

$-b=+2$

$\boxed{b=-2}$

$-2+a=5$

$a=5+2=\boxed{7}$

تمرین ②: پیوستگی تابع

$$f(x)=\begin{cases} -|2x+1| & x>3 \\ 7 & x=3 \\ -x^2+x-1 & x<3 \end{cases}$$

را در نقطه‌ی $x=3$ بررسی کنید.

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} -|2x+1| = -|2(3)+1| = -|6+1| = \boxed{-7}$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} -x^2+x-1 = -(3)^2+3-1 = -9+3-1 = \boxed{-7}$$

$$f(3)=\boxed{7}$$

حد راست $\neq f(3)$
حد چپ $\neq f(3)$ $\Longrightarrow$ در $x=3$ پیوسته نیست

در $x=3$ حد دارد $\Longleftarrow$ حد چپ $=$ حد راست

$(-x)^2=+x^2$ $\quad -x^2=-x^2$ | $(-3)^2=+9$, $-(3)^2=-9$

تمرین ③: مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & ; x>2 \\ 3 & ; x=2 \\ \sqrt{x+2}+b & ; x<2 \end{cases}$$

در نقطه $x=2$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} ax+b = \boxed{2a+b}$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \sqrt{x+2}+b = \sqrt{2+2}+b = \boxed{2+b}$$

$$f(2)=\boxed{3}$$

در $x=2$ پیوسته است $f(2)=$ حد چپ $=$ حد راست

$2+b=3 \to \boxed{b=1}$

$2a+b=3$ $\quad \boxed{b=1}$

$2a+1=3$

$2a=2 \to \boxed{a=1}$

تمرین ④: پیوستگی تابع

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & x<2 \\ 5 & x=2 \\ x^2+1 & x>2 \end{cases}$$

را در نقطه‌ی $x=2$ بررسی کنید

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x^2+1 = 2^2+1 = \boxed{5}$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} 2x+1 = 2(2)+1 = 4+1 = \boxed{5}$$

$$f(2)=\boxed{5}$$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = f(2)$ تابع در $x=2$ پیوسته است

تمرین ۵: مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-3 & x<-1 \\ 2x+1 & x=-1 \\ 5+bx & x>-1 \end{cases}$$

در نقطه $x=-1$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} 5+bx = \boxed{5-b}$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} ax^2-3 = a(-1)^2-3 = \boxed{a-3}$$

$$f(-1) = 2(-1)+1 = -2+1 = \boxed{-1}$$

$f(-1)$ = حد چپ = حد راست

$5-b=-1$
$-b=-1-5$
$-b=-6$
$\boxed{b=6}$

$a-3=-1$
$a=-1+3=\boxed{+2}$

تمرین ۶: مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع

$$f(x)=\begin{cases} 2x+b & x>3 \\ 12 & x=3 \\ 2x^3+ax & x<2 \end{cases}$$

در $x=3$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} 2x+b = 2(3)+b = \boxed{6+b}$$

$$\boxed{f(3)=12}$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} 2x^3+ax = 2(3)^2+a(3) = 2(9)+3a = \boxed{18+3a}$$

$f(3)$ = حد چپ = حد راست

$6+b=12$
$b=12-6=\boxed{6}$

$18+3a=12$
$3a=-18+12$
$3a=-6$
$\boxed{a=-2}$

تمرین ۷: پیوستگی تابع با ضابطه‌ای

$$f(x)=\begin{cases} x^3+8 & x>2 \\ \sin\frac{\pi}{2}x & x=2 \\ x^2-2x & x<2 \end{cases}$$

را در نقطه $x=2$ بررسی نمایید.

$$\lim_{x\to 2^+} x^3+8 = 2^3+8 = 8+8 = \boxed{16}$$

$$\lim_{x\to 2^-} x^2-2x = (2^2)-2(2) = 4-4 = \boxed{0}$$

$$f(2) = \sin\frac{\pi}{2}(2) = \sin\pi = \boxed{0}$$

$f(2) \neq$ حد چپ $\neq$ حد راست

~~تابع پیوستگی~~ تابع در $x=2$ پیوستگی ندارد.

