

کاربرد تابع ها در حل معادله

مثال : معادله زیر را با استفاده از رسم نمودار حل کنید.

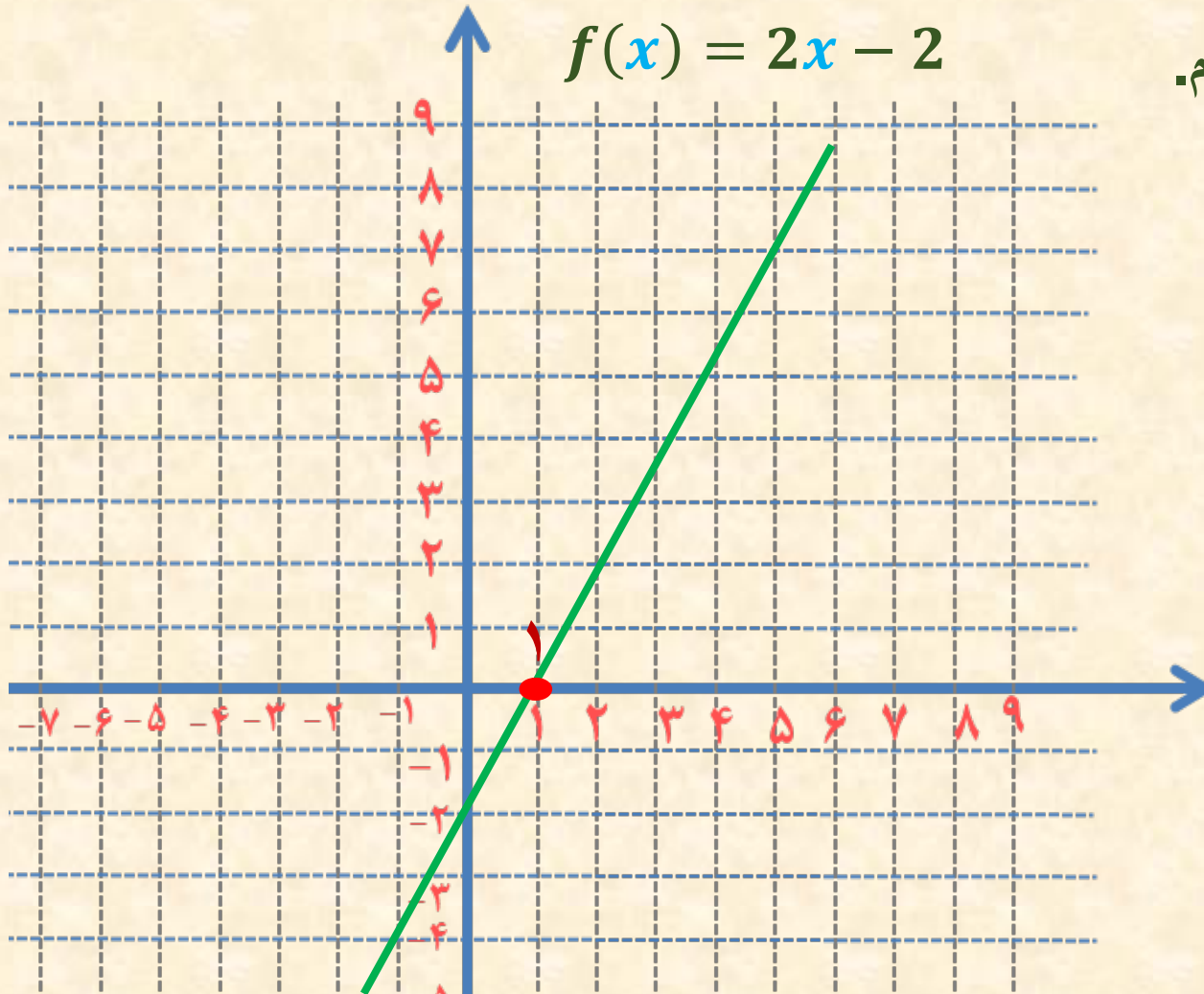
$$2x - 2 = 0$$

ابتدا نمودار تابع $f(x) = 2x - 2$ را رسم می کنیم.

این خط محور طول ها را در $x = 1$ قطع می کند.

بررسی درستی جواب :

