بسم الله الرحمن الرحیم

ریاضی (۳)

رشتهٔ علوم تجربی

پایهٔ دوازدهم

دورهٔ دوم متوسطه

شامل:

نمونه سوال و درسنامه مختصر

تهیه و تنظیم:

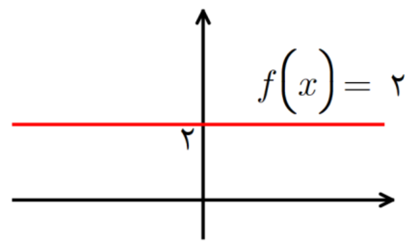
فاطمه سرابی

توابع چند جمله ای

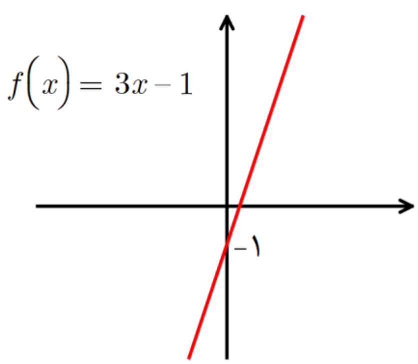
هر تابع به صورت $f(x)=a_n x^n + a_{n-۱}x^{n-۱}+\dots+a_۱x^۱+a_۰$ را که در آن ضرایب اعداد حقیقی و n یک عدد صحیح نامنفی باشد را یک **چند جمله ای** میگوییم. اگر $a_n \neq ۰$ باشد چند جمله ای را درجه n می گوییم.

تابع هایی که تا به حال با آنها آشنا شده ایم:

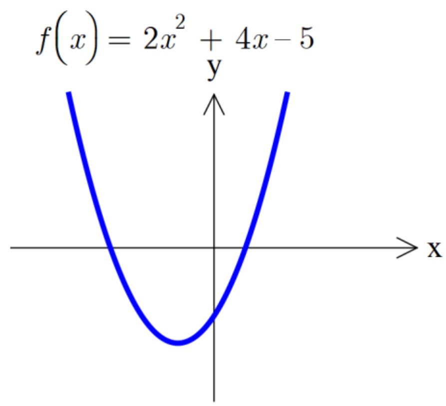
۱- درجه صفر (تابع ثابت)



۲- تابع درجه ۱ (خط راست)



۳- تابع درجه ۲ (سهمی)

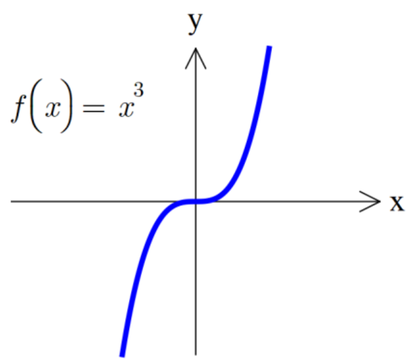


۴- تابع درجه ۳

امسال قصد داریم با تابع درجه ۳ آشنا شویم که انواع مختلف دارد. حالت کلی تابع درجه ۳ به صورت زیر است:

$$f(x)=ax^۳+bx^۲+cx+d$$

اما در کتاب پیش رو تنها توابعی را رسم میکنیم که شکل پایه ی آنها $y=x^{۳}$ است سپس با انتقال هایی که آموخته ایم انواع دیگر آن را رسم می کنیم. پس در حالت کلی قادر به رسم توابعی به صورت $y=k(x-a)^{۳}+b$ هستیم. که در آن (a,b) در واقع راس جدید هستند.



مثال- تابع های خواسته شده را رسم کنید.

الف) $f(x)=(x-۱)^{۳}$

ب) $g(x)=۲x^{۳}+۱$

پ) $h(x)=-۲(x-۲)^{۳}$

ت) $k(x)=-x^{۳}-۲$

ث) $F(x)=-(x+۳)^{۳}$

ج) $f(x)=x^{۳}+۳x^{۲}+۳x$

چ) $g(x)=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x+۴$

ح) $h(x)=x(x^{۲}-۶)+۴(۳x-۱)$

مثال- نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x+1}$ درچند نقطه نمودار تابع $f(x)=(x-1)^{3}$ را قطع میکند؟

مثال- نقطه تلاقی تابع $f(x)=-x^{3}$ و $g(x)=x^{3}-2$ در کدام ناحیه صفحه مختصات قرار دارد؟

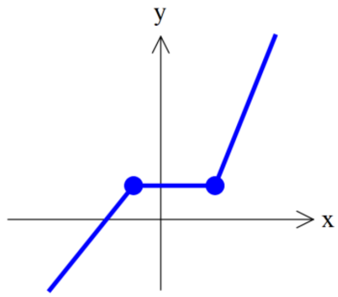
مثال- تابع $f(x)=x^{2}$ و $g(x)=x^{3}$ را در بازه $(0,1)$ با دقت با هم مقایسه کنید.

