

بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	آموزش و پرورش ناحیه ۵ مشهد			تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۰۸ مهر مدرسه:
نام دبیر یا طراح: فدائی	تعداد سوال: ۱۴	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	 آموزشگاه متوسطه: دبیرستان دخترانه امام رضا (ع) - واحد یک سوالات امتحانی درس: حسابان ۲
ساعت شروع: ۸ صبح	شماره صندلی:	پایه: دوازدهم ریاضی	نوبت اول صبح <input checked="" type="checkbox"/>	

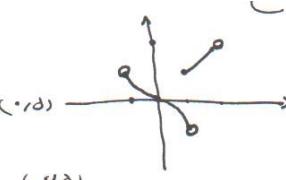
سوال	سوالات حسابان ۲	بارم
۱	تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & -1 < x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ را در نظر بگیرید: الف- نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنید. و دامنه و برد آن را مشخص کنید. ب- دامنه و برد تابع $y = 2f(-x-1) - 1$ را بیابید.	۱/۲۵
۲	اگر $g(x) = 2f(1 - \frac{x}{2})$ و نقطه $A(2, 2)$ روی نمودار g باشد نقطه متناظر A روی f به کدام صورت است؟	۱/۲۵
۳	نمودار تابع $y = \log_3(x+1)$ را دو واحد به راست انتقال داده ایم سپس شکل حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و یک واحد بالا می بریم، نمودار حاصل محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟	۱
۴	اگر باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ و $x-3$ به ترتیب ۲ و ۶ باشد باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 2x - 3$ کدام است؟	۱/۲۵
۵	اگر تابع $f = \{(-1, a-1), (0, a^2-1), (-2, a)\}$ اکیداً نزولی باشد حدود a را پیدا کنید.	۱
۶	نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید.	۱/۵
۷	اگر دوره تناوب تابع $f(x) = \sin(ax + \frac{\pi}{3})$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد. حاصل $f(\frac{5\pi}{6})$ را بدست آورید.	۱/۲۵
۸	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \pi \sin(-x) + 1$ را مشخص کنید.	۱
۹	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید و برای قسمت ب جوابهای بین صفر و 2π را بدست آورید. الف) $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = *$ ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = *$	۲/۵
۱۰	چند مثلث با اضلاع $a=1$ و $b=2$ وجود دارد که مساحت آن $\frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد.	۱/۲۵

۳/۲۵	<p>حد های زیر را پیدا کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ 2x - 2[x]}{x}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-x}{1-\sin x}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^2 + x - 1}{6x^2 - 2x + 1}$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^2 + 1}{x - x^2 + x^4}$</p> <p>ذ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2 - 4x + 4}$</p>	۱۱
۱/۲۵	نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن به چه صورتی می باشد؟	۱۲
۱/۲۵	مجانبهای افقی و قائم تابع $y = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$ را در صورت وجود بدست آورید.	۱۳
۱	اگر در تابع $f(x) = \frac{ax^2+1}{x^2-3x+2}$ فقط خط $x=2$ مجانب قائم باشد، مجانب افقی تابع $f(x)$ را بیابید.	۱۴
((موفق باشید.))		

تصحیح و نمره گذاری		نام و نام خانوادگی مصحح / دبیر		نمره نهایی پس از رسیدگی به اعتراضات		نام و نام خانوادگی مصحح / دبیر	
با حروف	با عدد			با حروف	با عدد		
		امضاء:				امضاء:	

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۰۸ مهر مدرسه:	آموزش و پرورش ناحیه ۵ مشهد آموزشگاه متوسطه: دبیرستان دخترانه امام رضا (ع) - واحد یک سوال: حسابان ۲	نام و نام خانوادگی:
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد سوال: ۱۴	نام دبیر یا طراح: فدائی
نوبت اول صبح <input checked="" type="checkbox"/>	شماره دانش آموزی:	شماره صندلی:
پایه: دوازدهم ریاضی	تعداد صفحه: ۲	کلاس: ۱۲۵۱

سوال	پاسخنامه حسابان ۲	بارم
------	-------------------	------

۱- $f(x) = \begin{cases} -x^3 & -1 < x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ 

الف) $D_f = (-1, 2)$ $R_f = (-1, 2) \cup (1, 2)$

ب) $D_g = (-3, 0)$ $R_g = (-3, 3) \cup (1, 3)$

۲- $g(x) = 2f(1 - \frac{x}{2}) = 2f(-\frac{x}{2} + 1)$

$|2| \rightarrow |1| \rightarrow |-\frac{x}{2} + 1| \rightarrow |1| \rightarrow |1|$

میکردا در به چپ $\frac{1}{2}$ است با افقی، به نسبت ۲
تقریب لغت به محور لا جا
است با محور که به نسبت ۲
افقی من افقی، به نسبت $\frac{1}{2}$
میکردا در به راست