$$2(1) - 2 = 2 - 2 = 0$$



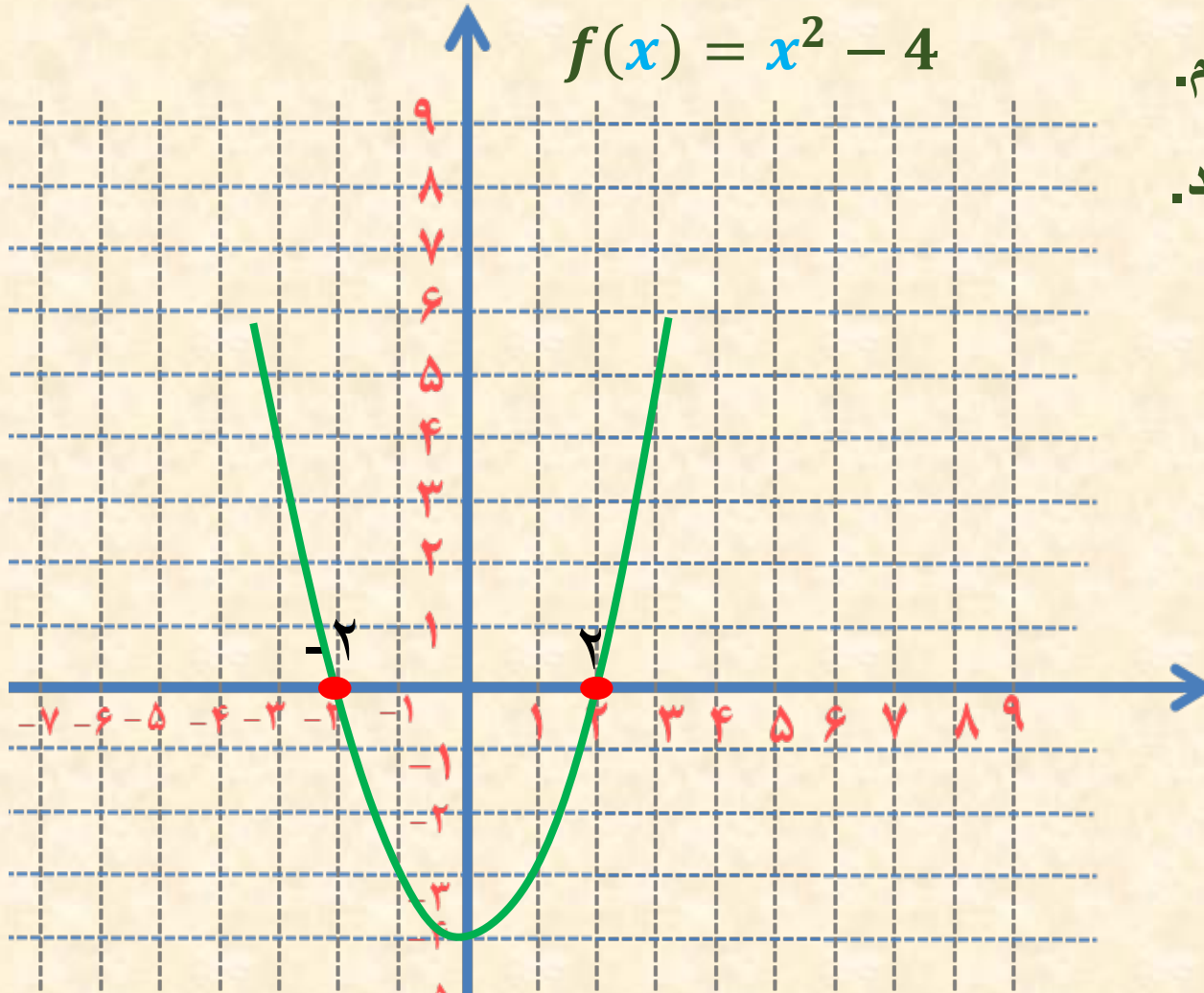
مثال : معادله زیر را با استفاده از رسم نمودار حل کنید.

$$x^2 - 4 = 0$$

ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4$ را رسم می کنیم.
این سهمی محور طول ها را در $x = \pm 2$ قطع می کند.
بررسی درستی جواب ها:

$$(2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$(-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$



یکی از برنامه ها که برای رسم نمودار انواع تابع استفاده می شود ، نرم افزار جئوجبرا (GeoGebra) است.

در حالت کلی برای حل معادله می توان نمودار تابع نظیر آن را رسم کرد ،

محل برخورد نمودار با محور طول ها جواب معادله خواهد بود.

از این روش می توان برای حل همه معادله ها

استفاده کرد. هر معادله ای را می توان به شکل کلی

$f(x) = 0$ نوشت که در آن f تابعی با دامنه مشخص

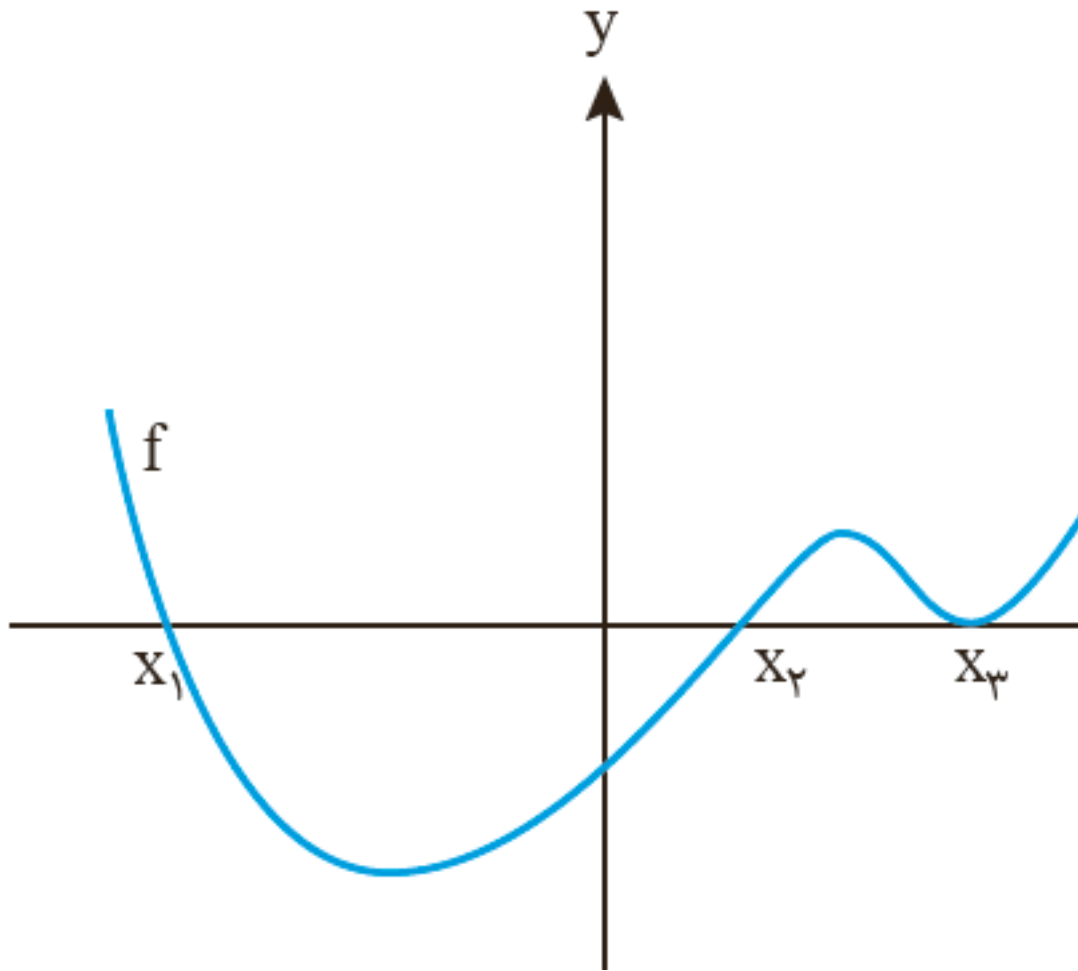
است. با رسم نمودار f ، محل های برخورد نمودار

