جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه تهران

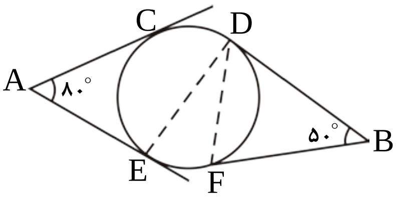
محل مهر یا امضاء مدیر
سؤال

ش صندلی :	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹
نام و نام‌خانوادگی:	نام پدر: پایه: یازدهم	رشته: ریاضی
سؤال امتحان درس: هندسه ۲	نام دبیر:	سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح
وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۲۴ / ۰۳/ ۱۳۹۹
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

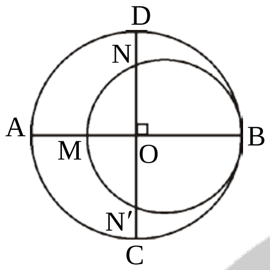
بارم

۱- در شکل مقابل اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد آن‌گاه مقدار زاویه‌ی $E\widehat{D}F$ را به‌دست آورید. ۱



۲- با استفاده از دستور محاسبه‌ی طول مماس مشترک خارجی، نشان دهید طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی مماس خارج به شعاع‌های R و R' برابر است با $۲\sqrt{RR'}$. ۱

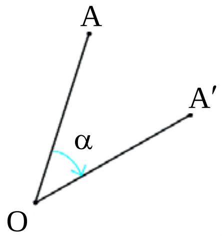
۳- در شکل مقابل دو دایره برهم مماس و دو قطر AB و CD از دایره‌ی بزرگ برهم عمودند. اگر $AM=۱۶$ و $ND=۱۰$ باشد، شعاع‌های دو دایره را به‌دست آورید. ۱/۵



۴- ثابت کنید هر nضلعی منتظم محاطی است. ۱/۵

۵- ثابت کنید بازتاب یک تبدیل طولپا است (سؤال را برای حالتی حل کنید که پاره‌خط داده شده با خط بازتاب موازی باشد.) ۱/۲۵

۶- در شکل مقابل نقطه‌ی A' دوران‌یافته‌ی نقطه‌ی A در دوران به مرکز O و زاویه‌ی α است. ثابت کنید عمودمنصف AA' از نقطه‌ی O می‌گذرد. ۰/۷۵

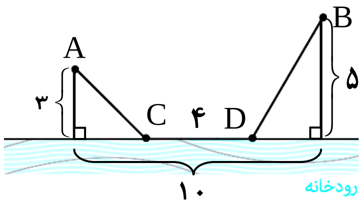


۷- دایره‌ی $C(O,R)$ و نقطه‌ی M خارج این دایره مفروض‌اند. مجانس این دایره نسبت به نقطه‌ی M را در هر حالت رسم کنید.

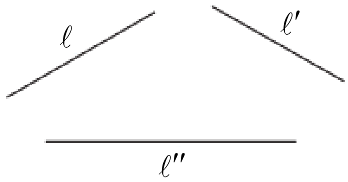
الف) $k=\frac{۱}{۲}$ ۰/۷۵

ب) $k=-۲$ ۰/۷۵

۸- دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه قرار گرفته‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به‌طوری‌که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. با توجه به اندازه‌های مشخص شده طول کوتاه‌ترین مسیر $ACDB$ را بیابید. ۱/۷۵



۹- سه خط دوبه‌دو ناموازی ℓ و ℓ' و ℓ'' در صفحه مفروض‌اند.
پاره‌خطی به طول ۵ سانتی‌متر رسم کنید که دو سر آن روی ℓ و ℓ' و موازی ℓ'' باشد. — ۱/۷۵



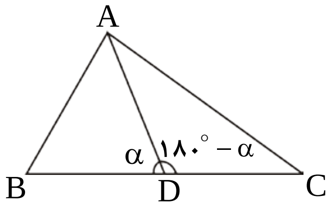
۱۰- در مثلث ABC داریم $AB = ۱۰$ ، $AC = ۶$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$

