

تابع درجه دوم

تابع‌های زیر نمونه‌هایی از تابع درجه ۲ با دامنه \mathbb{R} هستند.

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$g(x) = -3x^2 + 5$$

تابع‌هایی را که بتوان قانون آنها را به صورت یک چندجمله‌ای درجه دوم نوشت،

یک تابع درجه دوم می‌نامند. قانون یک تابع درجه دوم در حالت کلی به صورت

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

است که در آن a و b و c اعداد حقیقی مشخصی هستند ($a \neq 0$).

ساده‌ترین تابع درجه دوم $f(x) = x^2$ است، رفتار و نمودار این تابع را بررسی می‌کنیم.

مثال ۱ : با به دست آوردن چند نقطه از تابع $f(x) = x^2$ نمودار آن را رسم کنید.

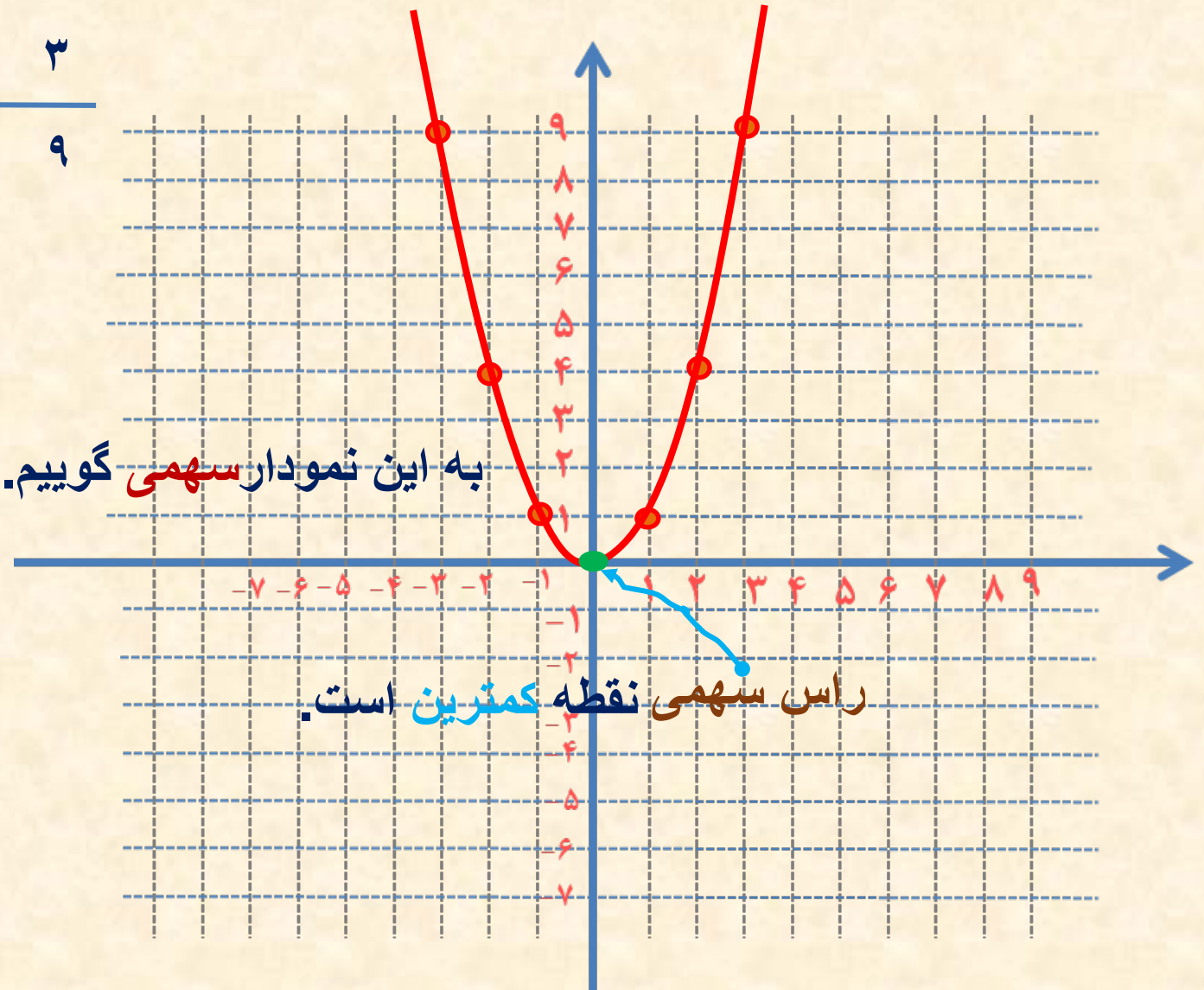
| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |
| y | ۹ | ۴ | ۱ | ۰ | ۱ | ۴ | ۹ |

$$f(x) = x^2$$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$

به این نمودار سهمی گوئیم.



راس سهمی نقطه کمترین است.