با محور x ها (در صورت وجود) جواب های معادله

$f(x) = 0$ هستند. در شکل روبه رو، نقاط x_1 و x_2

x_3 جواب های معادله $f(x) = 0$ هستند. اگر نمودار f

محور x ها را قطع نکند، به این معناست که معادله $f(x) = 0$ جواب ندارد.



مثال ۶

معادله $-x^2 + 2x - 2 = 0$ را به کمک رسم نمودار حل کنید.

ابتدا نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 2x - 2$ را رسم می کنیم.

می توان ثابت کرد طول نقطه راس سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$

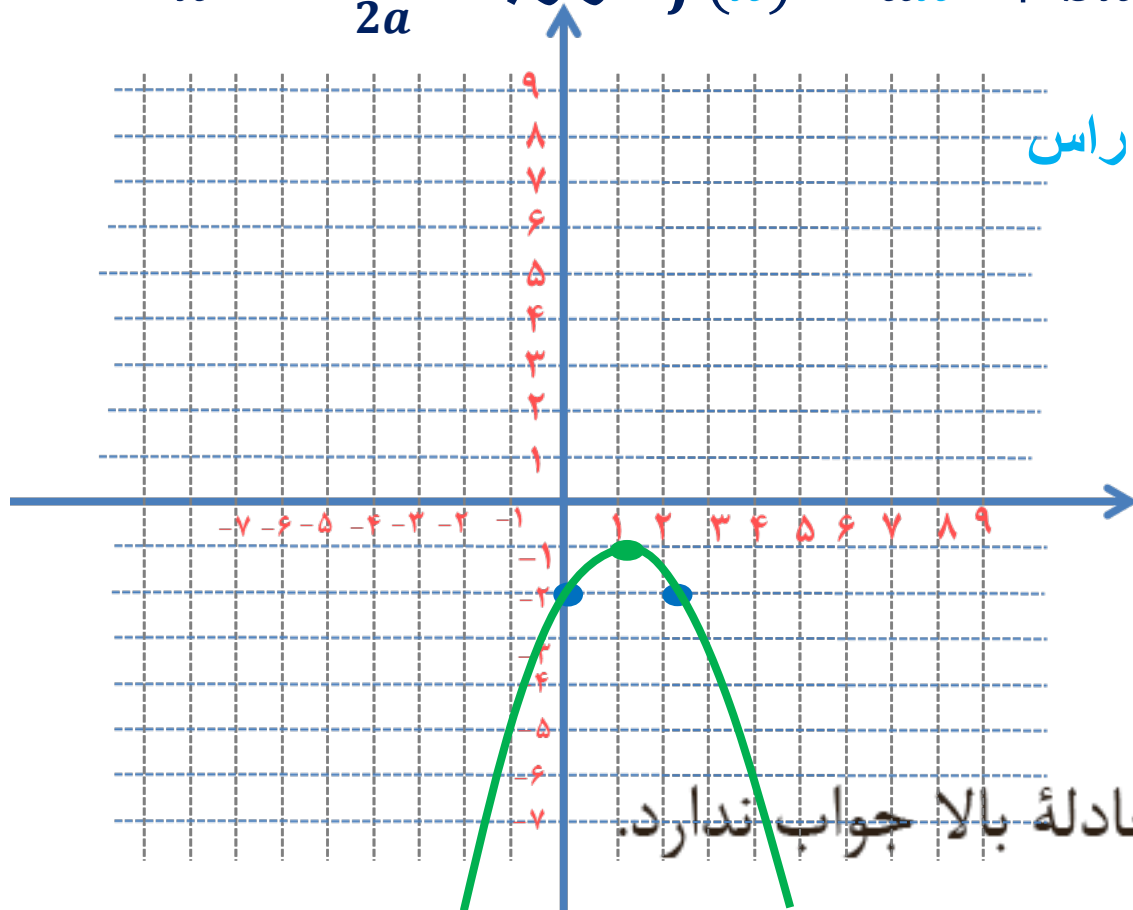
به دست می آید.

