

ریاضی پایه یازدهم هنرستان

پودمان ۱

جلسه اول

تابع

هنرستان فنی کلانتری کرمانشاه

مدرس : محمد مراد اکبری

رابطه بین کمیت ها

فعالیت ۱ کتاب درسی

فتری در اختیار داریم که در حالت طبیعی طول آن ۱۰ سانتی متر است. به ازای هر ۱۵ گرم وزنه که به آن آویزان می کنیم، ۱ سانتی متر به طول آن اضافه می شود. حداکثر طول این فنر ۶۰ سانتی متر است و اگر بیش از این کشیده شود پاره می شود.

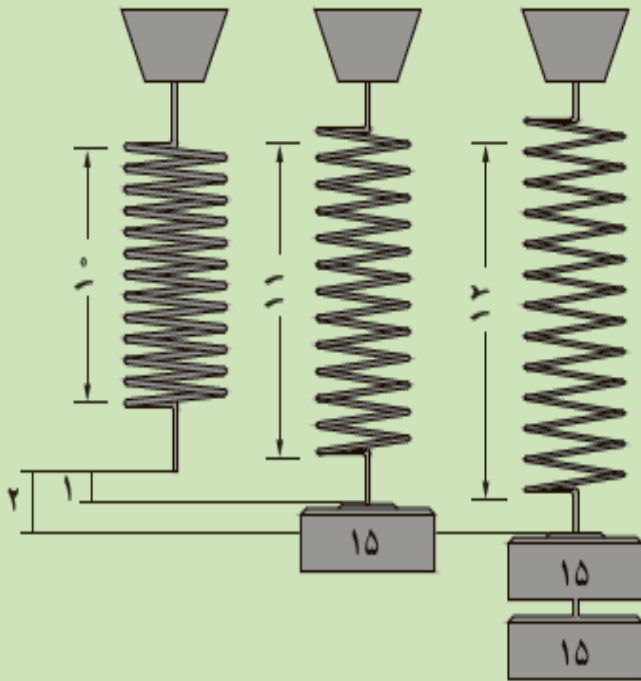
هر چه جرم وزنه آویزان شده زیاد شود، طول فنر زیاد می شود.

جدول زیر را کامل کنید.

جرم آویزان	0	۳۰	۷۵	۱۵۰	۳۰۰	۴۵۰	۶۰۰	۷۵۰
طول فنر	1۰	۱۲	۱۵	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰

دو کمیت **جرم وزنه** و **طول فنر** کمیت های **مرتبط** به هم هستند

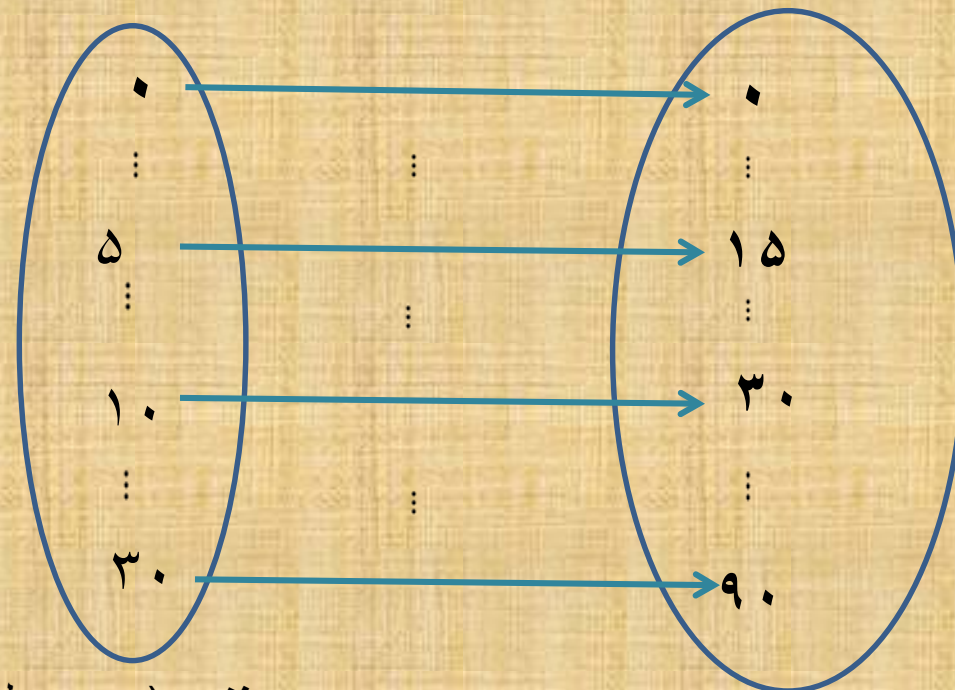
در این حالت با داشتن جرم وزنه می توان طول فنر را حساب کرد و بر عکس.