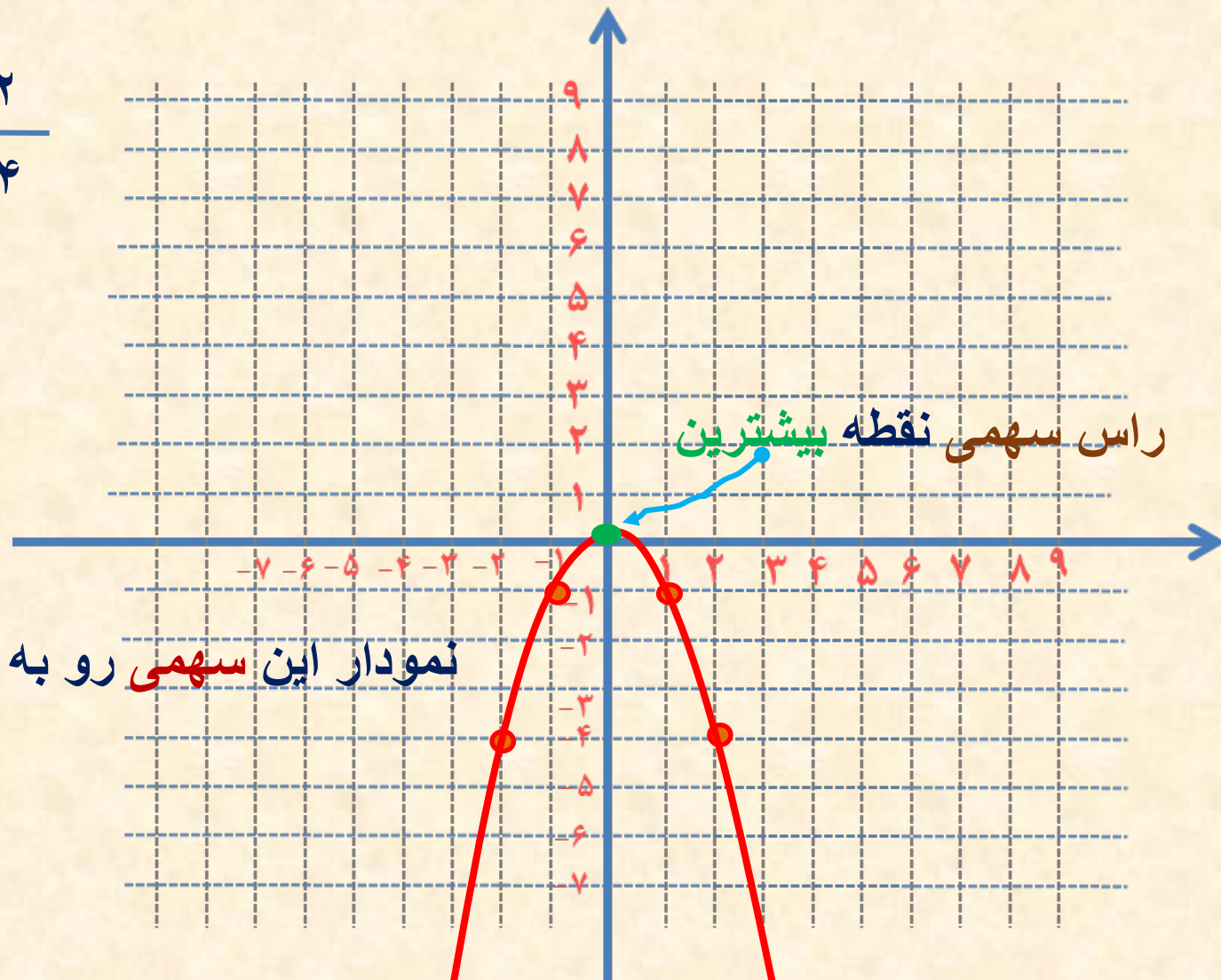
مثال ۲: با به دست آوردن چند نقطه از تابع $f(x) = -x^2$ نمودار آن را رسم کنید.

| | | | | | |
|-----|----|----|---|----|----|
| x | -2 | -1 | ۰ | ۱ | ۲ |
| y | -۴ | -1 | 0 | -1 | -۴ |

$$f(x) = -x^2$$

$$f(0) = -(0)^2 = 0$$

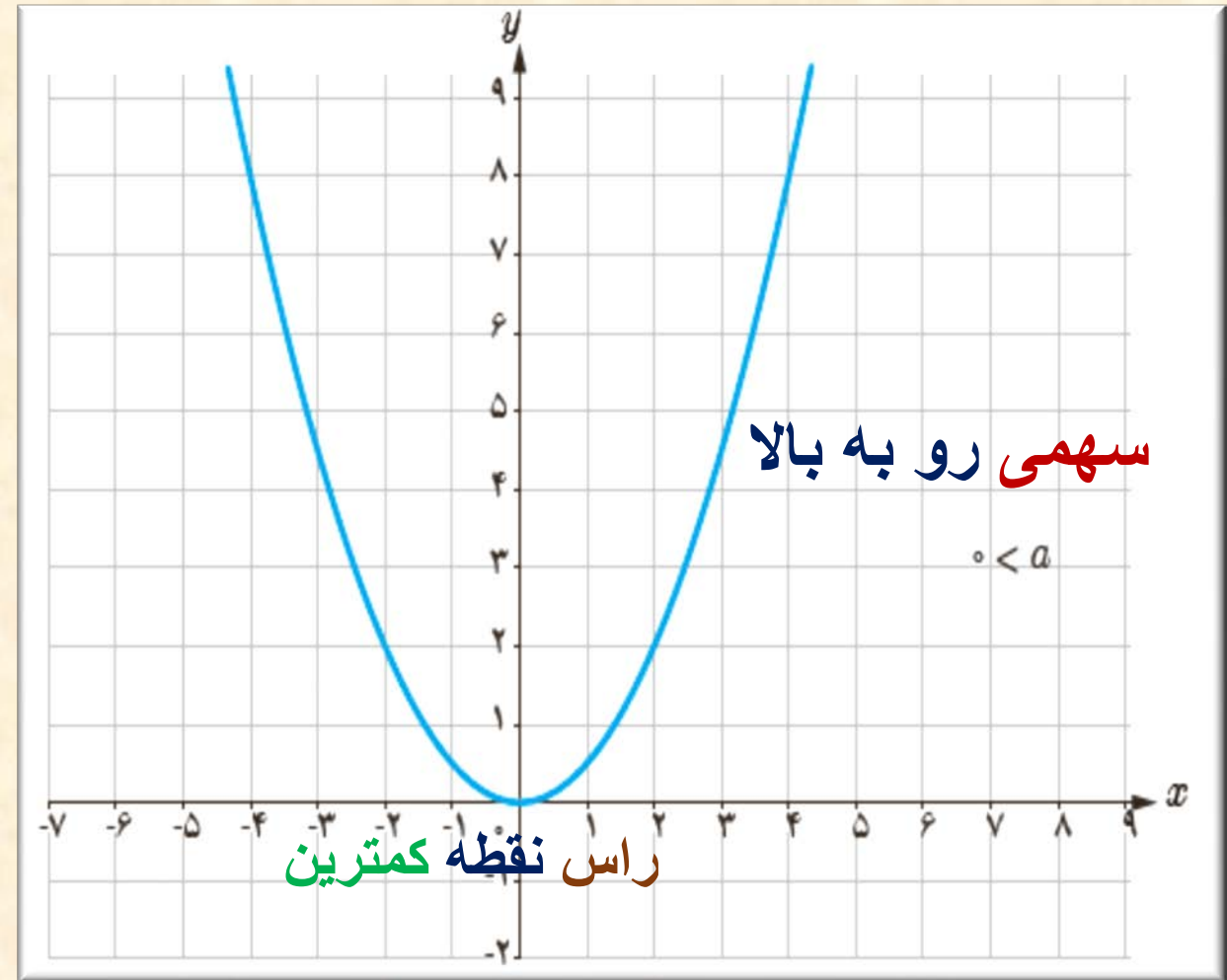
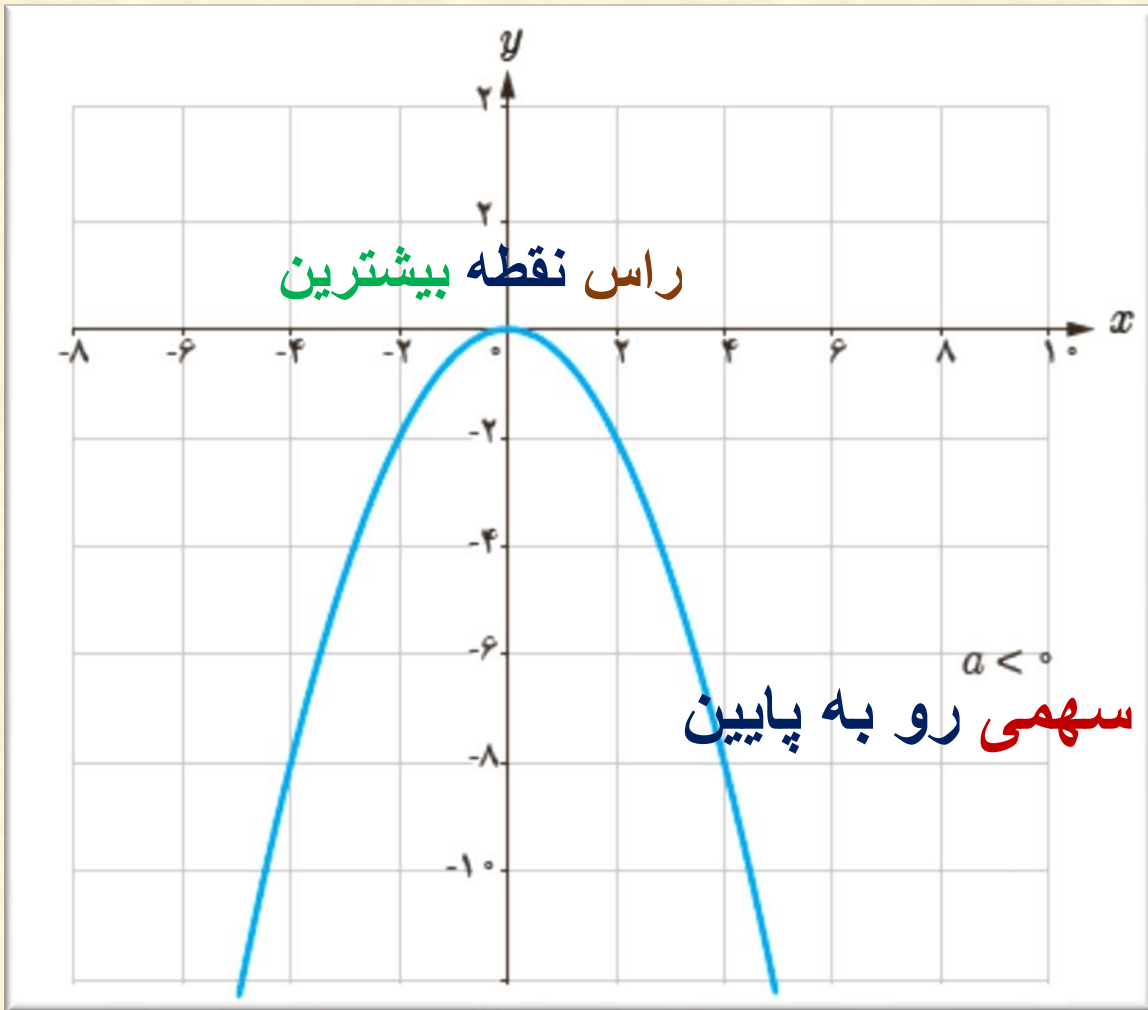
$$f(-2) = -(-2)^2 = -4$$