طول راس $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1$

$$f(1) = -1^2 + 2 \times 1 - 2 = -1$$

$$f(2) = -2^2 + 2 \times 2 - 2 = -2$$

$$f(0) = -0^2 + 2 \times 0 - 2 = -2$$



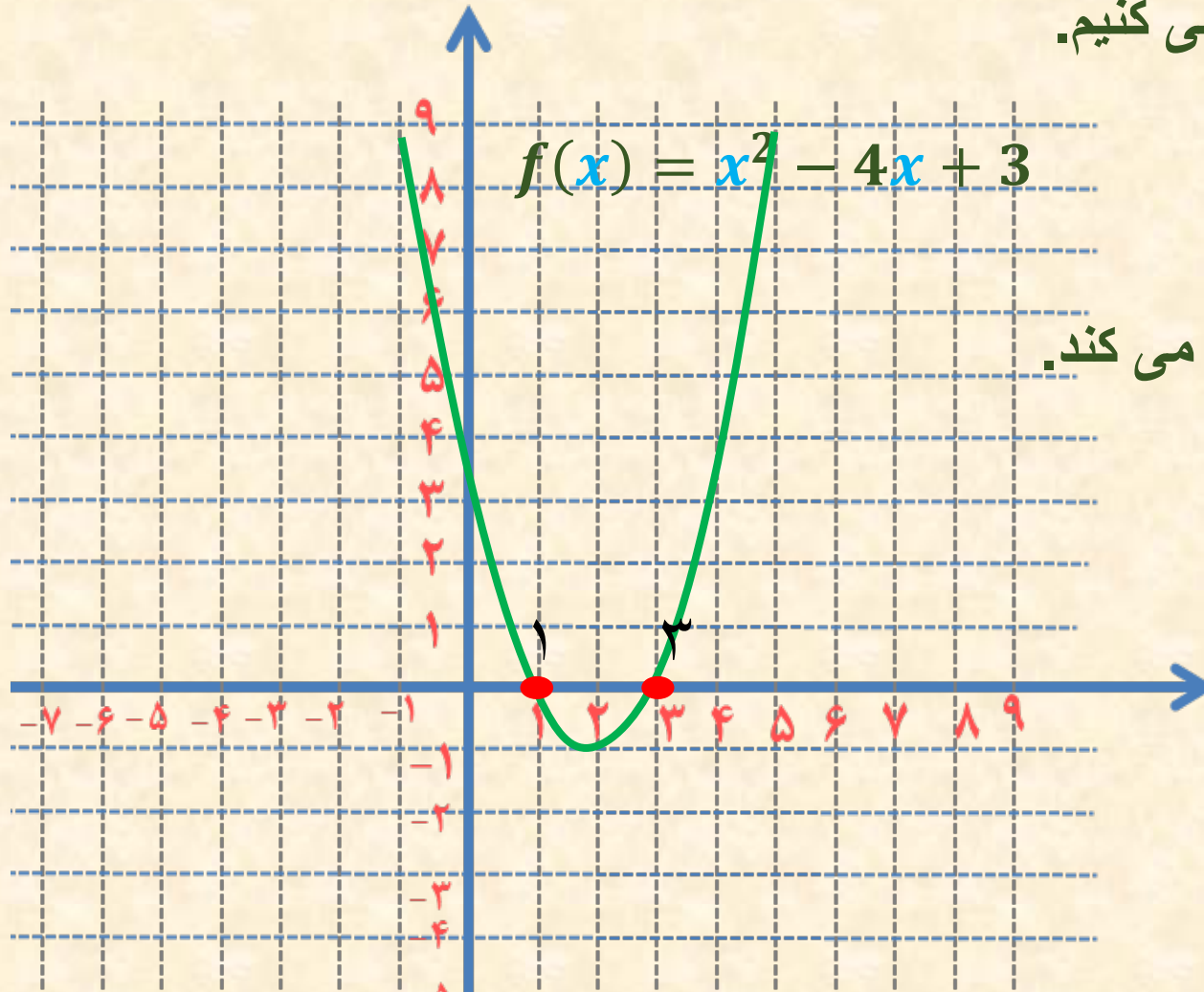
	چپ	راس	راست
x	0	1	2
y	-2	-1	-2

این نمودار محور طول ها را قطع نمی کند. پس معادله بالا جواب ندارد.

مثال : معادله زیر را با استفاده از رسم نمودار حل کنید.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ را رسم می کنیم.



این سهمی محور طول ها را در $x = 1$ و $x = 3$ قطع می کند.

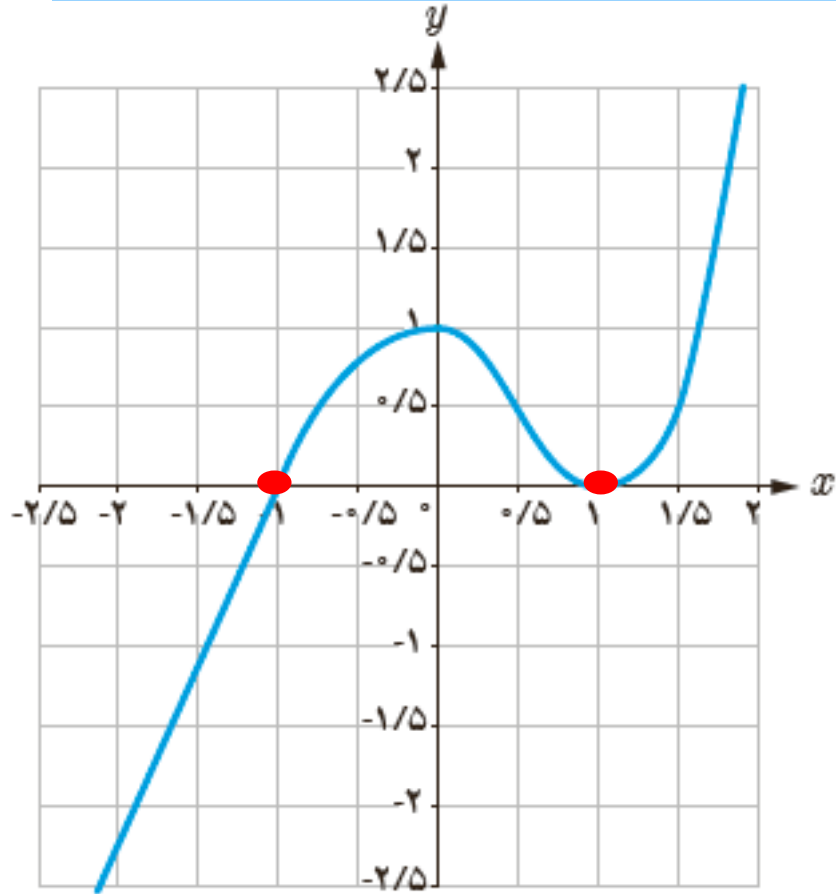
بررسی درستی جواب ها:

$$(1)^2 - 4 \times (1) + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$

$$(3)^2 - 4 \times (3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$

مثال ۷

معادله $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ را به کمک رسم نمودار حل کنید.