رابطه بین کمیت‌ها در زمینه‌های بسیار متنوعی دیده می‌شود

سؤال مهمی که مطرح می‌شود این است که رابطه بین دو کمیت را چگونه باید بیان کنیم. در مثال (۱)، نمونه دیگری از ارتباط بین دو کمیت را می‌بینیم که درک بیشتری از رابطه بین کمیت‌ها را به ما می‌دهد.

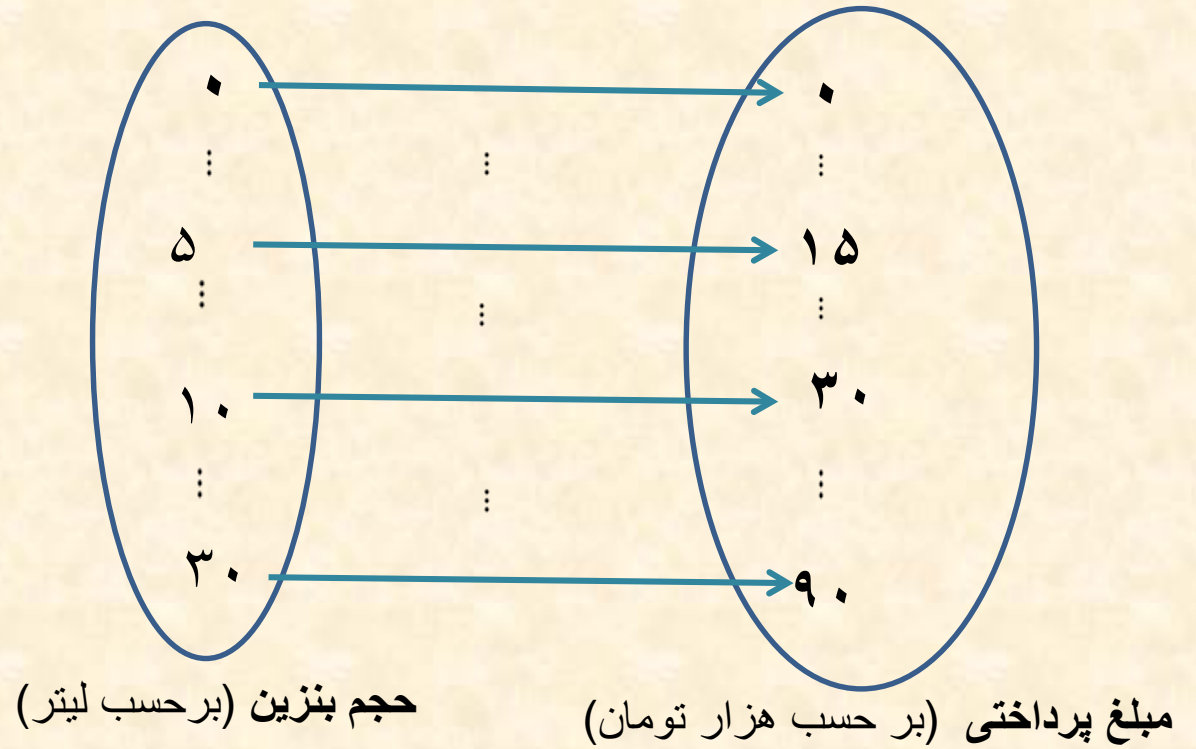
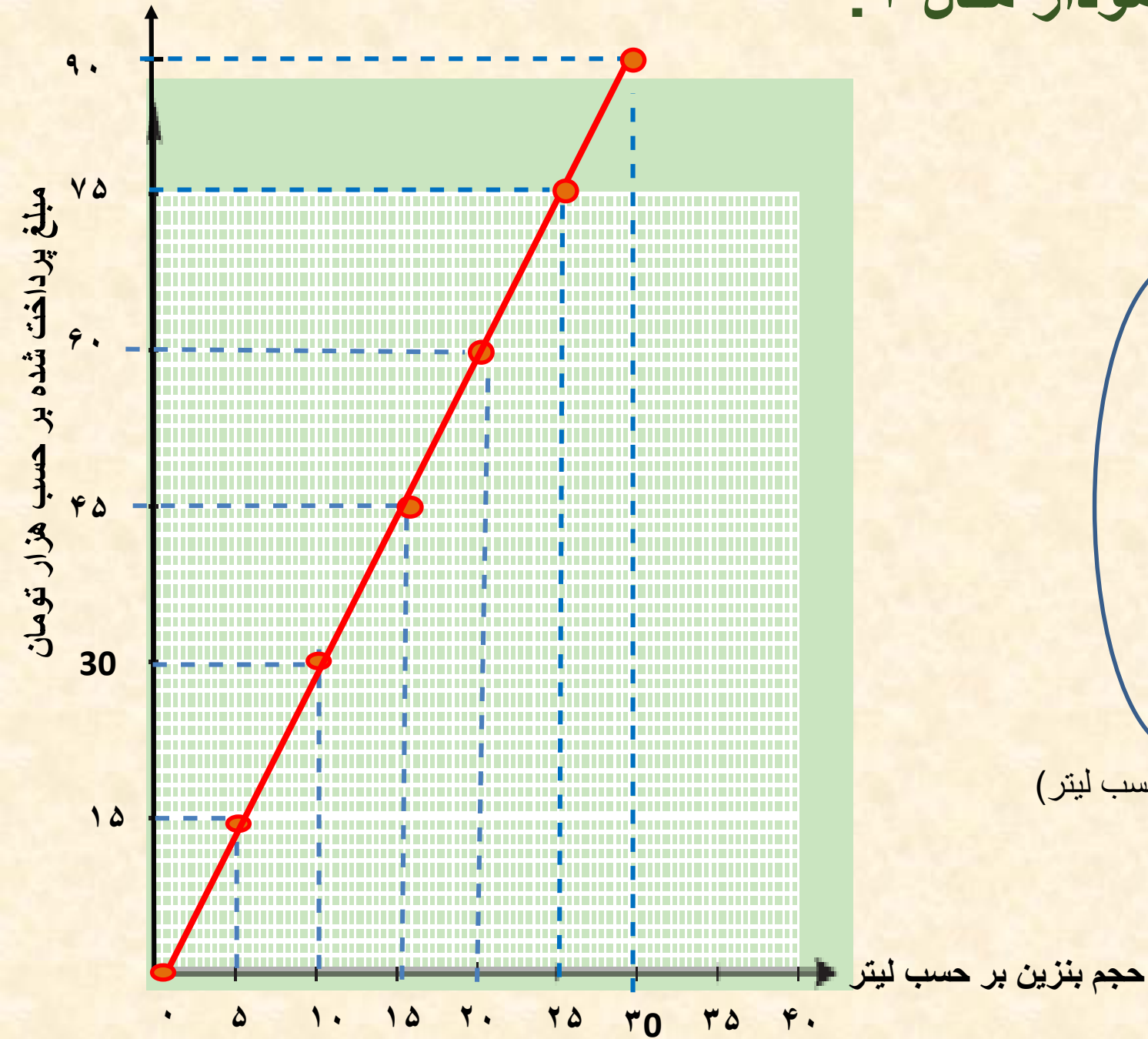
مثال ۱: باک یک ماشین ظرفیت حداکثر ۳۰ لیتر دارد، پول پرداخت شده، به مقدار بنزین که در باک ریخته می‌شود بستگی دارد. (یک لیتر بنزین ۳ هزار تومان)