الف) طول ضلع BC را به‌دست آورید. — ۱

ب) شعاع دایره‌ی محیطی مثلث را به‌دست آورید. — ۰/۷۵

پ) طول نیمساز داخلی A را به‌دست آورید. — ۱

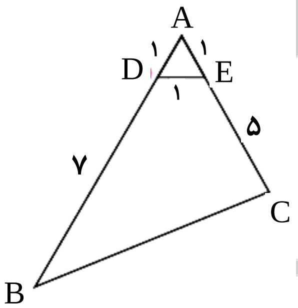
۱۱- در مثلث ABC ، نقطه‌ی دلخواه D روی ضلع BC مفروض است. به کمک قضیه‌ی کسینوس‌ها در دو مثلث ADB و ADC درستی تساوی زیر را ثابت کنید: — ۱/۵



$$AB^۲.DC + AC^۲.DB = AD^۲.BC + DB.DC.BC$$

۱۲- در مثلث ABC ، ضلع $AC = ۶$ و میانه‌ی $BM = ۵$ است. نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در نقاط P و Q قطع می‌کنند. طول پاره‌خط PQ را به‌دست آورید. — ۱/۵

۱۳- در شکل مقابل مساحت چهارضلعی $DECB$ را بیابید. — ۱



۱۴- در مثلث ABC به اضلاع ۱۳، ۱۴و ۱۵ سانتی‌متر نقطه‌ای داخل مثلث که از اضلاع به طول‌های ۱۳و ۱۴ سانتی‌متر به فاصله‌ی ۲ و ۳ سانتی‌متر است از ضلع بزرگ‌تر چه فاصله‌ای دارد؟ — ۱/۲۵

محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمایی تصحیح (ویژه دبیران)

جمهوری اسلامی ایران

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

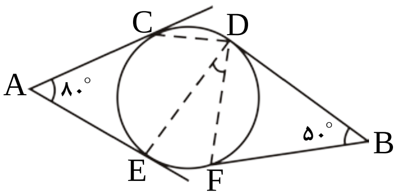
اداره آموزش و پرورش منطقه ....

راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح
نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۳ / ۲۴
رشته: ریاضی	سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸	تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه

بارم

۱- $\overset{۸۰^\circ}{\cancel{\hat{A}}} = \dfrac{\overset{۶۰^\circ}{\cancel{\overset{\frown}{CD}}} + \overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{FE} - \overset{\frown}{CE}}{۲} \rightarrow$

$۵۰^\circ\ \cancel{\hat{B}} = \dfrac{\overset{۶۰^\circ}{\cancel{\overset{\frown}{CD}}} + \overset{\frown}{CE} + \overset{\frown}{EF} - \overset{\frown}{DF}}{۲} \rightarrow$



$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{FE} - \overset{\frown}{CE} = ۱۰۰^\circ \\ \overset{\frown}{CE} + \overset{\frown}{EF} - \overset{\frown}{DF} = ۴۰^\circ\end{array}\right\} ۲\overset{\frown}{FE} = ۱۴۰^\circ \rightarrow \overset{\frown}{FE} = ۷۰^\circ \rightarrow E\hat{D}F = ۳۵^\circ$ ۱

۲- می‌دانیم اگر دو دایره به شعاع‌های R و R' مماس خارج باشند آن‌گاه طول خط المرکزین دو دایره برابر است با $R+R'$

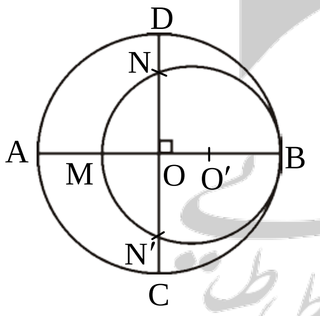
$\left.\begin{array}{l}\text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره} = \sqrt{OO'^{۲} - (R-R')^{۲}} \\ OO' = R+R'\end{array}\right\}$ طول مماس مشترک خارجی دو دایره $= \sqrt{(R+R')^{۲} - (R-R')^{۲}}$ ۱

$= \sqrt{۴RR'} = ۲\sqrt{RR'}$

۳- شعاع دایره‌ی بزرگ را برابر با R و شعاع دایره‌ی کوچک را برابر با R' در نظر می‌گیریم.