$f(2)$ = حد چپ

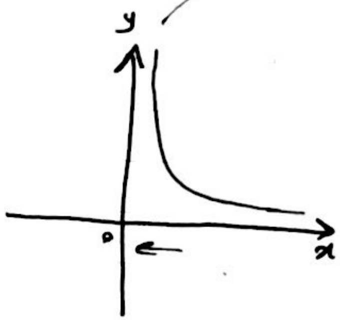
پیوستگی چپ دارد

تمرین ۸: پیوستگی تابع ضابطه

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+1 & x>2 \\ -3 & x=2 \\ 1-x^2 & x<2 \end{cases}$$

را در نقطه $x=2$ بررسی ک

تعمیم حد ۰



$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=\frac{1}{0^+}=\boxed{+\infty}$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x}=\frac{1}{+\infty}=\boxed{0}$$

نکات کلیدی: $\text{عدد}\times\infty=\infty$

$(+a)(+\infty)=+\infty$ $8(+\infty)=+\infty$

$(-a)(+\infty)=-\infty$ $-8(\infty)=-\infty$

$(-a)(-\infty)=+\infty$ $-8(-\infty)=+\infty$

$(+a)(-\infty)=-\infty$ $+8(-\infty)=-\infty$

$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+}=+\infty$ $\frac{\text{عدد منفی}}{0^+}=-\infty$

$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-}=+\infty$ $\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-}=-\infty$

$\frac{\text{عدد}}{0}=\infty$

$\frac{\text{عدد مثبت}}{\infty}=0$

$\frac{\text{عدد منفی}}{\infty}=0$

$\frac{\text{عدد}}{\infty}=0$

$(+\infty)^{\text{زوج}}=+\infty \longrightarrow (+\infty)^4=+\infty$

$(-\infty)^{\text{زوج}}=+\infty \longrightarrow (-\infty)^4=+\infty$

$(+\infty)^{\text{فرد}}=+\infty \longrightarrow (+\infty)^{\text{فرد}}=+\infty$

$(-\infty)^{\text{فرد}}=-\infty \longrightarrow (-\infty)^3=-\infty$

حالت مبهم $\frac{\infty}{\infty}$: «اگر حاصل حد آن ۰ یا عدد یا ∞ شود، درست است!!
اگر $\frac{\infty}{\infty}$ یا $\frac{0}{0}$ شود مبهم است!!»

این حالت در صورتی در کسرها اتفاق می‌افتد که $x\to\infty$ میل کند

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2x}{x-1}=\frac{\infty^2-2(\infty)}{\infty-1}=\frac{\infty}{\infty}\ \text{مبهم}$$

نحوه‌ی رفع ابهام $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$:

بزرگترین درجه صورت بر بزرگترین درجه مخرج تقسیم می‌شود

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^n+bx^{n-1}+\dots}{a_1x^n+b_1x^{n-1}+\dots}=\frac{ax^n}{a_1x^n}=\boxed{\frac{a}{a_1}}$$

$$\boxed{2 = 2\times x^{0} = 2}$$

دراینجا به سه حالت می‌پردازیم:

۱- چنانچه درجه صورت از مخرج بزرگتر باشد ← حد ∞ می‌شود

۲- اگر درجه مخرج از صورت بزرگتر بود ← حد صفر می‌شود

۳- اگر درجه صورت و مخرج برابر باشد ← حد $\overset{\text{عدد}}{\dfrac{a}{a_1}}$ می‌شود

مثال: حد توابع زیر را بدست آورید.

حالت سوم

الف) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2-2x+5}{2x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3\cancel{x^2}}{2\cancel{x^2}} = \dfrac{3}{2}$

حالت اول

ب) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x = \boxed{\infty}$

حالت دوم

پ) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x+3}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\infty} = \boxed{0}$

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\qquad (a^n)^m = a^{n\times m}$

الف) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x+2x^2+1}{2+x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} = \lim\limits_{x\to-\infty} 2x = 2(-\infty) = \boxed{-\infty}$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3x-2}{5x^2+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3x}{5x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3}{5x} = \dfrac{-3}{5(+\infty)} = \boxed{0}$

نهایی ۹۳

ج) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(x^2-3)(2-x^3)}{(x^2-2)^2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(x^2)(-x^3)}{(x^2)^2}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x^5}{x^4} = \lim\limits_{x\to-\infty} -x = -(-\infty) = \boxed{+\infty}$

د) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(x^3+1)(2x^2+1)}{x+4x^5+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(x^3)(2x^2)}{4x^5}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2\cancel{x^5}}{4\cancel{x^5}} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