حجم بنزین (بر حسب لیتر)

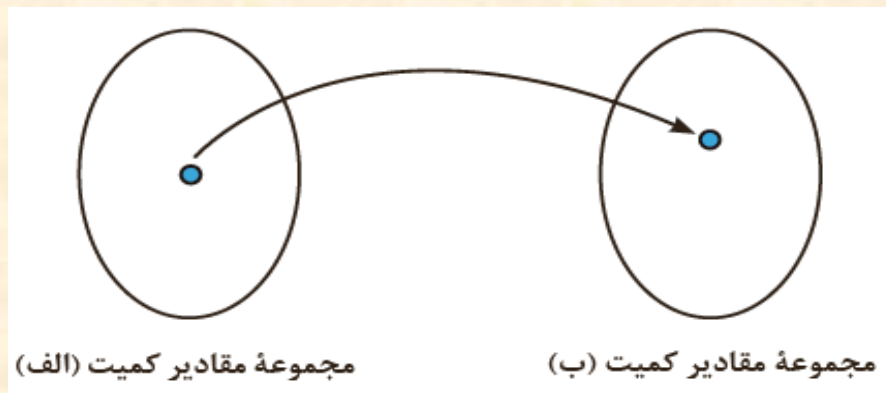
مبلغ پرداختی (بر حسب هزار تومان)