مثال- نمودار تابع $f(x)=x^{3}-2$ چند بار خط $y=x$ را قطع میکند؟

مثال- دوتابع $f(x)=x^{2}$ و $g(x)=x^{3}$ را رسم کنید و جواب نامعادله $f(x)>g(x)$ را بنویسید.

توابع صعودی و نزولی   توابع صعودی اکید و نزولی اکید

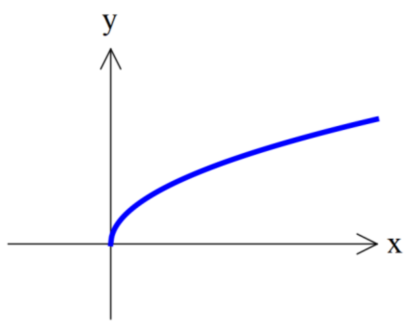
الف) تابع صعودی



اگر برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$

داشته باشیم $f(x_1) \leq f(x_2)$ تابع را صعودی میگوییم

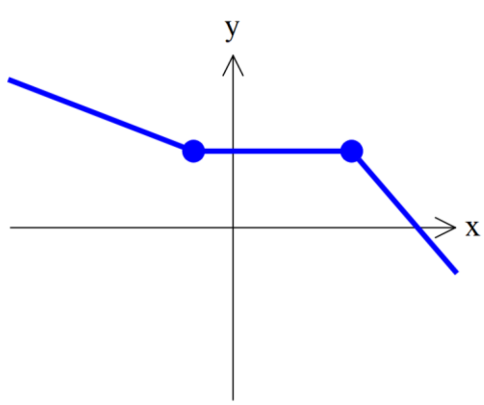
ب) تابع اکیداً صعودی



اگر برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$

داشته باشیم $f(x_1) < f(x_2)$ تابع را اکیداً صعودی میگوییم.

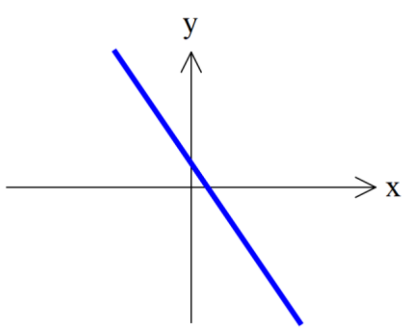
پ) تابع نزولی



برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$ داشته باشیم

$f(x_1) \geq f(x_2)$ تابع را نزولی میگوییم.

ت) تابع اکیداً نزولی



برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$

داشته باشیم $f(x_1) > f(x_2)$ تابع را اکیداًنزولی میگوییم

نکته: تابعی که در کل یک بازه صعودی یا نزولی باشد را **یکنوا** میگوییم و تابعی که در یک بازه اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد را **اکیداًیکنوا** می گوییم.

مثال- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود. دی۹۷ ، خرداد۹۹

ب) تابع $f(x)=\sqrt{x}$ در دامنه خود اکیداً یکنوا است. تیر۹۸

پ) تابع $f(x)=-x^3+2$ در دامنه تعریفش صعودی است. شهریور ۹۸

مثال- در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.

الف) تابع $y=(x+1)^3$ در دامنه تعریف خود .... (صعودی ، نزولی) است. خرداد۹۸

ب) تابع $y=x^2|x|$ در بازه $(-\infty,a]$ نزولی است.حداکثر مقدار a برابر .... است. تیر۹۸

پ) تابعی که در یک بازه هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع .... نامیده میشود. دی ۹۸

ت) اگر تابع $f(x)=ax+b$ هم صعودی هم نزولی باشد مقدار aبرابر است با: ....