$DN = ۱۰ \rightarrow ON = R - ۱۰$

$AM = ۱۶ \rightarrow OM = R - ۱۶$



می‌دانیم قطر عمود بر هر وتر در یک دایره آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر

را نصف می‌کند بنابراین می‌توان نوشت: $ON = ON'$

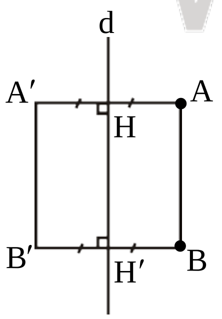
$OM \times OB = ON \times ON' \rightarrow (R-۱۶)R = (R-۱۰)(R-۱۰)$

$\rightarrow R^{۲} - ۱۶R = R^{۲} - ۲۰R + ۱۰۰ \rightarrow ۴R = ۱۰۰ \rightarrow R = ۲۵ \rightarrow AB = ۵۰$ ۱/۵

$\left.\begin{array}{l}AB = ۵۰ \\ AM = ۱۶\end{array}\right\} BM = ۵۰ - ۱۶ = ۳۴ \rightarrow R' = ۱۷$

۴- فعالیت صفحه‌ی ۲۹ کتاب درسی ۱/۵

۵-

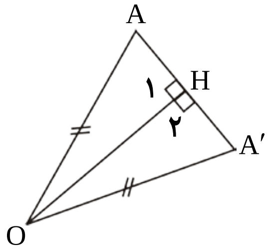


$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{بازتاب نسبت به خط } d \rightarrow AH = A'H \\ \text{بازتاب نسبت به خط } d \rightarrow BH' = B'H' \\ AB \parallel d \rightarrow AH = BH'\end{array}\right\} AA' = BB' \\ \left.\begin{array}{l}AA' \perp d \\ BB' \perp d\end{array}\right\} AA' \parallel BB'\end{array}\right\}$ متوازی الاضلاع است $ABB'A'$ ۱/۲۵

$\rightarrow AB = A'B'$

بارم

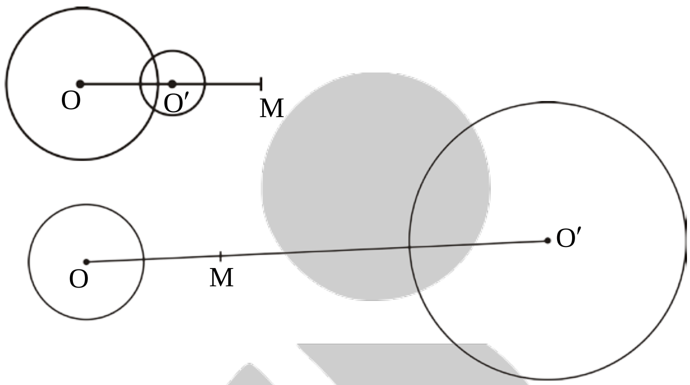
۶-



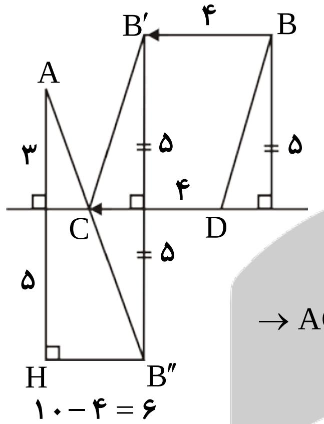
۰/۷۵
$$\left.\begin{array}{l} OA = OA' \\ OH = OH \\ \hat{H}_۱ = \hat{H}_۲ = ۹۰^\circ \end{array}\right\} O\overset{\Delta}{A}H \cong O\overset{\Delta}{A'}H \rightarrow AH = A'H$$
وتر یک ضلع

۰/۷۵
۷- الف) $\dfrac{MO'}{MO} = \dfrac{۱}{۲}, R' = \dfrac{R}{۲}$

۰/۷۵
ب) $\dfrac{MO'}{MO} = ۲, R' = ۲R$

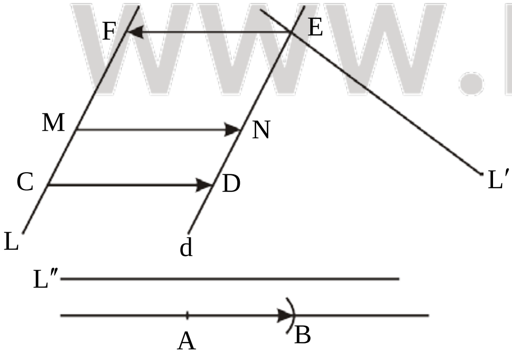


۸- برای حل سؤال ابتدا نقطه‌ی B را با بردار DC انتقال می‌دهیم و نقطه‌ی حاصل را B' می‌نامیم. می‌توان نوشت:



۱/۷۵
$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow CB' = DB$$
$$\text{طول مسیر } ACDB = AC + CD + DB = AC + ۴ + CB'$$
$$\text{کم‌ترین طول مسیر } ACDB = \min(AC + CB') + ۴$$
$$AC + CB' = AC + CB'' \geq AB'' \rightarrow \min(AC + CB') = AB''$$
$$(AB'')^۲ = AH^۲ + HB''^۲ \rightarrow AB''^۲ = ۸^۲ + ۶^۲ \rightarrow AB'' = ۱۰$$
$$\rightarrow \text{کم‌ترین طول مسیر } ACDB = ۱۰ + ۴ = ۱۴$$

۱/۷۵
۹- برای حل سؤال ابتدا بردار AB را به طول ۵ سانتی‌متر موازی با خط L'' رسم می‌کنیم. حال خط L را با بردار $\overrightarrow{AB}$ انتقال می‌دهیم و خط حاصل را d می‌نامیم. (برای این منظور فقط کافی است از دو نقطه‌ی دلخواه و متمایز از خط L دو بردار مساوی با بردار $\overrightarrow{AB}$ رسم کنیم و نقاط انتهایی بردارها را به هم وصل کنیم.) از آن‌جا که انتقال شیب خط را حفظ می‌کند می‌توان گفت دو خط d و L موازیند و با توجه به آن‌که دو خط L و L' غیر موازیند می‌توان گفت دو خط d و L' نیز غیرموازیند. محل برخورد این دو خط را E می‌نامیم. نقطه‌ی E را با بردار $\overrightarrow{BA}$ انتقال می‌دهیم و نقطه‌ی حاصل را F می‌نامیم. دقت کنید چون خط d انتقال یافته‌ی خط L با بردار $\overrightarrow{AB}$ است بنابراین خط L انتقال یافته‌ی خط d با بردار $\overrightarrow{BA}$ محسوب می‌شود. پس نقطه‌ی F روی خط L است. همچنین چون $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BA}$ است بنابراین طول پاره‌خط EF ۵ سانتی‌متر است و موازی با خط L'' خواهد بود در نتیجه EF همان پاره‌خط مطلوب است.



محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمایی تصحیح (ویژه دبیران)

جمهوری اسلامی ایران

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره آموزش و پرورش منطقه ....

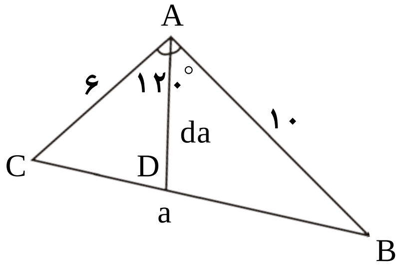
راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲ — نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی — ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح

نوبت امتحانی: خردادماه ۱۳۹۹ — پایه: یازدهم — تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۳ / ۲۴

رشته: ریاضی — سال تحصیلی: ۱۳۹۹ - ۱۳۹۸ — تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه

بارم

۱۰- الف) ۱



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB\times AC\times \cos\hat{A}$$

$$\to a^2 = 100 + 36 - 2\times 10\times 6\times \underbrace{\cancel{\cos 120^\circ}}_{-\frac{1}{2}} \to a^2 = 196$$

$$\to a = 14$$

ب) ۰/۷۵

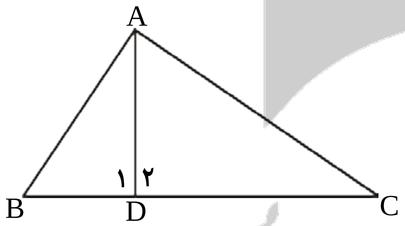
$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = 2R \to \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \to R = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

پ) ۱

$$AD = \frac{2AB\times AC}{AB+AC}\cos\frac{\hat{A}}{2}$$

$$\to d_a = \frac{2\times 10\times 6}{10+6}\times \underbrace{\cancel{\cos 60^\circ}}_{\frac{1}{2}} = \frac{60}{16} = 3/75$$