نمودار این سهمی رو به پایین است.

این نمودار ، همان نمودار تابع $f(x) = x^2$ است که نسبت به محور افقی قرینه شده است.

نمودار $y = ax^2$ برای حالت $a < 0$ و $a > 0$ در زیر آمده است.

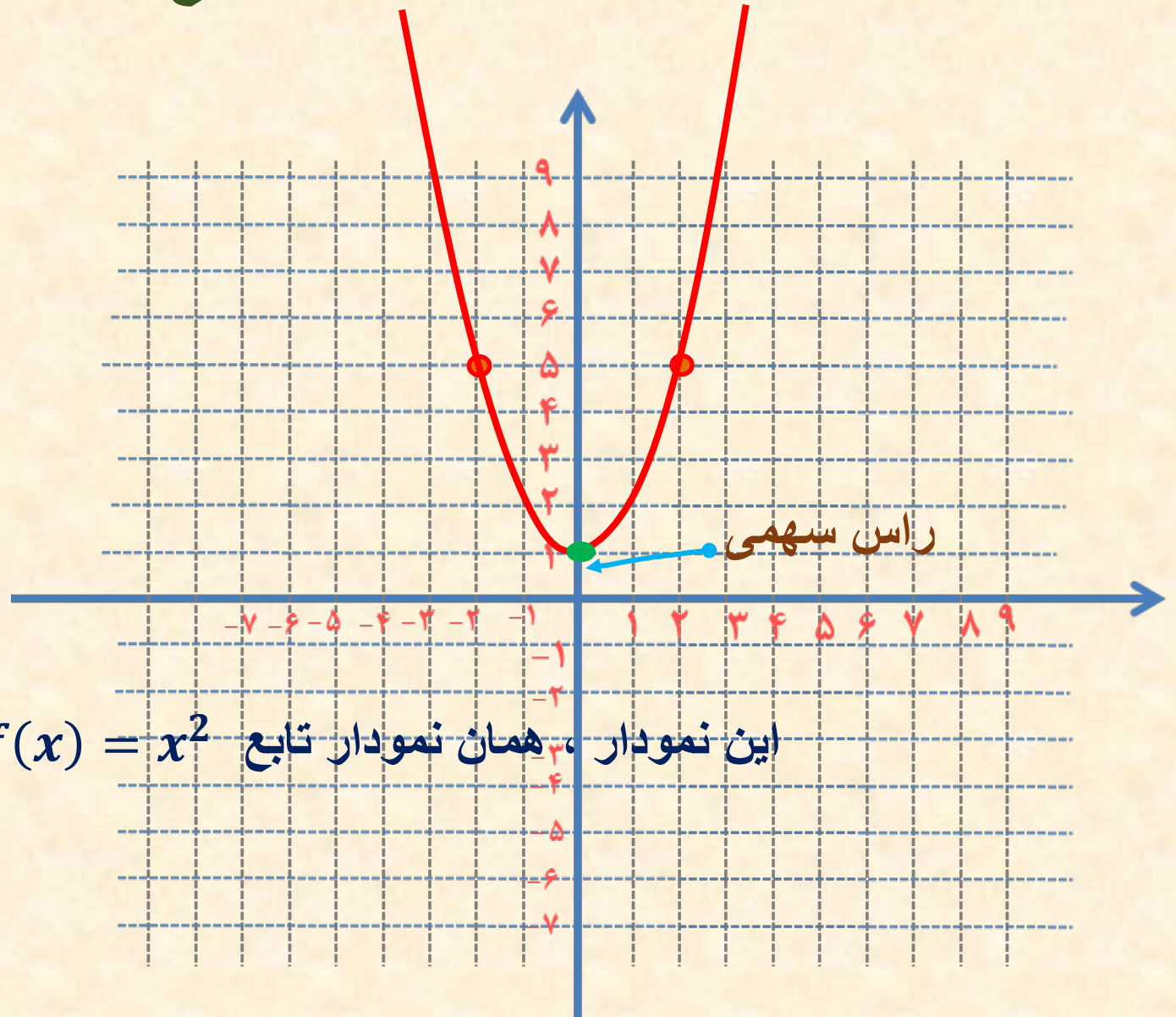


مثال ۳: با به دست آوردن سه نقطه از تابع $f(x) = x^2 + 1$ نمودار آن را رسم کنید.