ج) تابع $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ همواره تابعی .... و تابع $y=\log_2^x$ همواره تابعی .... است.(صعودی- نزولی)

چ) اگر تابع f در بازه ی $[a,b]$ اکیداً یکنوا باشد.نمودار f محور x ها را حداکثر در .... نقطه قطع می کند.

مثال- تابع $f(x)=2x^2+8x$ روی بازه $[a,+\infty)$ اکیداً صعودی است. کمترین مقدار a را بیابید.

مثال- تابع $f(x)=(k^2-1)^x$ نزولی است. حدود k را بیابید.

مثال- نمودار تابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی ، نزولی و ثابت است؟

$$f(x)=\begin{cases}-2x+1 & x<2\\ -1 & -2<x<1\\ 2x-3 & x\geq 1\end{cases}$$

مثال- حدود k را طوری بیابید که تابع $f(x)=kx^2+4x-2$ در بازه ی $[1,+\infty)$ ، نزولی باشد.

مثال- تابع $f(x)=\begin{cases} 2x^2-1 & x>1 \\ -3x+2 & x\le 1 \end{cases}$ رارسم کنید و مشخص کنید در کدام بازه صعودی و در کدام بازه نزولی است.

مثال- نوع هر یک از توابع زیر را مشخص کنید. نمودار هر کدام را رسم کنید.

الف) $f(x)=-2-5x$ ب) $g(x)=x^2-6x+1$ پ) $h(x)=\sqrt{5}$

مثال- هر گاه تابع $f=\{(2,-3),(-1,5),(0,k),(1,2)\}$ نزولی باشد، حدود k را به دست آورید.

مثال- نموداری رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را داشته باشد.

الف) $f(2)=1$

ب) روی اعداد نامنفی ثابت باشد.

پ) روی بازه $[-4,0]$ اکیداً صعودی باشد.

ت) روی بازه $(-\infty , -4]$ اکیداً نزولی باشد.

مثال- نموداری رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را داشته باشد.

الف) $f(-۲)=۳$

ب) روی اعداد منفی ثابت باشد.

پ) روی بازه $[۰,۳]$ اکیداً صعودی باشد.

ت) روی بازه $(۳,+\infty)$ اکیداً نزولی باشد.

مثال- تابع $f(x)=x^{۲}-۴$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی است؟

مثال- تابع $f(x)=|x|-۳$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی نزولی است؟

تعریف

اگر تابع f صعودی باشد و $f(a)<f(b)$ میتوان نتیجه گرفت $a<b$

اگر تابع f نزولی باشد و $f(a)<f(b)$ میتوان نتیجه گرفت $a>b$

مثال- تابع f نزولی است و میدانیم $f(۳x-۲)<f(۴-x)$ حدود x را بیابید.

مثال- در نامعادله روبرو حدود x را بیابید. $\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x+۳} \le ۲^{-۴x+۵}$

مثال- یکنوایی توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $y=\log_{۲} x$

ب) $y=\log_{۳}(x+۱)$

ترکیب توابع

فرض کنید تابع های g,f داده شده اند. ترکیب f با g را با fog نشان میدهیم و آن را به صورت $(fog)(x)=f(g(x))$ معنی می کنیم. یعنی برای ترکیب این دو تابع باید تابع g را به جای متغیرهای تابع f جایگزین کنیم. و دامنه آن به صورت زیر تعریف میشود. $D_{fog}=\left\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\right\}$

مثال- اگر $f=\{(۱,۲),(۳,-۱),(۵,۲)\}$ و $g=\{(۵,۳),(۴,-۱),(۲,۴)\}$ دوتابع باشند توابع fog و gof را مشخص کنید.

مثال- تابع fof را بیابید. $f=\{(۴,۳),(۵,۹),(۷,۲),(۳,۵),(۲,۱)\}$

مثال- جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

تابع $h(x)=(۲x^۲-۵x+۱)^۲$ ترکیب دو تابع $f(x)=۲x^۲-۵x+۱$ و $g(x)=$ .... است. دی۹۷

مثال- تابع $h(x)=(۴x^۲-x+۷)^۳$ ترکیب کدام دو تابع است؟ fog یا gof

$$f(x)=x^۳ \quad \text{و} \quad g(x)=۴x^۲-x+۷$$

مثال- توابع $f(x)=\frac{x+۳}{۲x}$ و $g(x)=۳x-۱$ را درنظر بگیرید.

الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف بیابید. دی ۹۷

ب) ضابطه تابع fog را بیابید.

مثال- با توجه به ضابطه $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$ و $g(x)=x^2+4x+2$ ، معادله $(fog)(x)=2$ را حل کنید.

مثال- توابع $f(x)=\sqrt{x-4}$ و $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ را درنظر بگیرید. دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف بیابید. خرداد ۹۸

مثال- توابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=2x^2-1$ را درنظر بگیرید.

دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف بیابید. شهریور ۹۸

مثال- دامنه تابع fof را بیابید. $f(x)=\sqrt{2-x}$

مثال- توابع $f(x)=x^{۲}-۵$ و $g(x)=\sqrt{x+۶}$ را درنظر بگیرید. دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف بیابید. دی ۹۸ خارج خرداد ۹۹

مثال- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=\sin x$ باشند، آنگاه $gof(x)=\sqrt{\sin x}$ خواهد بود. خارج خرداد ۹۹

مثال- اگر $f(x)=\sqrt{۴-۲x}$ و $g(x)=x^{۲}+۲x-۱$ باشد،

الف) دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $gof(۲)-\frac{f}{g}(۰)$ را محاسبه کنید. خرداد۹۹

مثال- با توجه به جدول زیر مقادیر خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

x	۲	۱	۰	−۱	−۲
$f(x)$	۵	−۲	۱	−۴	۰
$g(x)$	۱	−۲	۳	۰	۵

الف) $fog(-۲)$ ب) $gof(-۲)$

پ) $fof(۰)$ ت) $gog(۱)$

مثال- اگر $fog(x)=x^{۲}+۲x$ و $g(x)=۲x-۱$ باشد،ضابطه تابع f را بیابید.

مثال- اگر $fog(x)=x^{۲}+۵x-۱$ و $f(x)=۲x-۳$ باشند ضابطه تابع g را بیابید.

مثال- اگر $gof(x)=x^{۲}-۴x$ و $g(x)=x^{۲}-۶x+۵$ باشند ضابطه تابع f را بیابید.

مثال- الف)اگر $f(x)=\dfrac{۱}{x-۳}$ و $g(x)=\dfrac{۴}{x}$ ، دامنه تابع $(fog)(x)$ را محاسبه کنید.

ب) اگر $f=\{(۱,۲),(-۲,۵),(۰,۷),(۳,-۴)\}$ و $g=\{(۱,۴),(۲,۹),(-۲,۳)\}$ باشد، تابع $f+g$ را تعیین کنید. هماهنگ استانی

مثال- اگر $f(g(x))=۳x^{۲}-۶x+۱۴$ و $f(x)=۳x-۴$ ضابطه $g(x)$ را به دست آورید. خرداد۹۹

مثال- توابع $f(x)=\sin x$ و $g(x)=\sqrt{۱-x^{۲}}$ داده شده اند.

الف) دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب)حاصل $۲f\left(\frac{\pi}{۶}\right)+g(۰)$

مثال- درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) $f(۳)=۵$ و $g(۵)=۷$ آنگاه $fog(۳)=۵$

ب) اگر $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=۲x-۱$ آنگاه : $(fog)(۵)=g(۲)$

پ) برای هر دو تابع g,f داریم: $fog=gof$

مثال- تابع $f=\frac{۵}{۹}(c-۳۲)$ درجه فارنهایت را به درجه سانتی گراد و $c=k-۲۷۳$ درجه سانتی گراد را به کلوین تبدیل می کند.

الف) تابع foc را بدست آورید و تعبیر آن را بیان کنید.

ب) ۳۱۳ درجه کلوین معادل چند درجه فارنهایت است؟

مثال- قیمت معمولی یک کالا x تومان است. فرض کنید که برای هر $x>۱۵۰۰$ داریم

$$f(x)=x-۳۰۰, g(x)=۰/۸۵x$$

الف) توابع g, f چه چیزی را بر حسب قیمت کالا توصیف می کند.

ب) fog را بیابید و آن را تفسیر کنید.

پ) gof را بیابید و آن را تفسیر کنید.

مثال- اگر $f(x)=x\sqrt[۳]{x+۱}-۲x$ باشد مقدار $fof(۷)$ را بیابید.

