

* معادله و تابع درجه ۲

- یادآوری:

در سوال قبل با معادله درجه ۲ آشنا شدیم: $ax^2 + bx + c = 0$ و $a \neq 0$

در این معادله عبارتاً متشکل داریم به آن Δ (دلتا) : $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$ ← معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز دارد

$\Delta = 0$ ← معادله ۱ ریشه مضاعف دارد

$\Delta < 0$ ← معادله ریشه حقیقی ندارد

یا توجه به مقدار علامت Δ ، جواب‌ها معادله درجه ۲، به سه دسته تقسیم شدند:

۱ در حالت $\Delta > 0$ ، جواب‌ها معادله از رابطه مقابل به دست می‌آید:

شود

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

در حالت $\Delta = 0$ ؛ مقدار ریشه مضاعف می‌شود

مثال: معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $3x^2 = 5x - 2$

ب) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

پ) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

مثال: اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $ax^2 - mx - 7 = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

؟؟ نکته: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ اگر a و c هم علامت نباشند، آنگاه معادله حتماً ریشه حقیقی دارد. (چرا؟)

- مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله درجه ۲:

اگر α_1 و α_2 ریشه های معادله درجه ۲ باشند و مجموع ریشه ها را با S و حاصل ضرب ریشه ها را با P نشان دهیم، داریم:

$$S = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} =$$

$$P = \alpha_1 \cdot \alpha_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \times \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) =$$

مثال: در معادله $2x^2 + x + 5 = 0$ بیرون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه ها را بیابید.

مثال: اگر $x^2 - 7 = 0$ ریشه های معادله $4x^2 - mx - 7 = 0$ باشد، ریشه دلتا و مقدار m را به کمک S و P بیابید.

مثال: اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + 4x - 3 = 0$ باشند، حاصل عبارات های زیر را بدست آورید.

الف) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 =$

ج) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} =$

د) $\alpha - \beta =$



مثال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن ۲ و ۳- باشد.

؟؟ نکته: آنگاه α و β ریشه‌های یک معادله درجه ۲ باشند و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ یا سده آنگاه برای شکل این معادله خواصم داست: $(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$

مثال: معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشند.

مثال: دو عدد حقیقی بیابید که مجموع آنها ۱۰۵- و حاصل ضربشان ۷- باشد.

مثال: محیط یک مثلث ۳۳ و مساحت آن ۴۵ است. طول و عرض مثلث را بیابید.