| | چپ | راس | راست |
|-----|----|-----|------|
| x | -2 | 0 | 2 |
| y | 5 | 1 | 5 |

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

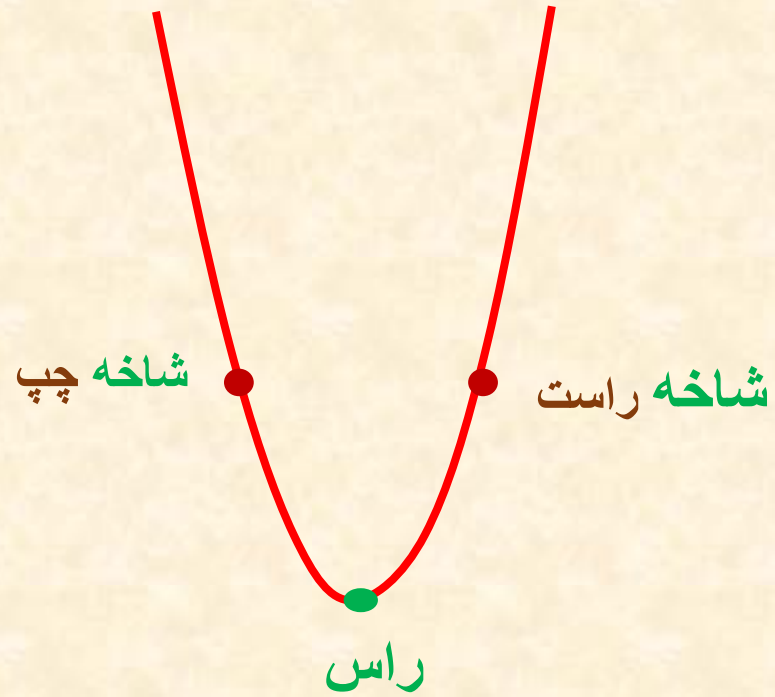


این نمودار همان نمودار تابع $f(x) = x^2$ است که یک واحد به بالا انتقال یافته است.

برای رسم سهمی سه نقطه لازم است .

۱- راس :

چون نقطه راس نقطه کمترین یا بیشترین است ،
برای به دست آوردن نقطه راس به جای x عددی
قرار می دهیم که عبارت توان دوم صفر شود.



۲- یک نقطه در شاخه راست

۳- یک نقطه در شاخه چپ

مثال ۴ : با به دست آوردن سه نقطه از تابع $f(x) = x^2 - 1$ نمودار آن را رسم کنید.

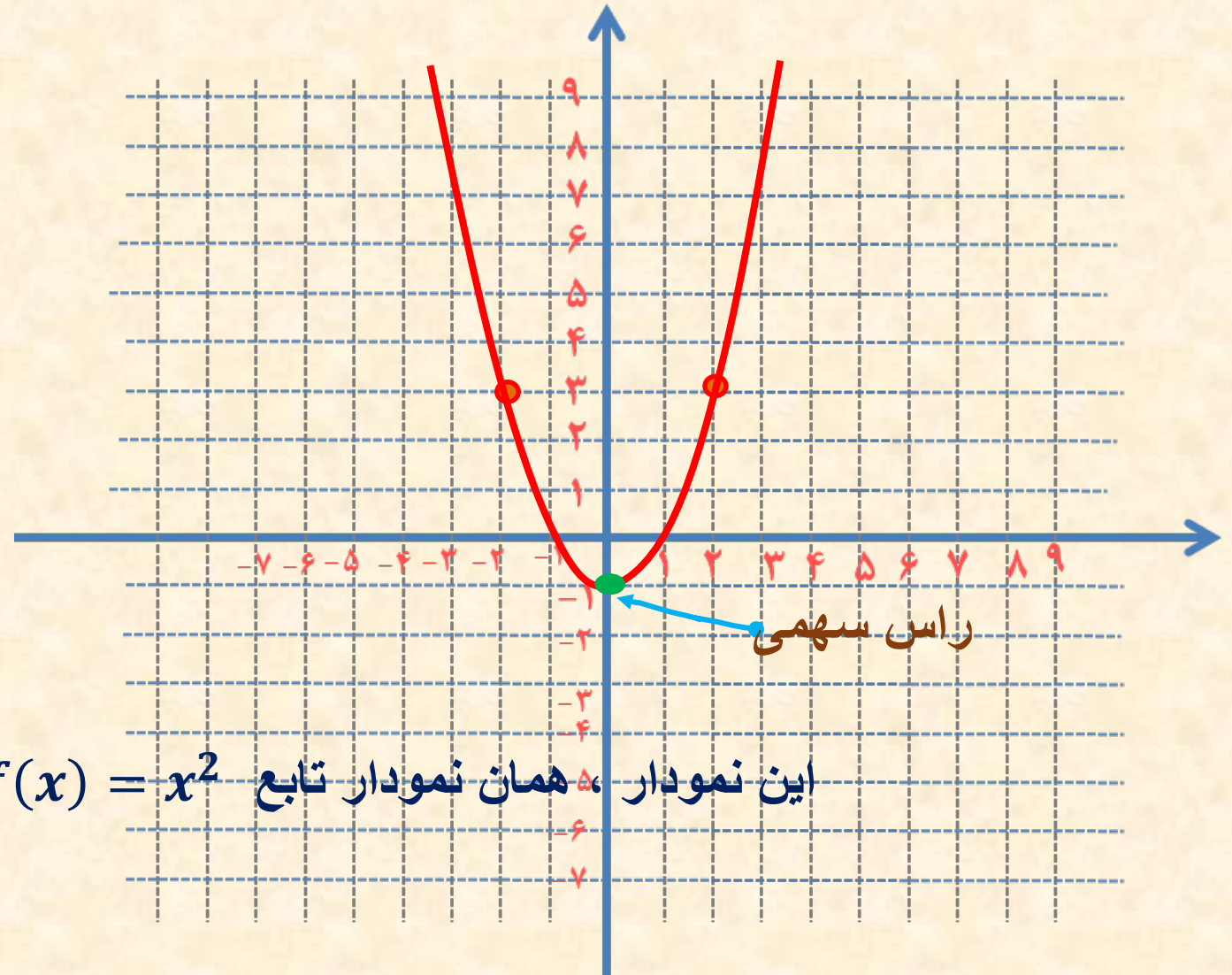
| | چپ | راس | راست |
|-----|----|-----|------|
| x | -2 | ۰ | ۲ |
| y | ۳ | -1 | ۳ |

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f(0) = 0^2 - 1 = -1$$

$$f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$$



این نمودار همان نمودار تابع $f(x) = x^2$ است که یک واحد به پایین انتقال یافته است.