مثال- اگر $f(x)=۳x+۲$ و $g(x)=x^۲+۱$ باشد معادله ی $(fog)(x)=۵۰$ را حل کنید.

مثال- اگر $f(x)=x+a$ و $g(x)=ax^۲+bx+c$ باشند، مقادیر c,b,a را طوری بیابید که $fog(x)=x^۲-۳x+۴$

مثال- اگر $f(x)=\frac{۱-x^۲}{x^۲}$ و $g(x)=\cos x$ تابع fog را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

رسم با استفاده از تبدیلات

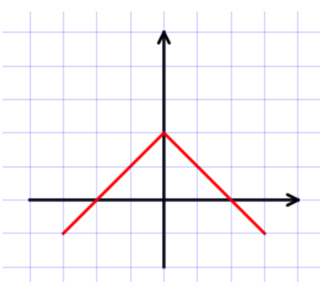
رسم توابع قدرمطلقی $|f(x)|$

برای رسم این نوع توابع باید ابتدا تابع داخل قدرمطلق را رسم کنیم.(هنگام رسم محل تلاقی با محور طولها و عرضها خیلی مهم و تاثیر گذار است.)

سپس قرینه ی قسمتی از منحنی که زیر محور x هاست را نسبت به محور x ها رسم می کنیم و سپس قسمت های پایین را پاک می کنیم.

مثال- تابع $f(x)=|x^{2}-4|$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی است؟

مثال- نمودار تابع f داده شده است. از روی آن نمودار $y=-|f(x)|$ را بکشید.



مثال- نمودار تابع را رسم کنید. (مرحله به مرحله) $f(x)=|\sqrt{x+2}-1|$

انتقال عمودی

فرض کنید تابع $y=f\left(x\right)$ را داریم و k عددی مثبت است. برای رسم تابع $y=f\left(x\right)+k$ باید تابع $y=f\left(x\right)$ را به اندازه k واحد به سمت بالا منتقل کنیم و برای رسم $y=f\left(x\right)-k$ باید تابع $y=f\left(x\right)$ را به اندازه k واحد به سمت پایین بیاوریم.

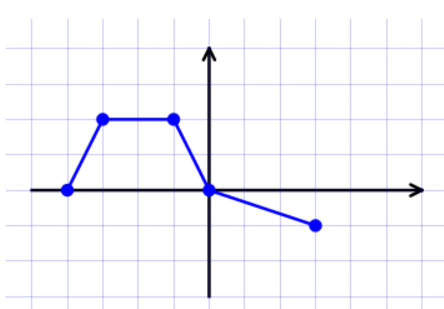
پس تغییرات تابع جدید فقط روی عرض نقاط تابع قبلی است و این تغییرات موافق با چیزی است که سوال داده است. یعنی وقتی در سوالی گفته میشود $f\left(x\right)+۲$ ما هم باید همان **۲+** را روی عرض ها اعمال کنیم.

انتقال افقی

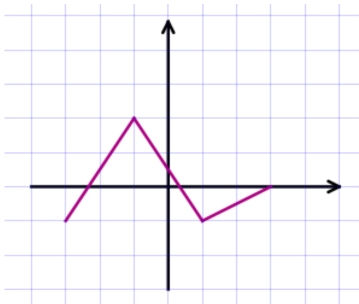
فرض کنید تابع $y=f\left(x\right)$ را داریم و k عددی مثبت است. برای رسم تابع $y=f\left(x+k\right)$ باید تابع $y=f\left(x\right)$ را به اندازه k واحد به سمت چپ منتقل کنیم و برای رسم $y=f\left(x-k\right)$ باید تابع $y=f\left(x\right)$ را به اندازه k واحد به سمت راست بیاوریم. در واقع همیشه با y موافق هستیم.

پس تغییرات تابع جدید فقط روی طول نقاط تابع قبلی است و این تغییرات مخالف با چیزی است که سوال داده است. یعنی وقتی در سوالی گفته میشود $f\left(x+۲\right)$ ما باید **۲−** را روی طول ها اعمال کنیم.در واقع همیشه با x لج میکنیم. ☺

📖**مثال** – نمودار تابع f داده شده است. از روی آن تابع $g\left(x\right)=f\left(x-۱\right)$ و $h\left(x\right)=f\left(x\right)-۱$ را رسم کنید.