نمودار مثال ۱:



مفهوم تابع

مثال‌هایی از ارتباط بین کمیت‌ها را می‌توان در طبیعت و زندگی روزمره یافت: فشار هوا در هر نقطه و ارتفاع آن نقطه از سطح دریا، هزینه پرداخت شده بابت برق و میزان برق مصرف شده، قیمت بلیت اتوبوس‌های بین شهری و فاصله بین شهرها و غیره نمونه‌هایی از این ارتباط محسوب می‌شوند.



این دسته از روابط بین کمیت‌ها، روابط خاصی هستند که در ریاضی با مفهومی به نام تابع بیان می‌شوند و **کمیت (ب) را تابعی از کمیت (الف)** می‌نامند. در واقع، وقتی که کمیتی مانند (ب) وابسته به کمیت دیگری مانند (الف) باشد، و به ازای هر مقداری از کمیت (الف)، مقدار معینی برای کمیت (ب) داشته باشیم، مفهوم تابع پیش می‌آید و می‌گوییم کمیت (ب) تابعی از کمیت (الف) است.

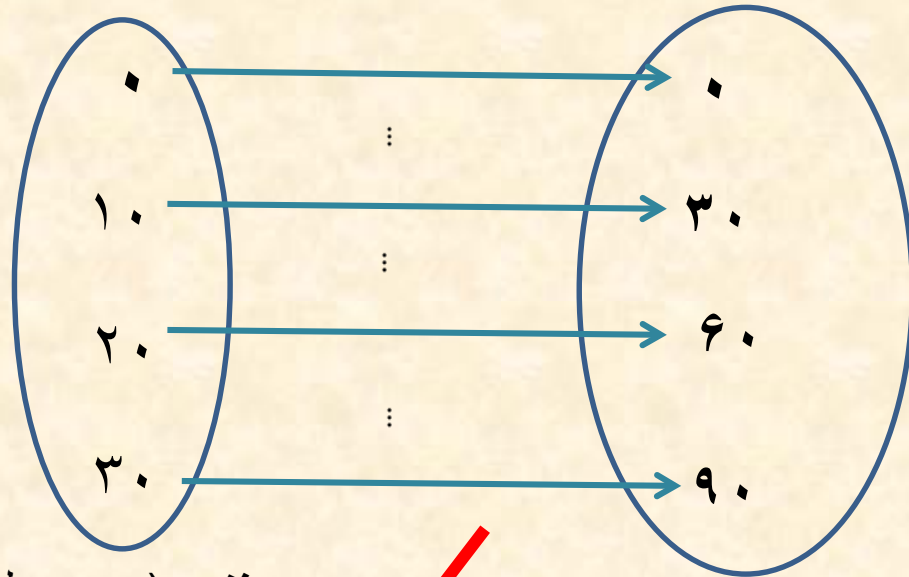
تعریف تابع


توجه:

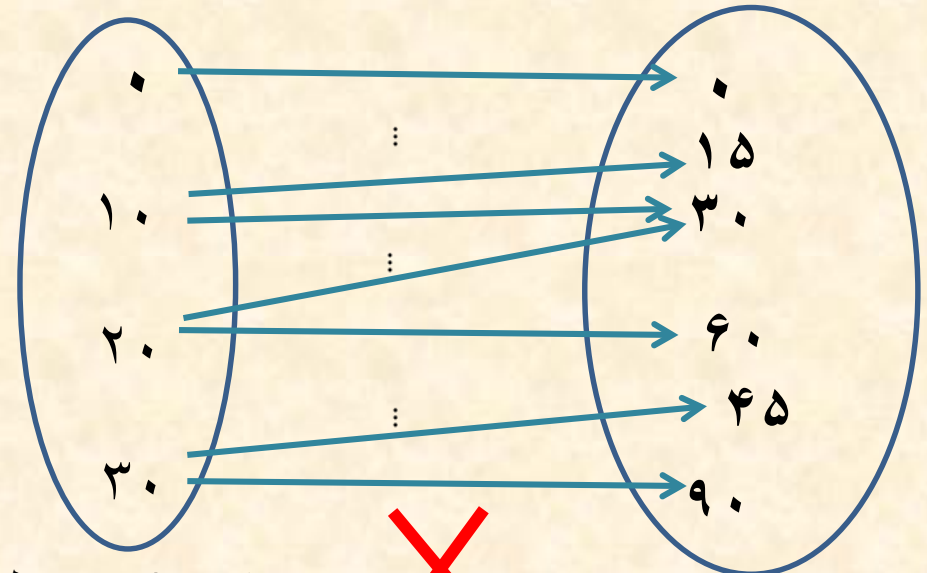
اگر دو کمیت (الف) و (ب) با یکدیگر مرتبط باشند و با مشخص شدن مقدار کمیت (الف)، یک مقدار معین برای کمیت (ب) به دست آید، در این صورت کمیت (ب) را تابعی از کمیت (الف) می نامند.