مثال ۵: با به دست آوردن سه نقطه از تابع $f(x) = (x - 2)^2$ نمودار آن را رسم کنید.

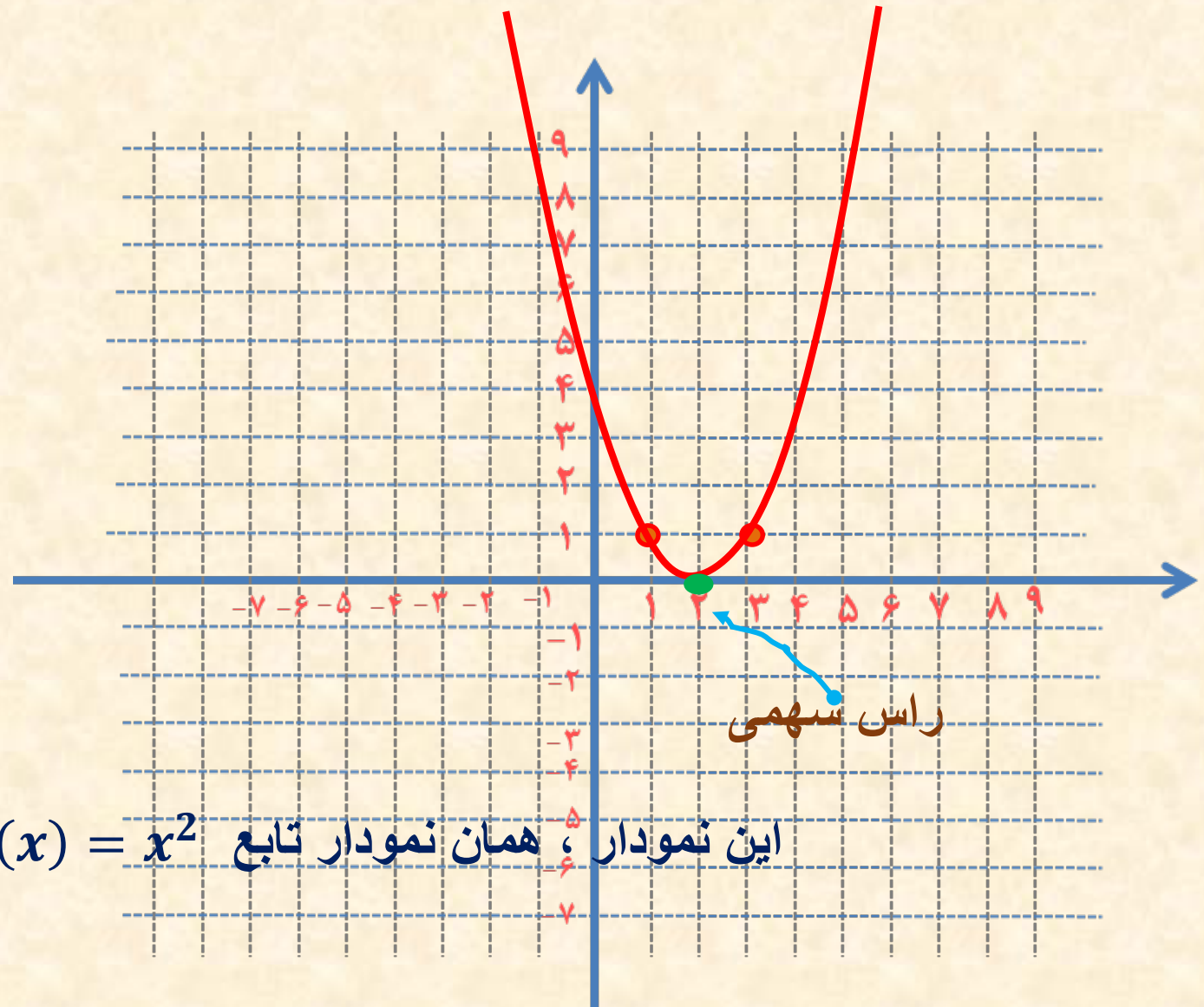
| | چپ | راس | راست |
|-----|----|-----|------|
| x | ۱ | ۲ | ۳ |
| y | ۱ | ۰ | ۱ |