مثال – از روی نمودار تابع f نمودار تابع $y=f\left(x-۲\right)+۱$ را رسم کنید.



انبساط و انقباض عمودی

برای رسم تابع $y=kf\left(x\right)$ $\left(k>۰\right)$ از روی تابع $y=f\left(x\right)$ به این صورت عمل میکنیم که تمام y ها را k برابر می کنیم.

اگر $k>۱$ باشد این عمل را انبساط عمودی و اگر $۰<k<۱$ باشد، این کار را انقباض عمودی میگوییم.

کماکان روی حرف قبلی که در مورد y کاری که خواسته را انجام میدهیم ، هستیم.

انبساط و انقباض افقی

برای رسم تابع $y=f\left(kx\right)$ $\left(k>۰\right)$ از روی تابع $y=f\left(x\right)$ به این صورت عمل می کنیم که تمام کارهایی که انجام داده را برعکس عمل میکنیم. مثلا برای رسم تابع $y=f\left(۲x\right)$ تمام طولها را تقسیم بر ۲ میکنیم وبرای رسم $y=f\left(\frac{x}{۳}\right)$ باید تمام x ها را ضرب در ۳ کنیم.

یادتان هست که ما همیشه میگفتیم x موجودی لجباز است>

اگر $k>۱$ باشد انقباض افقی و اگر $۰<k<۱$ باشد انبساط افقی میگوییم.

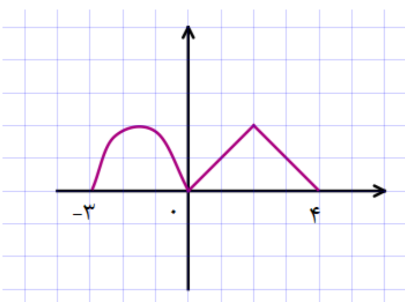
در واقع هر کاری که روی x انجام دهیم جزو انبساط یا انقباض افقی حساب میشود و هرکاری روی y انجام دهیم جزو انبساط و انقباض عمودی حساب میشود.

مثال – درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

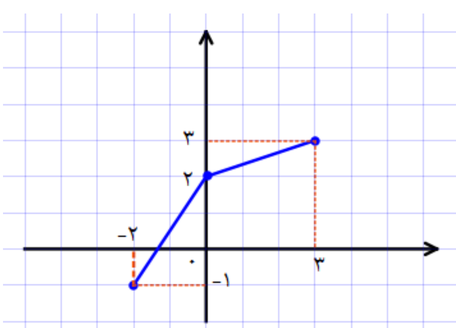
برد تابع با ضابطه $y = kf\left(x\right)$ همان برد تابع $y = f\left(x\right)$ است. دی ۹۸

دامنه تابع با ضابطه $y = kf\left(x\right)$ همان دامنه تابع $y = f\left(x\right)$ است.

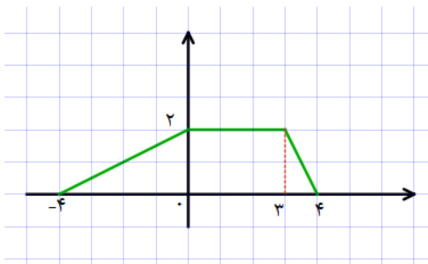
مثال – تابع f داده شده است. نمودار تابع $y = ۲f\left(x\right)$ را رسم کنید.



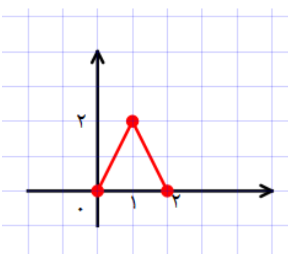
مثال – با استفاده از نمودار تابع f ، نمودار تابع $y = f(\frac{x}{۲}) - ۲$ را رسم کنید. دی ۹۷ تیر۹۸



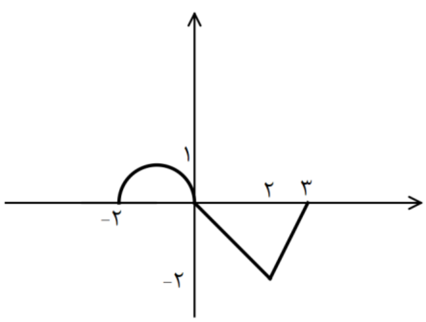
مثال – با استفاده از نمودار تابع f ، نمودار تابع $y=\frac{1}{2}f(4x)-2$ را رسم کنید. خرداد۹۸



مثال – با استفاده از نمودار تابع $y=f(x)$ نمودار تابع $y=-2f(\frac{1}{3}x)$ را رسم کنید. شهریور۹۸



مثال- نمودار تابع $y=f(x)$ داده شده است. تیر۹۹



الف) نمودار تابع $y=3f(\frac{1}{2}x)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع $y=3f(\frac{1}{2}x)$ را رسم کنید.