اگر دو کمیت (الف) و (ب) با هم ارتباط داشته باشند ولی با مشخص شدن مقدار کمیت (الف) نتوان یک مقدار معین برای کمیت (ب) به دست آورد؛ یعنی، با مشخص شدن مقدار کمیت (الف)، بیش از یک مقدار برای کمیت (ب) به دست آید این رابطه، تابع نیست.

سوال : کدام یک از روابط زیر تابع است ؟

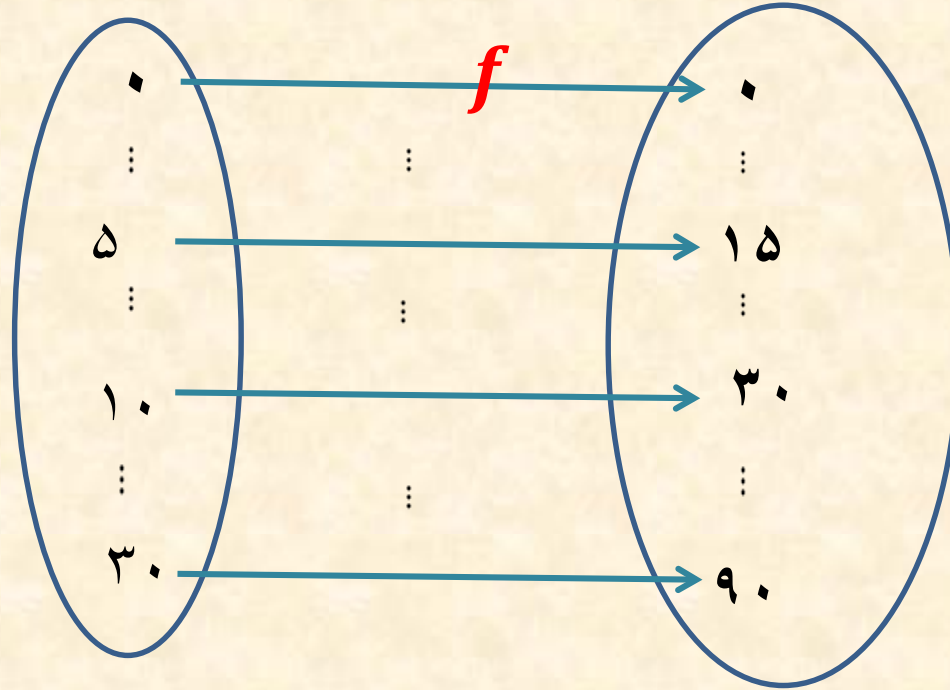


حجم بنزین (بر حسب لیتر)  مبلغ پرداختی (بر حسب هزار تومان)



مبلغ پرداختی (بر حسب هزار تومان)  حجم بنزین (بر حسب لیتر)

ضابطه تابع



تابع مثال ۱ را در نظر بگیرید و آن را f بنامیم .