$$f(x) = (x - 2)^2$$

$$f(3) = (3 - 2)^2 = 1$$

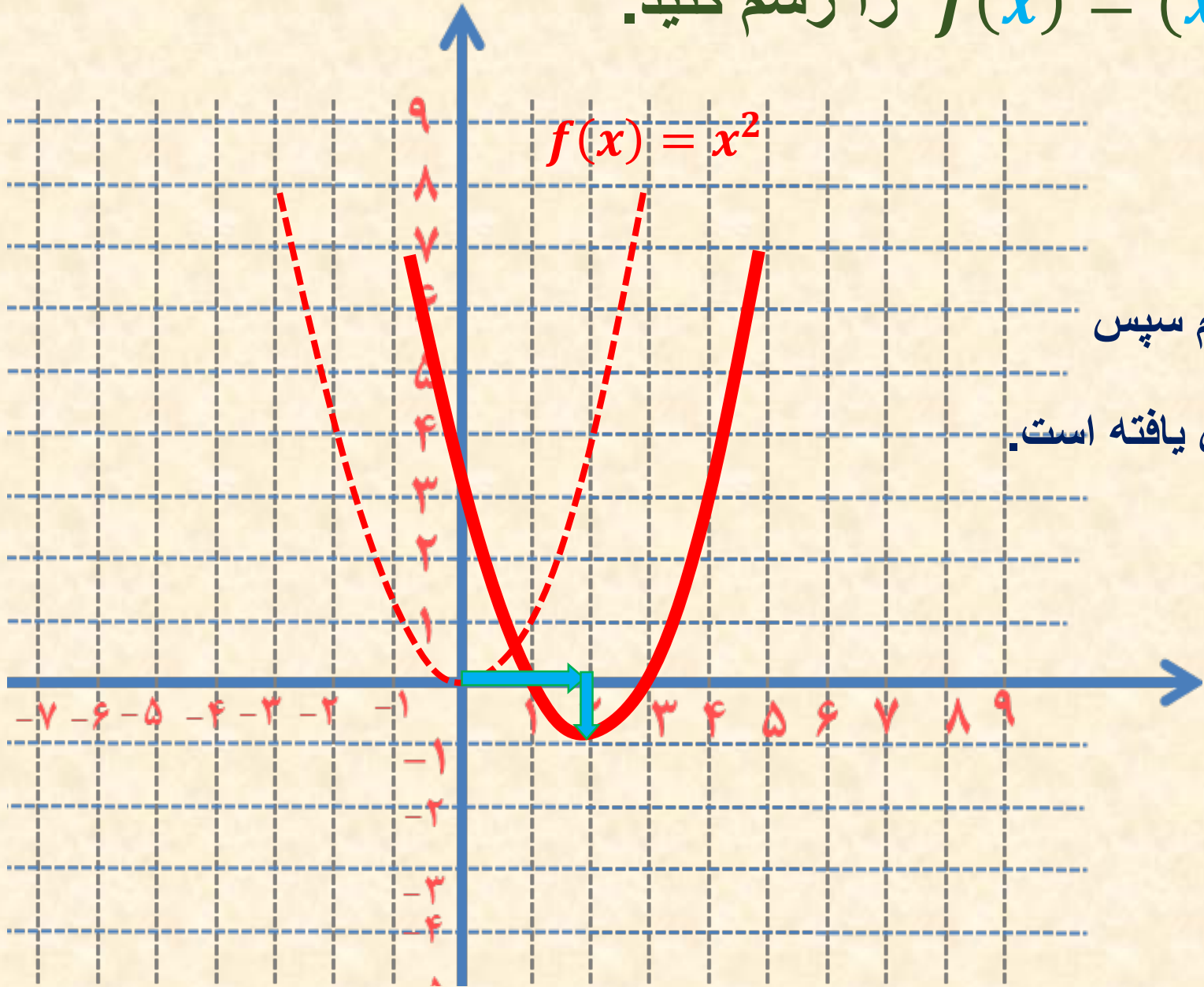
$$f(2) = (2 - 2)^2 = 0$$

$$f(1) = (1 - 2)^2 = (-1)^2 = 1$$



این نمودار، همان نمودار تابع $f(x) = x^2$ است که دو واحد به راست انتقال یافته است.

مثال ۶ : نمودار $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ را رسم کنید.



یک واحد به پایین دو واحد به راست

کافیست نمودار تابع $f(x) = x^2$ را رسم سپس
دو واحد به راست و یک واحد به پایین انتقال یافته است.

مثال ۷ : نمودار سهمی های زیر را رسم کنید.

$$f(x) = -2(x - 1)^2 + 3$$

$$f(1) = -2(1 - 1)^2 + 3 = 3$$

سهمی رو به پایین است.

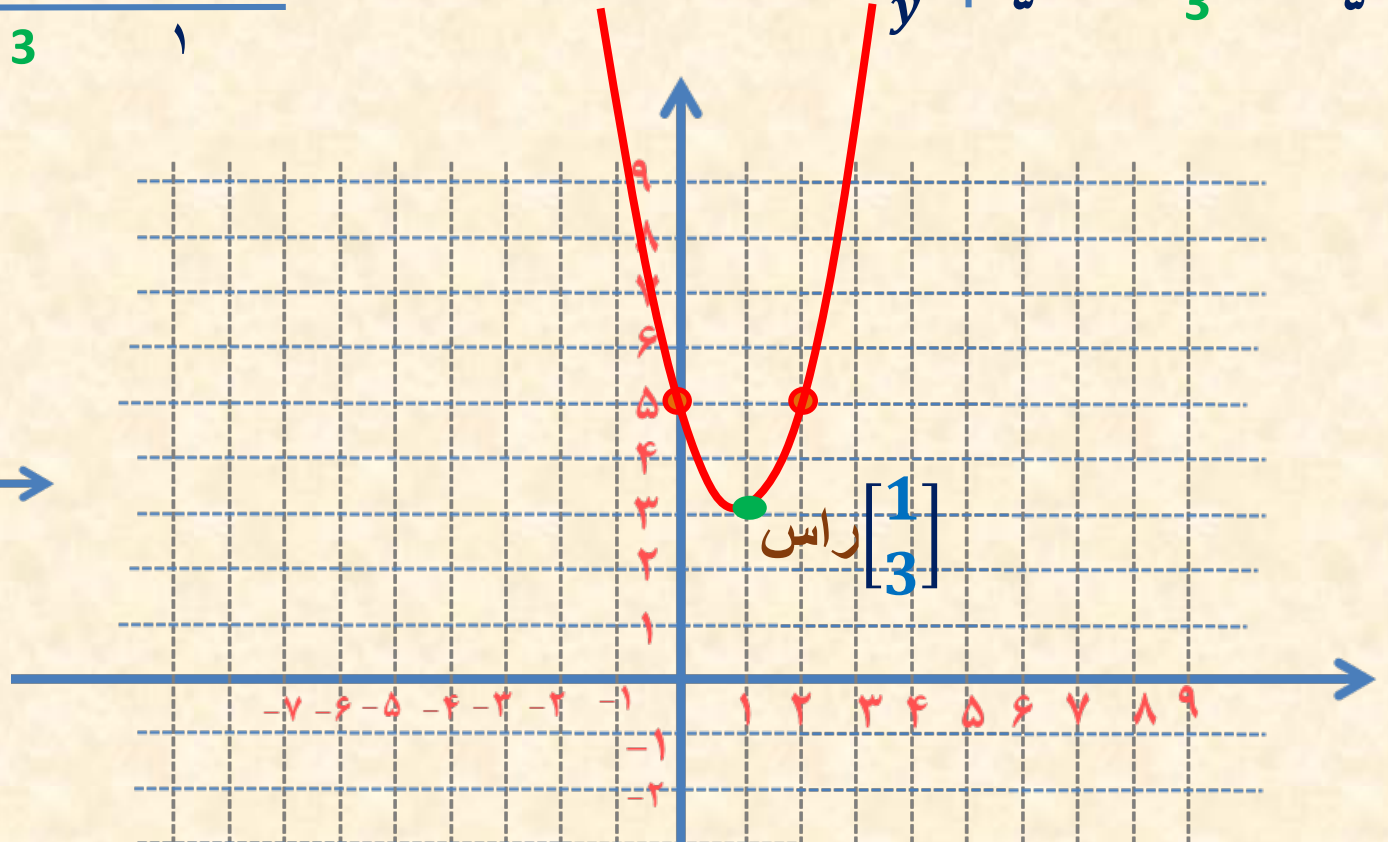
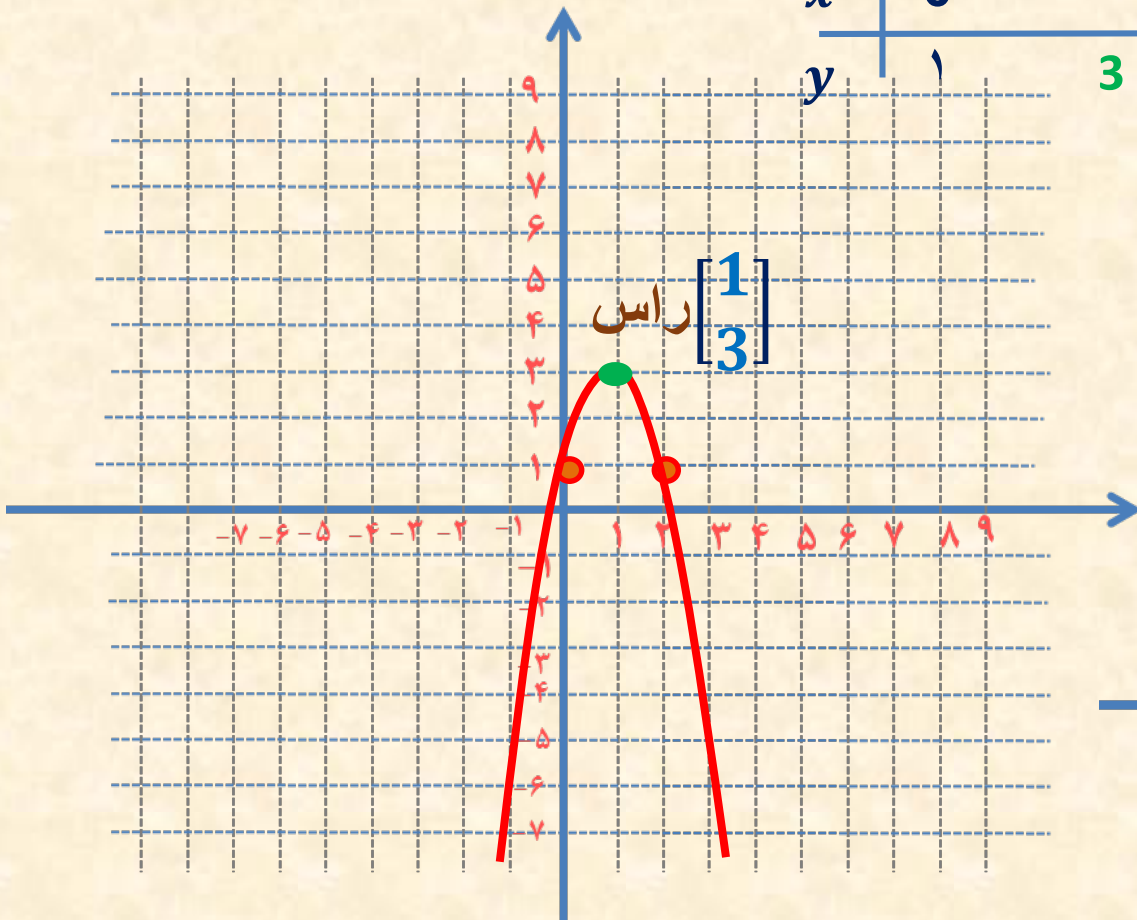
$$f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$$