مثال – نمودار تابع $y=-\sin x$ و $y=\sin ۲x$ و $y=-\sin x+۲$ را از روی $y=\sin x$ رسم کنید. (با انتقال)

مثال- نمودار تابع $f(x)=\cos x$ در بازه $[۰,۲\pi]$ داده شده است. نمودارهای $g(x)=۲f(x)+۱$ و $h(x)=f\left(x-\frac{\pi}{۶}\right)$ را رسم کنید.

مثال- تابع $f(x)=-|x+۲|+۴$ را رسم کنید و وضعیت یکنوایی تابع را در $(۳ و +\infty)$ مشخص کنید.

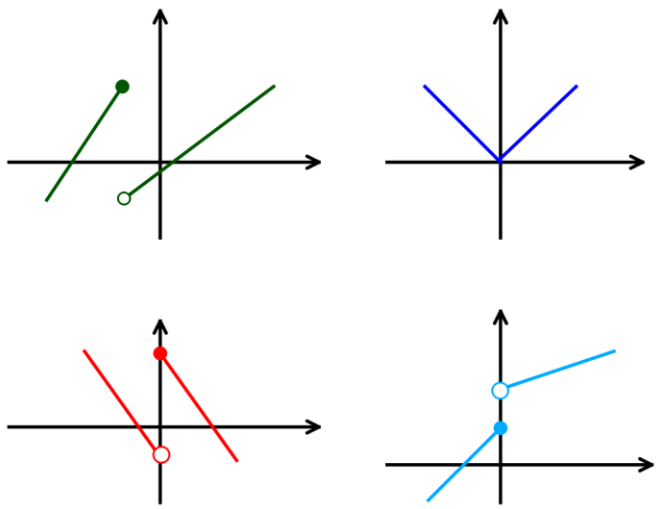
تعریف تابع وارون

اگر رابطه بین دو مجموعه به صورت زوج مرتب داده شده باشد، رابطه ای که از عوض کردن جای دو مولفه هر زوج مرتب این رابطه به دست می آید وارون این رابطه می نامیم. اگر رابطه ی f تابع باشد و وارون آن نیز تابع باشد، تابع f را وارون پذیر می نامیم و وارون آن را با $f^{-۱}$ نشان می دهیم. به عبارت دیگر: $f^{-۱}=\{(y,x)|(x,y)\in f\}$

نکته: تابع f وارون پذیر است $\Longleftrightarrow$ یک به یک باشد.

اگر تابع اکیداً یکنوا باشد آنگاه یک به یک و در نتیجه وارون پذیر است.

مثال – کدام تابع وارون پذیر است؟



نکته مهم: اگر نقطه (a,b) روی منحنی f باشد آنگاه (b,a) روی منحنی f^{-1} است. پس اگر در مساله ای از شما $f^{-1}(*)$ را خواستند در واقع * جواب بوده است. به طور مثال: $f^{-1}(۴)=?$ $\quad f(x)=۳x-۴$

در این سوال در واقع ۴ داخل پرانتز جواب معادله است و y بوده . پس برای حل نیازی به یافتن و دانستن معادله ی f^{-1} نیست. $f^{-1}(۴)=\frac{۸}{۳}$ $\qquad ۳x-۴=۴\to x=\frac{۸}{۳}$

نکته مهم: نمودار توابع f^{-1},f نسبت به نیمساز ربع اول و سوم $(y=x)$ قرینه اند. یعنی اگر نمودار تابعیرا داده باشند با قرینه کردن آن نسبت خط $(y=x)$ نمودار وارون آن به دست می آید.

یافتن وارون توابع

اگر تابعی یک به یک و درنتیجه وارون پذیر باشد میتوان ضابطه وارون را یافت.