نمودار تابع $y = x^3 - x^2 - x + 1$ را به کمک جئوجبرا رسم می کنیم (شکل روبه رو).

این نمودار، محور طول ها را در نقاط ± 1 قطع می کند، پس جواب های آن معادله، ± 1 هستند.

بررسی درستی جواب ها:

$$(1)^3 - (1)^2 - (1) + 1 = 1 - 1 - 1 + 1 = 0$$

$$(-1)^3 - (-1)^2 - (-1) + 1 = -1 - 1 + 1 + 1 = 0$$

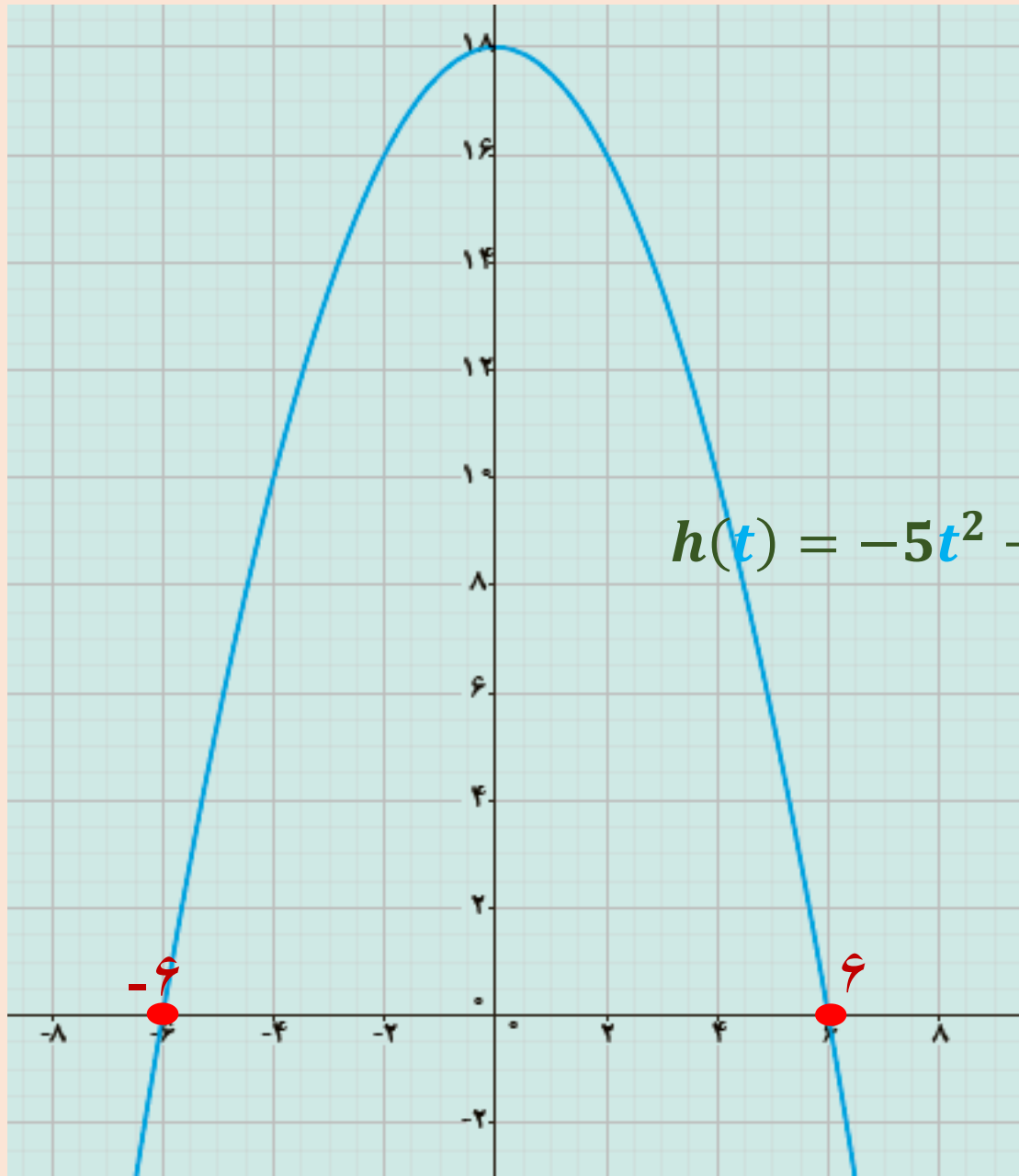
آب از بالای آبشاری که ارتفاع آن ۱۸۰ متر است، به رودخانه می‌ریزد. تابع $h(t) = -5t^2 + 180$ ارتفاع یک قطره آب (بر حسب متر) از سطح رودخانه را بعد از t ثانیه از جدا شدن از بالای آبشار نشان می‌دهد.

۱ ارتفاع یک قطره آب از سطح رودخانه بعد از ۲ ثانیه، چقدر است؟

$$h(t) = -5t^2 + 180$$

$$h(2) = -5 \times 2^2 + 180 = -20 + 180 = 160$$

یعنی بعد از دو ثانیه قطره آب در ارتفاع ۱۶۰ متری از سطح رودخانه است.