$$f(1) = 2(1 - 1)^2 + 3 = 3$$

سهمی رو به بالا است.

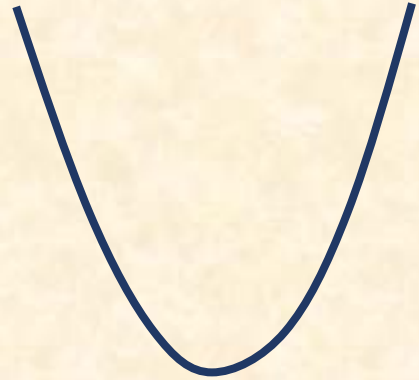
| | چپ | راس | راست |
|---|----|-----|------|
| x | 0 | 1 | 2 |
| y | 1 | 3 | 1 |

| | چپ | راس | راست |
|---|----|-----|------|
| x | 0 | 1 | 2 |
| y | 5 | 3 | 5 |



نمودار تابع $f(x) = k(x - q)^2 + p$ یک سهمی است :

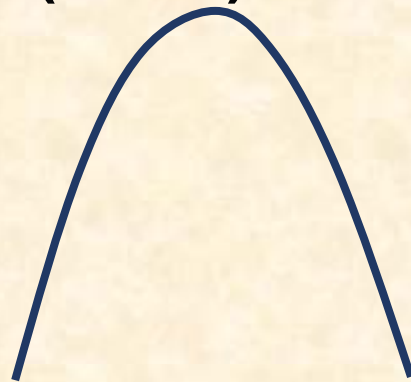
راس سهمی به مختصات $\begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix}$ است .



راس (کمترین)

مثبت : سهمی رو به بالا است .

راس (بیشترین)

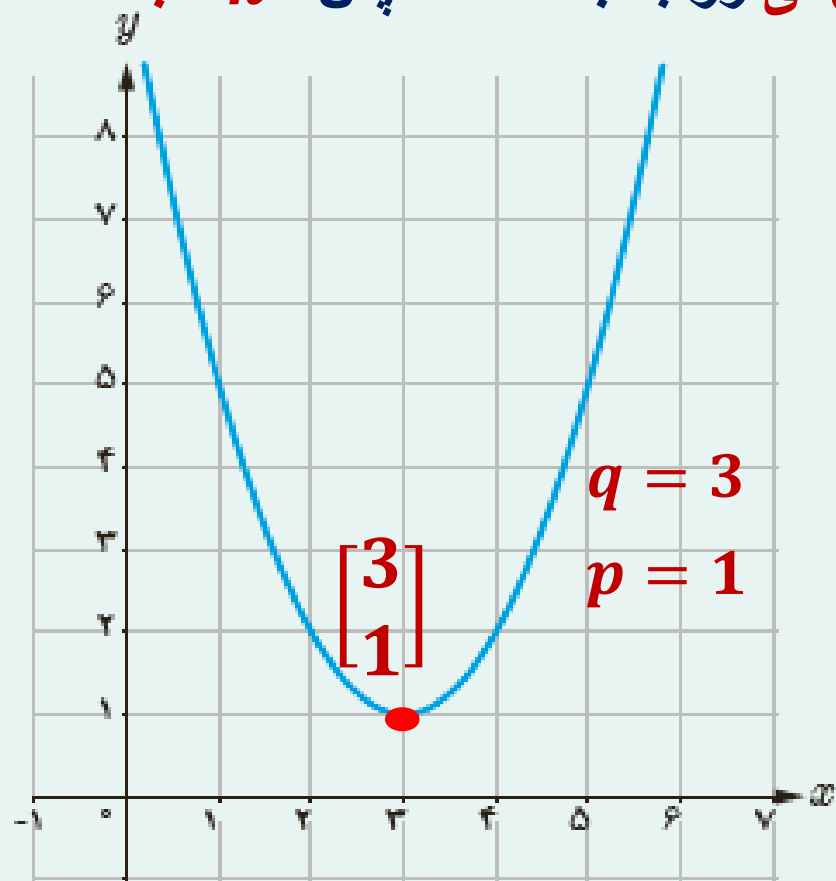


منفی : سهمی رو به پایین است .