ع) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(2-6x)(x^2+4)}{2x^4+8x-2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-6x)(x^2)}{2x^4}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-6x^3}{2x^4} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-3}{x} = \frac{-3}{+\infty} = \boxed{0}$

غ) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-5x^4+3x^2-1}{x(x-2)} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-5x^4}{(x)(x)} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-5x^4}{x^2}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} -5x^2 = \boxed{-\infty}$

د) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-5x^4+3x-7}{(x^3+1)(2x+7)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-5x^4}{(x^3)(2x)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-5\cancel{x^4}}{2\cancel{x^4}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-5}{2} = \boxed{\frac{-5}{2}}$

ذ) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^2-3)(2-x^3)}{(x^2-2)^2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^2)(-x^3)}{(x^2)^2}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-x^5}{x^4} = \lim\limits_{x\to-\infty} -x = -(-\infty) = \boxed{+\infty}$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^2-5)(x^2+5)}{x^3+2x^5-7} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^2)(x^2)}{2x^5}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\cancel{x^4}}{2\cancel{x^5}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{2x} = \boxed{0}$

س) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^3+1)(2x^2+1)}{x+4x^5+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^3)(2x^2)}{4x^5} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2\cancel{x^5}}{4\cancel{x^5}}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ص) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^2-1)^2}{x-x^3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(x^2)^2}{-x^3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^4}{-x^3}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} -x = -(-\infty) = \boxed{+\infty}$

ف) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(2-3x)(1+5x)}{3x^2+2x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-3x)(5x)}{3x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(-3x)(5x)}{3x^2}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-15x^2}{3x^2} = \boxed{-5}$

ک) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(2x-1)(x+3)}{1-x+x^2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(2x)(x)}{+x^2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = \boxed{2}$

تمرین کتاب درسی (۱۲۰) مهم برای تست

۶) فرض کنید $f(x)=\frac{3x^m+1}{x^2+x+1}$ ، m را چنان بیابید که:

الف) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^m+1}{x^2+x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^m}{x^2}=3 \leadsto \boxed{m=2}$$

ب) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^m+1}{x^2+x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^m}{x^2}=0 \leadsto \boxed{m<2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3\cancel{x^2}}{\cancel{x^3}}=\frac{3}{x}=0$$

پ) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^m+1}{x^2+x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^m}{x^2}=+\infty \leadsto \boxed{m>2}$$

$m<2$ ($m=1$) $\to 0$ ؛ $m=2$ مرز $\to 3$ ؛ $m>2$ ($m=3$) $\to +\infty$

۲۳۴ ، ۴) اگر $\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^n+2x^2+1}{ax^3+2}=2$ ، مقدار n و a را به دست آورید.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^n}{ax^3}=2 \Longrightarrow \begin{cases}\boxed{n=3}\\ \boxed{a=2}\end{cases}$$

$$\frac{4}{a}=2 \longrightarrow a=\frac{4}{2}=2$$

$x \longrightarrow 6^+ \xrightarrow{\text{مثلاً}} x = 6.1$

$x \longrightarrow 6^- \xrightarrow{\text{مثلاً}} x = 5.9$

$$\boxed{\frac{\text{عدد}}{0^+} = +\infty \ \Big/ \ \frac{\text{عدد}}{0^-} = -\infty}$$

سوال امتحانی:

حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to 7^+} \dfrac{-6x}{7-x} = \dfrac{-6(7)}{7-7^+} = \dfrac{-42}{0^-} = \boxed{+\infty}$

ب) $\lim\limits_{x \to 5^-} \dfrac{x}{\underbrace{x-5}_{4.9}} = \dfrac{+5}{0^-} = \boxed{-\infty}$

پ) $\lim\limits_{x \to 5^-} \dfrac{2x+3}{(\underbrace{x}_{4.9}-5)^3} = \dfrac{2(5)+3}{(0^-)^3} = \dfrac{13}{0^-} = \boxed{-\infty}$

ت) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{-2x}{(x-1)^2} = \dfrac{-2(1)}{(1-1)^2} = \dfrac{-2}{0^2} = \dfrac{-2}{0^+} = \boxed{-\infty}$

د) $\lim\limits_{x \to 4^+} \dfrac{2x-1}{4-x} =$

ث) $\lim\limits_{x \to 4^-} \dfrac{-3x}{(x-4)^2} = \dfrac{-3(4)}{(4-4)^2} = \dfrac{-12}{(0^-)^2} = \dfrac{-12}{0^+} = \boxed{-\infty}$