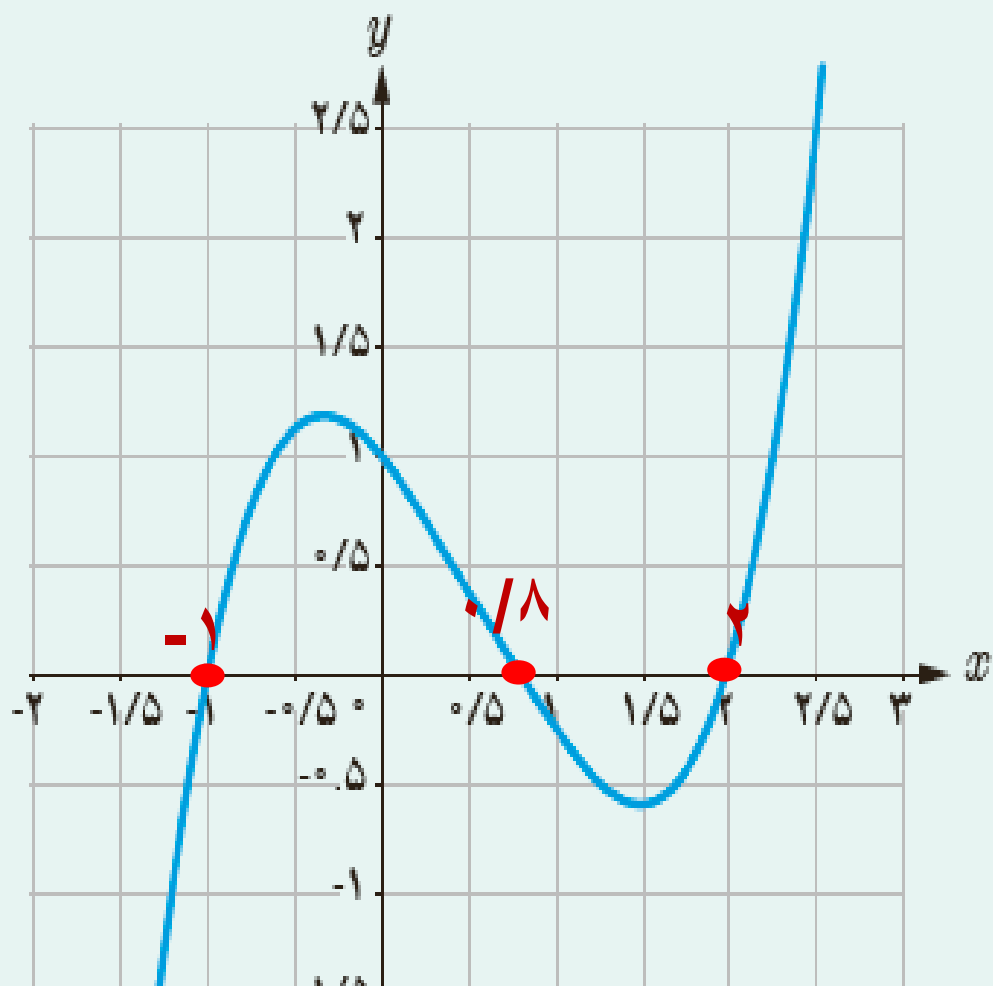


۲ نمودار تابع با قانون $h(t)$ و دامنه \mathbb{R} آورده شده است. (زمان را روی محور افقی و ارتفاع را روی محور عمودی، هر واحد ۱۰ متر، در نظر بگیرید.) نمودار این تابع در چه نقطه‌هایی محور x ها را قطع می‌کند؟ این نقطه‌ها چه چیزی را نشان می‌دهند؟

این نقطه‌ها جواب‌های معادله $-5t^2 + 180 = 0$ است.

جواب $+ 6$ در شرایط این مسئله قابل قبول است.

۱ اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، کدام گزینه جواب‌های معادله $f(x) = 0$ است.



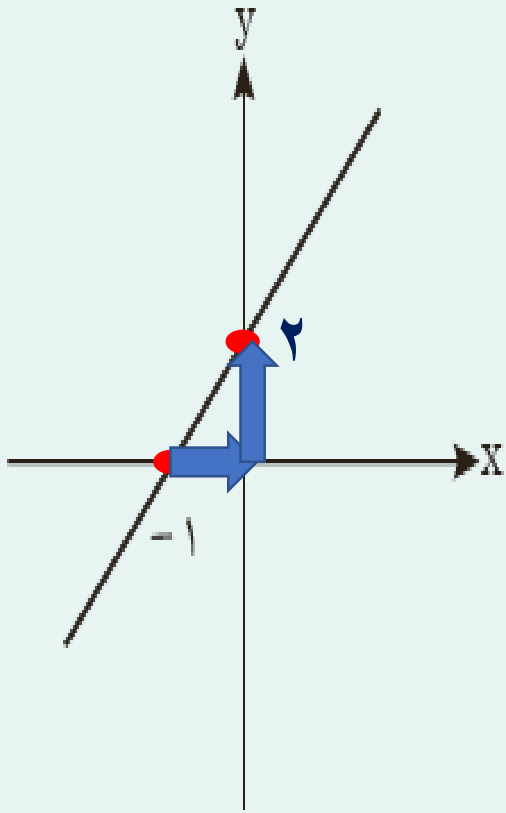
(ب) ۱ و -۱ و ۰/۸

(الف) ۲ و -۲ و -۱

(ت) معادله جواب ندارد.