۳- $x \rightarrow x-2$ $y = \log_p(x-2+1) = \log_p(x-1)$

تقریب لغت به محور لا جا $y = -\log_p(x-1)$

$x-b = 3 \quad u = 4$

$0 = -\log_p(x-1) + 1, \log_p(x-1) = 1$

۴- $x+1=0 \Rightarrow x=-1 \quad f(-1)=2$
 $x-4=0 \Rightarrow x=4 \quad f(4)=4$

$f(x) = (x^2 - 2x - 4)g(x) + ax + b$

$f(-1) = a(-1) + b = 2 \Rightarrow -a + b = 2$

$f(4) = 4a + b = 4$

$\begin{cases} -a + b = 2 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow a = 1 \\ -1 + b = 2 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$

$R = x + 3$

۵- $F = \{(-2, a), (-1, a-1), (0, a^3-1)\}$

$-2 < -1 \Rightarrow a > a-1 \Rightarrow 0 < a < -1 \Rightarrow a \in \mathbb{R}$ ①

$-1 < 0 \Rightarrow a-1 > a^3-1 \Rightarrow a^3 - a < 0 \Rightarrow a(a^2-1) < 0$

$a^3 - a < 0 \Rightarrow a(a^2-1) < 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < -1 \\ a = -1 \end{cases}$

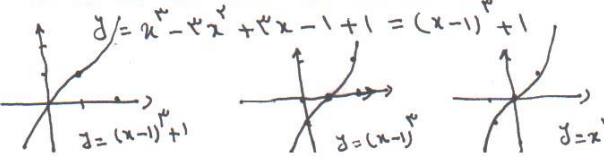
$a | -\infty \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad +\infty$
 $a^3 - a | - \quad - \quad + \quad - \quad +$

$(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ ②

① \cap ② \Rightarrow عدد $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

۶- $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$

$g(x) = x^3$



$$F(x) = \sin(ax + \frac{\pi}{4}) = \cos ax$$

$$\frac{\pi R}{|a|} = \frac{\pi}{2} \quad |a| = 2 \quad a = \pm 2 \quad F(x) = \cos 2x$$

$$F(\frac{2\pi}{4}) = \cos(2 \times \frac{2\pi}{4}) = \cos(\frac{2\pi}{2}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{2}) = -\cos \frac{\pi}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\text{MAX} = |A| + 1 = \pi + 1$$

$$\text{MIN} = -|A| + 1 = -\pi + 1$$

-۸

الف) $\sin^2 x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = -\sin 2x = \sin(-2x)$

(۱،۲۵) $2x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ $\overline{0}$

$2x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ $\overline{1}$ \rightarrow خارج السیر می کند

-۹

ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

(۱،۲۵) $2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \quad x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

$k=1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + \pi, \frac{2\pi}{3} + \pi$

-۱۰

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$$

$$k=0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$

در صورت متساویان بحث

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x| - 2[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x - 2x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x - 1}{x} = \frac{-4}{1} = -4$ (۱،۷۵) (۱۱)

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-x}{1-\sin x} = \frac{1-\frac{\pi}{2}}{1-\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{1-\frac{\pi}{2}}{0^+} = -\infty$ (۱،۷۵)

ج) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-e^{-x} + x - 1}{4x^4 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-e^{-x}}{4x^4} = -\frac{1}{4}$ (۱،۵)



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r - x^r + 1}{x - x^r + x^r} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^r}{x^r} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x} = 0 \quad (0/0)$$

$$\S) \lim_{x \rightarrow \bar{r}} \frac{r x^r - 1 x + r}{x^r - \epsilon x + \epsilon} \doteq \lim_{x \rightarrow \bar{r}} \frac{(x-r)(r x - r)}{(x-r)^r} = \lim_{x \rightarrow \bar{r}} \frac{r x - r}{x - r} = \frac{r}{0} = -\infty \quad (0/0)$$

$$x^r + x = 0 \Rightarrow x(x^r + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^r+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x(x^r+1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^r+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x(x^r+1)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$1 - x^r = 0 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1+rx^r}{1-x^r} = \frac{r}{0^-} = -\infty \quad x=1 \text{ می باشد}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1+rx^r}{1-x^r} = \frac{r}{0^+} = +\infty \quad x=-1 \text{ می باشد}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+rx^r}{1-x^r} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{rx^r}{-x^r} = -r \quad y = -r \text{ می باشد افقی}$$

$$x^r - \epsilon x + r = 0 \Rightarrow (x-r)(x-1) = 0 \Rightarrow x=2 \text{ فقط} \quad x=1 \text{ می باشد تا آنست که در صورت است}$$

$$ax^r + 1 = 0$$

$$a+1=0 \Rightarrow a=-1$$

$$f(x) = \frac{-x^r+1}{x^r-\epsilon x+r} \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^r+1}{x^r-\epsilon x+r} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^r}{x^r} = -1 \quad y = -1 \text{ می باشد افقی}$$