$x \longrightarrow 4^- \to 3.9$

ج) $\lim \dfrac{-1}{2x-1} = \dfrac{-1}{2(\frac{1}{2})-1} = \dfrac{-1}{0^-} = \boxed{+\infty}$

$x \longrightarrow (\frac{1}{2})^- \to +0.4$

چ) $\lim\limits_{x \to 7^-} \dfrac{-x+13}{(x-7)^2} =$

ح) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x+5}{(x-3)^2} =$

خ) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{x^2+1}{(3-x)^2} =$

نقاط ناپیوسته در تابع :

تابع در نقطه‌ای که جزء دامنه‌اش نباشد ناپیوسته است. (چون در آن نقطه تعریف نشده لذا پیوستگی ندارد)

تابع خطی ⟵ دامنه $= \mathbb{R}$

تابع کسری ⟵ دامنه $= \mathbb{R} - \{$ریشه مخرج$\}$

توابع مثلثاتی:
$$\begin{cases} \sin u \to u \\ \cos u \to u \\ \tan u \to u \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cot u \to u \neq k\pi \end{cases}$$

دامنه تابع = فاصله پیوستگی

(۱) فاصله پیوستگی تابع $f(x) = \frac{\cos x}{x+1}$ را تعیین کنید. ۹۵

ریشه مخرج ⟵ $x+1=0 \longrightarrow \boxed{x=-1}$

فاصله پیوستگی $= \mathbb{R} - \{-1\}$

---

(۲) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 5x + \cos x$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟ دی ماه ۹۴

$\boxed{\text{فاصله پیوستگی} = \mathbb{R}}$

172

(۳) فاصله پیوستگی تابع $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 + 1}$ را تعیین کنید. شهریور ۹۶

$x^2 + 1 = 0 \longrightarrow x^2 \neq -1$

$\boxed{\text{فاصله پیوستگی} = \mathbb{R}}$

(۴) فاصله پیوستگی تابع $f(x) = \frac{-2x}{2x^2 + 1}$ را تعیین کنید. خرداد ۹۶

$2x^2 + 1 = 0 \longrightarrow 2x^2 \neq -1$

$\boxed{\text{فاصله پیوستگی} = \mathbb{R}}$

(۵) نقاط پیوستگی تابع $f(x) = \tan \pi x$ را تعیین کنید.

$\pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \leadsto x \neq \frac{k\pi}{\pi} + \frac{\frac{\pi}{2}}{\pi}$

$x \neq k + \frac{1}{2}$

نقاط پیوستگی $= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k + \frac{1}{2} , k \in \mathbb{Z}\}$

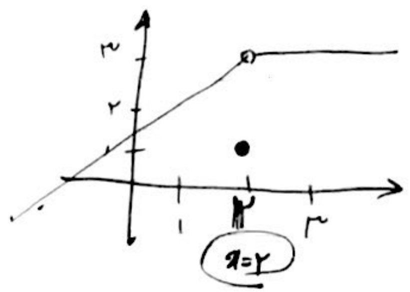
173

۶) تابع با ضابطه $f(x)=\frac{2\sin x-1}{x+1}$ در چه فاصله پیوسته است؟

$x+1=0 \longrightarrow \boxed{x=-1}$

فاصله پیوستگی $= R-\{-1\}$

۷) با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل، فاصله پیوستگی تابع f را مشخص کنید.



$$\begin{cases} \lim_{x\to 2^+} f(x) = 3 \\ \lim_{x\to 2^-} f(x) = 3 \\ f(2)=1 \end{cases}$$

تابع در $x=2$ ناپیوسته است (چون قوه‌ای است)

فاصله پیوستگی: $R-\{2\}$

۸) تابع با ضابطه $f(x)=\frac{\sin x}{1+x^2}$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟

۹) تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{1}{x}-\cos x$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟

174

۱۰) تابع با ضابطه $f(x)=\tan 2x$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟

۱۱) تابع با ضابطه $f(x)=\frac{\sin 2x}{9x-x^3}$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟

$9x-x^3=0 \longrightarrow x(9-x^2)=0 \to x=0,\ 9-x^2=0$

۱۲) تابع با ضابطه $y=\left|\frac{\cos x}{x^2+4}\right|$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