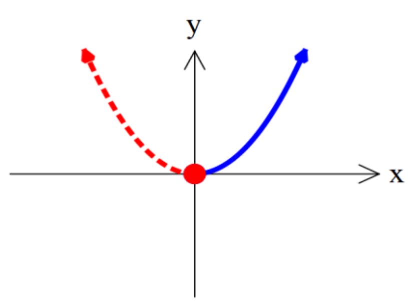
الف) توابع خطی. در این توابع باید x را تنها کنیم. به طور مثال: $f(x) = ۴ - ۲x$

$$y = ۴ - ۲x \rightarrow ۲x = ۴ - y \rightarrow x = \frac{۴ - y}{۲} \rightarrow \boxed{f^{-۱}(x) = \frac{۴ - x}{۲}}$$

ب) توابع درجه ۲: سهمی ها در حالت کلی و در کل دامنه شان یک به یک نیستند اما میتوان با محدود کردن دامنه آنها یک تابع یک به یک ساخت.

مثلا میتوان در سهمی زیر دامنه را R نگیریم و فقط قسمت نقطه چین را حساب کنیم.

$y = x^۲$ با دامنه محدود شده ی $x \leq ۰$



مثال – تابع $f(x) = x^۲ - ۴x + ۱$ را رسم کرده وبا محدود کردن دامنه، آن را به تابعی وارون پذیر تبدیل کنید.

مثال – اگر $f(x)=\frac{۱}{۸}x-۳$ و $g(x)=x^{۳}$ باشد، مقدار $(g^{-۱}of^{-۱})(۵)$ را به دست آورید.

دی۹۷ تیر۹۸ شهریور۹۸

مثال – با محدود کردن دامنه تابع $f(x)=x^{۲}-۵$ تابعی وارون پذیر بسازید. دامنه تابع جدید را بنویسید. دی۹۸

نکته: اگر دو تابع g,f وارون یکدیگر باشند، آنگاه همواره داریم:

$$\left(fof^{-۱}\right)(x)=x \qquad x\in D_{f^{-۱}}$$
$$\left(f^{-۱}of\right)(x)=x \qquad x\in D_{f}$$

مثال – نشان دهید که توابع $f(x)=۳x-۴$ و $g(x)=\frac{x+۴}{۳}$ وارون یکدیگرند. دی۹۸

مثال – میدانیم $x \geq ۵$, $f(x) = (x-۵)^{۲}$ یک به یک است. ضابطه وارون آن را به دست آورید.

سپس تابع همراه وارونش را در یک دستگاه رسم کنید.

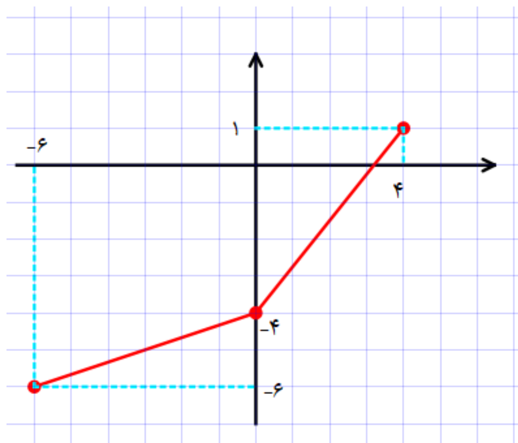
مثال – نمودار وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-۲}$ را همراه خود تابع در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

مثال – اگر $f = \left\{\left(۱, \frac{۱}{۲}\right), \left(-۲, \sqrt{۳}\right), (۴, ۴), (۳, -۹)\right\}$ و $g = \left\{(۰, ۱), (-۳, ۳), (۴, ۲), \left(\sqrt{۳}, \sqrt{۲}\right)\right\}$

باشد، توابع $f^{-۱}$ و $g^{-۱}$ و $(fog)^{-۱}$ را به دست آورید.

مثال – وارون تابع روبرو را رسم کنید.

ب) مقادیر $f^{-1}(\cdot)$ و $f^{-1}(-۴)$ را محاسبه کنید.



مثال – اگر $f(x)=۲\sqrt{x-۳}$ باشد

الف) دامنه و برد تابع f^{-1} را محاسبه کنید.

ب) ضابطه f^{-1} را بنویسید.

پ)نمودار f, f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.