اگر x حجم بنزین و y مبلغ پرداخت شده باشد رابطه جبری بین آنها به صورت زیر است.

$$y = 3 \times x$$

اگر اسم تابع f باشد ، مقدار y وابسته به مقدار x است و بجای آن می توان $f(x)$ نوشت .

$$f(x) = 3x$$

در این مثال $f(20)$ را حساب کنید این مقدار چه چیزی را مشخص می کند؟

$$f(x) = 3x$$



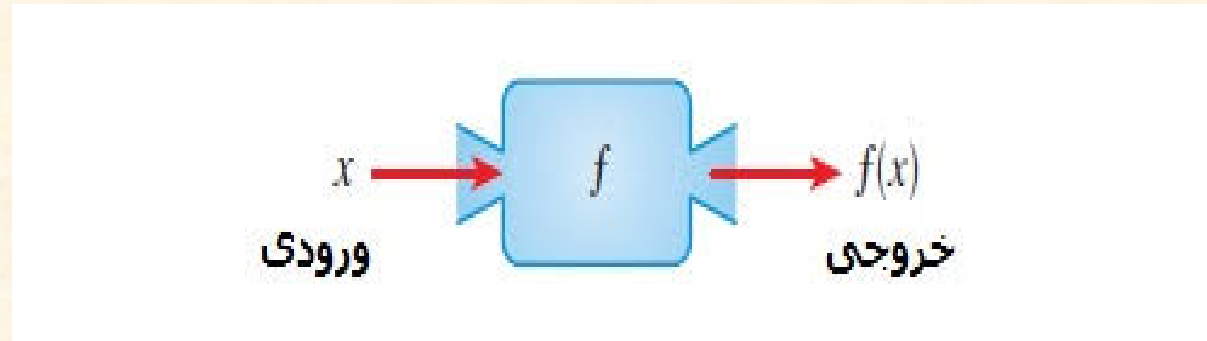
$$f(20) = 3 \times 20 = 60$$

یعنی به ازای ۲۰ لیتر بنزین ۶۰ هزار تومان پول پرداخت می شود.

ضابطه تابع

فرض کنیم کمیت (ب) تابعی از کمیت (الف) باشد. مقادیری را که کمیت (الف) می‌تواند داشته باشد، دامنه این تابع می‌نامند و قانونی را که، مقادیر کمیت (ب) را بر حسب مقادیر کمیت (الف) به دست می‌دهد، قانون یا ضابطه این تابع می‌نامند.

می‌توان تابع را مانند ماشینی در نظر گرفت که با دریافت هر ورودی **دقیقا** یک خروجی تحویل می‌دهد.

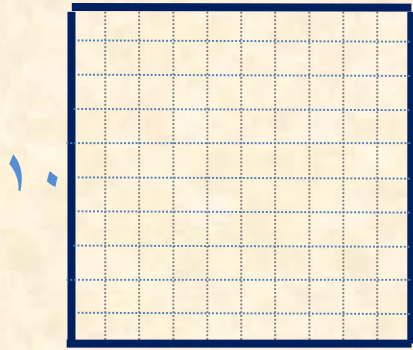


خروجی y وابسته به ورودی x است.

به جای y می‌توان $f(x)$ نوشت.

مثال ۲:

کمیت‌های مرتبط بسیاری وجود دارند. برای مثال، مساحت یک مربع و طول ضلع آن دو کمیت مرتبط هستند. در این حالت، اگر طول ضلع مربع را بدانیم، آنگاه می‌توانیم مساحت آن را به‌دست آوریم و برعکس، با داشتن مساحت مربع، طول ضلع آن نیز مشخص می‌شود.



$$s = 10 \times 10 = 100$$

$$s = x^2$$

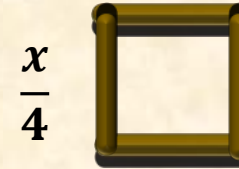
اگر اسم تابع مساحت مربع را S بنامیم:

$$S(x) = x^2 \longrightarrow S(10) = 10^2 = 100$$

فعالیت کتاب درسی

مفتولی به طول ۱۰۰ سانتی متر در اختیار داریم. قسمتی از آن را می بریم و با قطعه بریده شده یک مربع می سازیم. مساحت مربع به دست آمده با طول قطعه بریده شده رابطه دارد.

x



۵ جدول زیر، ارتباط بین طول قطعه بریده شده و مساحت مربع ساخته شده را نشان می دهد. این جدول را کامل کنید.

طول قطعه بریده شده (برحسب سانتی متر)	۱	۴	۲۰	۳۲	۴۸	۶۰
مساحت مربع (برحسب سانتی متر مربع)	$\frac{1}{16}$	۱	25	64	۱۴۴	225

اگر طول قطعه بریده شده از مفتول را با x و مساحت مربع ساخته شده با آن را با S نشان دهیم، رابطه ای بنویسید که مقدار S را بر حسب مقدار x بیان کند.

$$S = \frac{x^2}{16}$$

$$S(x) = \frac{x^2}{16}$$

$$0 < x < 100$$

پایان جلسہ اول