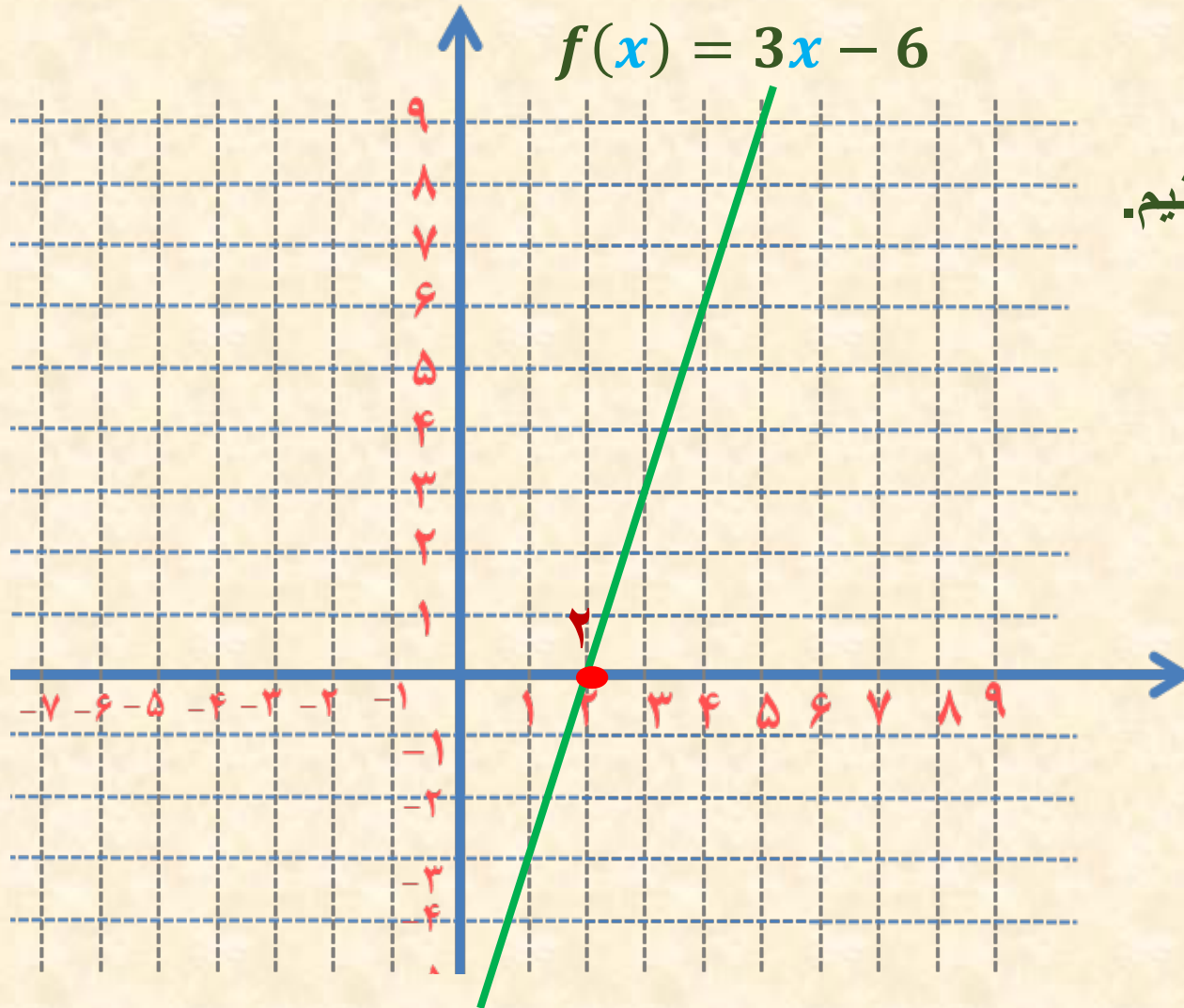
(پ) ۲ و ۰/۸ و -۱

۲ شکل زیر نمودار خط به معادله $y = ax + 2$ است. با استفاده از شکل a را پیدا کنید.



$$y = 2x + 2$$

۳ معادلات زیر را به کمک رسم نمودار با استفاده از جئوجبرا حل کنید.



الف) $3x - 6 = 0$

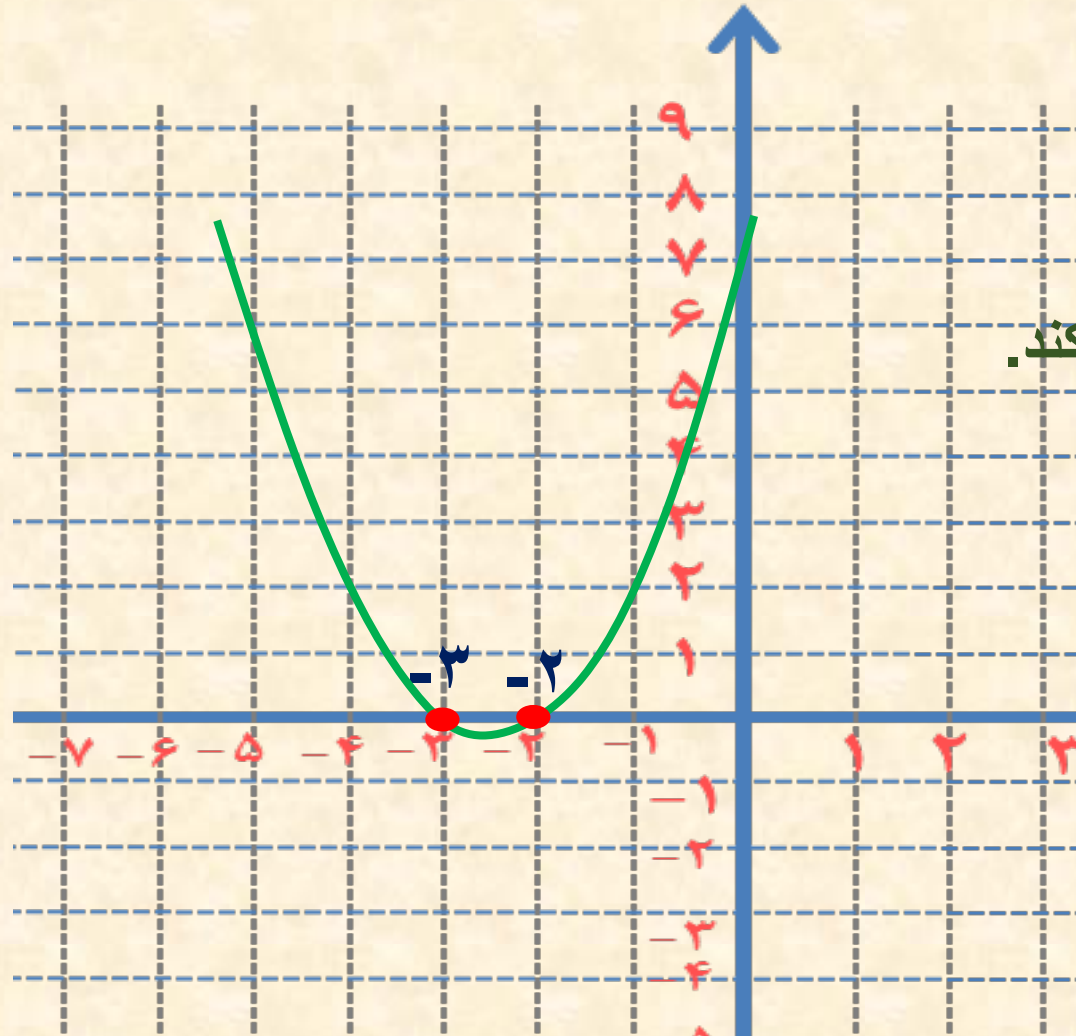
ابتدا نمودار تابع $f(x) = 3x - 6$ را رسم می کنیم.

