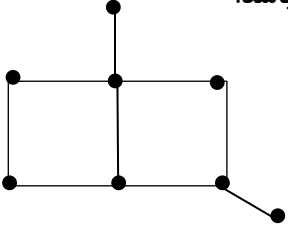


زمان پیشنهادی ۷۰ دقیقه

ردیف	سوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) هر گراف زیر گراف خودش است. ب) دوری به طول صفر دوری شامل یک راس است. ج) مکمل هر گراف منتظم گرافی منتظم است. د) گرافی که جهت دار نباشد را ساده گوئیم.	۲
۲	اعداد صحیح a_i را در نظر بگیرید و فرض کنید b_i همان اعداد هستند که با ترتیب دیگری قرار گرفته اند. نشان دهید عدد زیر زوج است. ($0 < i < 6$) $(a_1 - b_1) (a_2 - b_2) (a_3 - b_3) (a_4 - b_4) (a_5 - b_5)$	۱/۵
۳	با استفاده از روش گزاره های هم ارز نشان دهید اگر $a < 0$ آنگاه $a + \frac{1}{a} \leq -2$	۱/۵
۴	اگر عدد طبیعی a هر دو عدد صحیح $5n+2$ و $3n-5$ را عاد کند a چه اعدادی می تواند باشد.	۱/۵
۵	گزاره های زیر را اثبات یا رد کنید الف) اگر $ka kb$ آنگاه $a b$ ب) اگر $a b$ آنگاه $a^n b^n$ ج) به ازای هر n عدد $n^2 + n + 41$ حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی نیست	۲
۶	با تبدیل معادله سیاله $21x + 28y = 35$ به معادله همنهشتی آن را حل کنید.	۲
۷	با کمک همنهشتی و بسط در مبنای ۱۰ باقی مانده تقسیم عدد 70722132 را بر ۷ حساب کنید	۱/۵
۸	در یک گروه ۱۳ نفری هر نفر قول می دهد با سه نفر دیگر مکالمه تلفنی داشته باشد آیا آنها موفق به عمل به وعده خود می شوند؟ چرا؟	۱/۵
۹	کوچکترین درجه یک گراف ۳ است نشان دهید این گراف دارای یک مسیر باطول بزرگتر یا مساوی ۳ است.	۲
۱/۵	الف) گرافی ۸ راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که دقیقاً یک مجموعه احاطه گر با عدد ۲ داشته باشد. ب) گرافی ۸ راسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با عدد ۲ داشته باشد.	۱/۵

۱/۵	یک مساله کاربردی بنویسید که با گراف مدل سازی شود و با راس های احاطه گر قابل حل باشد	۱۱
۱/۵	<p>استدلال کنید که چرا عدد احاطه گری گراف زیر ۲ نمی تواند کمتر از ۳ باشد.</p> 	۱۲

کتاب ریاضیات گسسته پایه درازم رشته ریاضی گویه های استخوانی صفحه 1

۱. الف) درست (۱۷۵) ب) نادرست (۱۷۵) ج) درست (۱۷۵) د) نادرست (۱۷۵)

۲. فرض خف منحنی کنیم $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)(a_4 - b_4)(a_5 - b_5)$ عددی فرد باشد. بنابراین $a_1 - b_1$

در صورتی که این مجموع منتهی است بنابراین فرض خف باید در صحت برقرار است. $a_5 - b_5 < a_4 - b_4 < a_3 - b_3 < a_2 - b_2 < a_1 - b_1$

$$a_1 - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 + a_4 - b_4 + a_5 - b_5$$

۳. $a + \frac{1}{a} \leq -2 \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2a \leq 0$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a+1)^2 \geq 0$$

$$a \mid \delta n + r \Rightarrow a \mid r(\delta n + r) \Rightarrow a \mid r\delta n + r^2 \Rightarrow a \mid (r\delta n + r^2) - (r\delta n - r\delta) = r^2 + r\delta$$

$$a \mid r n - \delta \Rightarrow a \mid \delta(r n - \delta) \Rightarrow a \mid \delta r n - \delta^2 \Rightarrow a \mid r\delta n - \delta^2 \Rightarrow a \mid r\delta n - \delta^2 + \delta^2 = r\delta n$$

$$k \mid kb \Rightarrow kb = q(ka) \Rightarrow b = aq \Rightarrow a \mid b$$

$$a \mid b \Rightarrow b = aq \Rightarrow b^n = a^n q^n \Rightarrow b^n = q^n a^n \Rightarrow a^n \mid b^n$$

۴. حرفی که $n^2 + n + 41 = k$ عددی زوج است. از فرضی $n^2 + n + 41 = k(n+1)$ نتیجه عددی زوج است. بنابراین $n^2 + n + 41$ عددی زوج است. $k \in \mathbb{Z}$

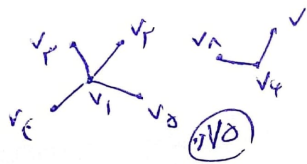
$$21x + 21y = 21 \Rightarrow 21x + 21y = 21 \Rightarrow 21x \equiv 21 \pmod{21}$$

$$\Rightarrow 21x \equiv 21 \pmod{21} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{1} \Rightarrow x = 1 + k$$

$$21(1+k) + 21y = 21 \Rightarrow 21k + 21 + 21y = 21 \Rightarrow 21y = -21k \Rightarrow y = -k$$

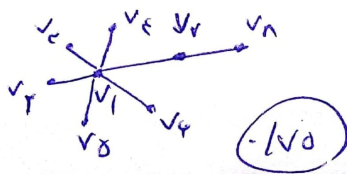
$$\Rightarrow y = -2k - 1$$

کتاب ریاضیات گسسته پایه دراز حجم رسته سازی، گرد ریاضی اسکای پارس صفحه ۳



$\{v_1, v_4\}$

۱.۰- اشد



$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$

(ب)

۱.۱- مع ۳ صفحه ۴ کتاب (۱۱۵) صفحه