۱۱- ۱/۵



$$A\overset{\Delta}{B}D: AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD.BD.\cos\hat{D}_1 \quad *_1$$

$$A\overset{\Delta}{C}D: AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD.CD.\cos\hat{D}_2 \quad *_2$$

$$*_1 \to CD.AB^2 = CD.AD^2 + CD.BD^2 - 2AD.CD.BD.\cos\hat{D}_1$$

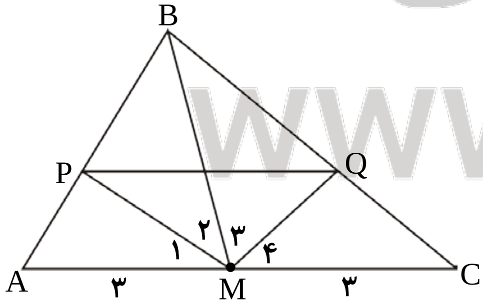
$$*_2 \to BD.AC^2 = BD.AD^2 + BD.CD^2 - 2AD.BD.CD.\cos\hat{D}_2 \quad \star_1$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \to \cos\hat{D}_1 = -\cos\hat{D}_2 \quad \star_2$$

$$\to CD.AB^2 + BD.AC^2 = AD^2.CD + AD^2.BD + BD^2.CD + CD^2.BD$$

$\star_1$ و $\star_2$ $$\to CD.AB^2 + BD.AC^2 = AD^2\,(\underbrace{\cancel{CD+BD}}_{BC}) + BD.CD\,(\underbrace{\cancel{BD+CD}}_{BC})$$

۱۲- ۱/۵



نیم‌ساز $MP \to \frac{BP}{PA} = \frac{BM}{MA}$

نیم‌ساز $MQ \to \frac{BQ}{QC} = \frac{BM}{MC}$

میانه $BM \to MA = MC$

$$\Rightarrow \frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} \to PQ \parallel AC$$

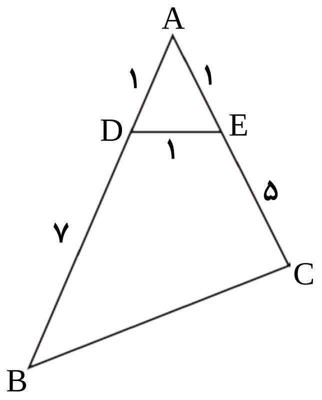
نیم‌ساز $MP \to \frac{BP}{PA} = \frac{BM}{MA} \to \frac{BP}{PA} = \frac{5}{3} \to \frac{BP}{BA} = \frac{5}{8}$

$PQ \parallel AC \to \frac{BP}{BA} = \frac{PQ}{AC}$

$$\Rightarrow \frac{PQ}{\cancel{AC}} = \frac{5}{8} \to PQ = \frac{30}{8} = 3/75$$

بارم

۱۳-



$AD = AE = DE \rightarrow \hat{A} = ۶۰^\circ$

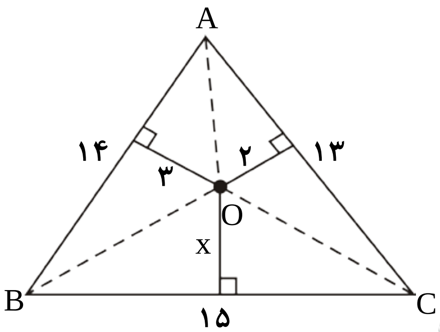
$S_{BDEC} = S_{\overset{\Delta}{ABC}} - S_{\overset{\Delta}{ADE}}$

$\rightarrow S_{BDEC} = \frac{۱}{۲} AB \times AC \times \sin \hat{A} - \frac{۱}{۲} AD \times AE \times \sin \hat{A}$

$\rightarrow S_{BDEC} = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۱ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۲\sqrt{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۱

۱۴-



$۲P_{\overset{\Delta}{ABC}} = AB + AC + BC$

$\rightarrow ۲P_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۱۴ + ۱۳ + ۱۵ = ۴۲ \rightarrow P_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۲۱$

$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \rightarrow$

$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \sqrt{۲۱ \times (۲۱-۱۵) \times (۲۱-۱۳) \times (۲۱-۱۴)} = \sqrt{۲۱ \times ۶ \times ۸ \times ۷} = ۸۴$

$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{\overset{\Delta}{AOB}} + S_{\overset{\Delta}{AOC}} + S_{\overset{\Delta}{BOC}} \rightarrow ۸۴ = \frac{۳ \times ۱۴}{۲} + \frac{۲ \times ۱۳}{۲} + \frac{x \times ۱۵}{۲} \rightarrow ۱۰۰ = ۱۵x$

$\rightarrow x = \frac{۲۰}{۳}$

۱/۲۵