این خط محور طول ها را در $x = 2$ قطع می کند.

$x = 2$

۳ معادلات زیر را به کمک رسم نمودار با استفاده از جئوجبرا حل کنید.

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (\text{پ})$$



ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 + 5x + 6$ را رسم می کنیم.

این سهمی محور طول ها را در $x = -2$ و $x = -3$ قطع می کند.

$$x = -3, -2$$

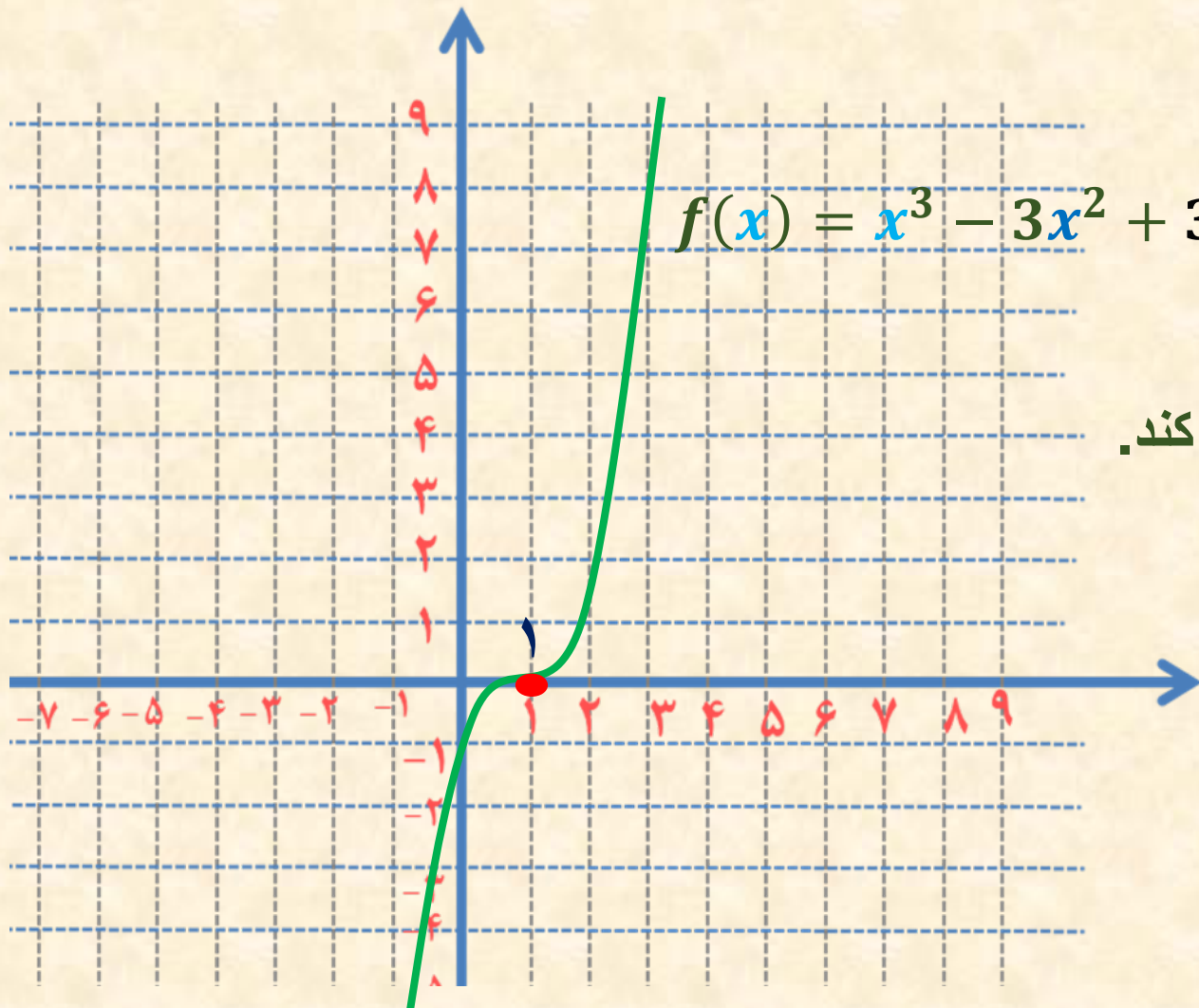
۳ معادلات زیر را به کمک رسم نمودار با استفاده از جئوجبرا حل کنید.

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \quad (\text{ث})$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

این منحنی محور طول ها را در $x = 1$ قطع می کند.

$$x = 1$$



پایان درس سوم از پودمان دوم