k

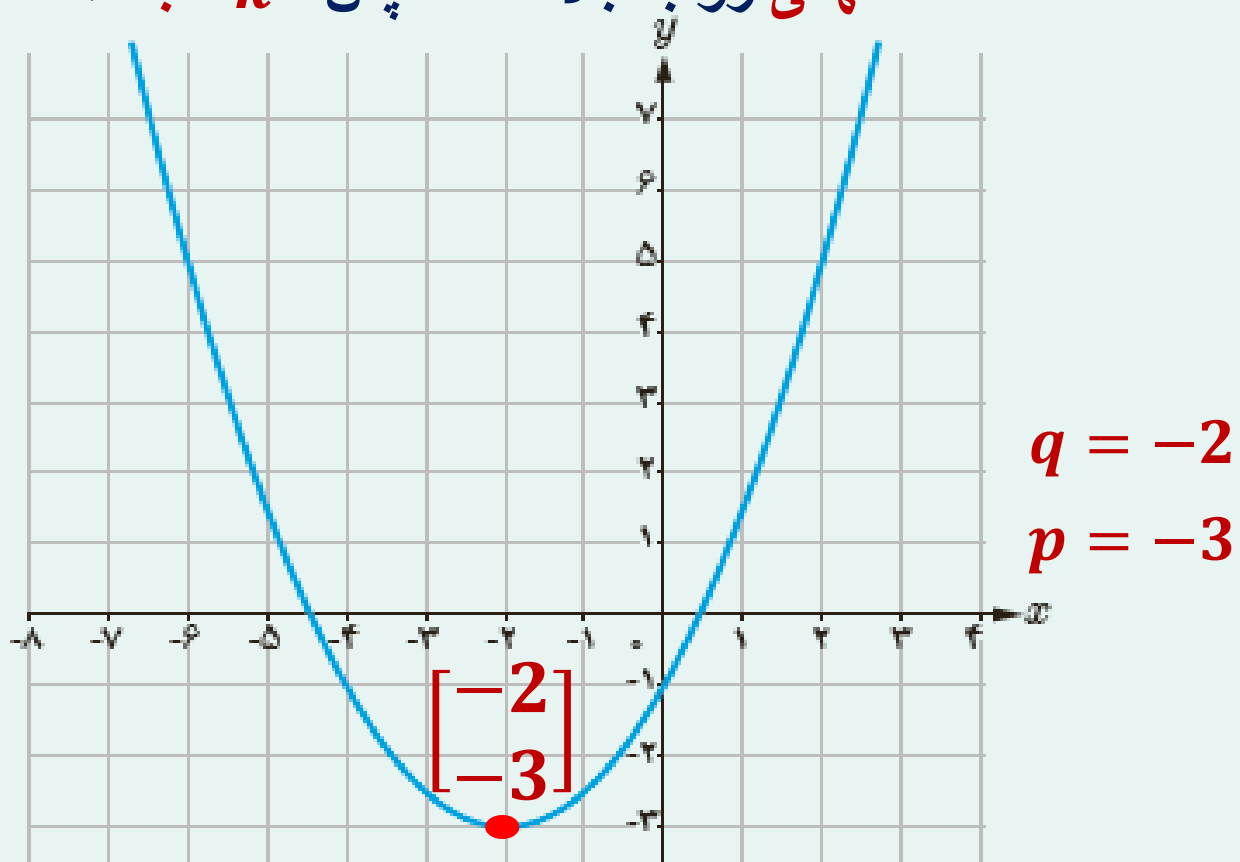
۱ نمودارهای زیر مربوط به تابع درجه دوم، $y = k(x - q)^2 + p$ هستند. علامت k و مقدار q ، p را تعیین کنید.

سهمی رو به بالا است ، پس k مثبت است.

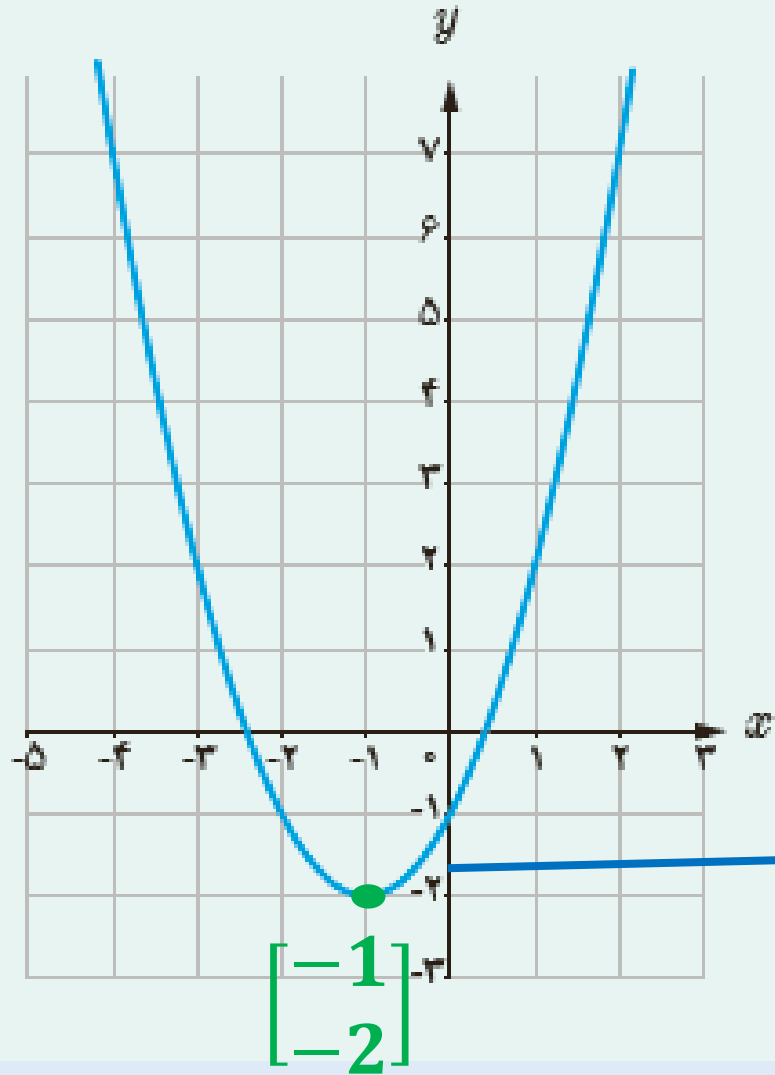


ب

سهمی رو به بالا است ، پس k مثبت است.



الف



۲ نمودار زیر مربوط به یک تابع درجه دوم است. مشخص کنید که کدام قانون، مربوط به این نمودار است.

الف) $f(x) = (x-1)^2 + 1$

ب) $f(x) = (x-1)^2 - 1$

پ) $f(x) = (x+1)^2 + 2$

ت) $f(x) = (x+1)^2 - 2$

پایان درس دوم از پودمان دوم