

سوالات درس امتحان: هندسه ۳		پایه : دوازدهم ریاضی		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت آزمون: ۹۰ دقیقه	
اداره آموزش و پرورش استان قم							
سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷				تاریخ امتحان: ۹۷ / ۱۰ /			
ردیف	سوالات						بارم
۱	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، $x + y + z$ را بیابید.						۱/۵
۲	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}$ یک ماتریس $3 \times 4$ باشد، به طوری که برای $i = j$ داشته باشیم $a_{ij} = 7$ و برای $i > j$ داشته باشیم $a_{ij} = i + j$ و برای $i < j$ داشته باشیم $a_{ij} = i^2$ در اینصورت ماتریس $A$ را با درایه هایش مشخص نمایید.						۱/۵
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشند، مقادیر $a$ و $b$ را طوری بدست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ قطری باشد.						۱
۴	وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ را بدست آورید.						۱
۵	اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ و $ A  \neq 0$ باشد، آنگاه دستگاه دارای جواب ..... است. و اگر $ A  = 0$ دستگاه ..... و یا اینکه دستگاه ..... دارد.						۱/۵
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 8 & -3 \\ 0 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت $ A $ را به روش بسط یا روش ساروس بیابید.						۱
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 5 A  & 3 A  \\ 3 & 2 A ^2 \end{bmatrix}$ در این صورت $( A ^3 - 2)$ را بدست آورید.						۱/۵
۸	به ازای چه مقادیری از $k$ دستگاه $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ یک دسته جواب منحصر به فرد دارد؟						۱
۹	اگر $A$ ماتریسی $3 \times 3$ باشد و $ A  = 4$ در این صورت حاصل $  A A $ گزینه است؟ الف: ۲۵۶      ب: ۱۰۲۴      ج: ۶۴      د: ۱۶						۱

۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} &amp; 1 \end{bmatrix}</math> باشد ماتریس <math>(\frac{1}{2}A)^3</math> کدام است؟</p> <p>الف: <math>I_2</math>      ب: <math>2I_2</math>      ج: <math>-2I_2</math>      د: <math>-I_2</math></p>	۱۰
۱/۵	<p>روی وجود و عدم وجود و تعداد جواب های دستگاه <math>\begin{cases} -2x + 3y = 3 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}</math> بحث کنید و در صورت وجود، جواب دستگاه را با کمک <math>A^{-1}</math> بیابید.</p>	۱۱
۱/۵	<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه را معین کنید که از خط <math>d</math> واقع بر صفحه و دو نقطه ی <math>A</math> و <math>B</math> بر روی آن به یک فاصله باشند. (حالات مختلف موجود را بیان کنید).</p>	۱۲
۱/۵	<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط <math>d</math> به فاصله ی ۳ سانتی متر و از دایره <math>C(0, 2)</math> واقع بر صفحه به فاصله ی ۲ سانتی متر باشد. سپس روی حالت های مختلف جواب بحث کنید.</p>	۱۳
۱/۵	<p>معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن <math>O(-1, 1)</math> بوده و همچنین بر دایره به معادله <math>x^2 + y^2 - 2x + 3y = -1</math> مماس بیرونی باشد.</p>	۱۴
۲	<p>معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن <math>O(2, 3)</math> باشد و بر خط <math>3x + 4y = 2</math> مماس باشد.</p>	۱۵

موفق باشید

پاسخ نامه امتحان هندسه ۳		
۱/۵	$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y + 3 \\ z - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow x = 6, y = 3$ $z - 1 = 0 \rightarrow z = 1$	۱
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 7 & 9 \end{bmatrix}$	۲
۱	$\begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 3a & -8 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} b - 3 = 0 \\ -8 + 2a = 0 \end{cases} \rightarrow b = 3, a = 4$	۳
۱	$ A  = 4 - 8 = -4$ $A^{-1} = \frac{-1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	۴
۱/۵	<p>یک جواب منحصر بفرد فاقد جواب است.... بی شمار جواب</p>	۵
۱	$ A  = [(-2)(-3)(-5) + (8 \times 2 \times 1) + (-3) \times 0 \times 2] - [(-2)(2)(2) + 8 \times 0 \times (-5) + (-3)(-3) \times 1] = -10$	۶
۱/۵	$ A  = 1 \cdot A^T - 9 A $ $1 \cdot A^T - 1 \cdot  A  = 0 \rightarrow 1 \cdot  A (A^T - 1) = 0 \rightarrow  A  = 0, \pm 1$ $ A ^T - 2 = -2, -1, -3$	۷
۱	$A = \begin{bmatrix} k & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = -2k - 3 \neq 0 \rightarrow k \neq -\frac{3}{2}$	۸
۱	$  A A  =  A ^T \times  A  =  A ^4 = 4^4 = 256$ <p>گزینه الف</p>	۹
۱	$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$ $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}A\right)^T = -I_2$ <p>گزینه د</p>	۱۰
۱/۵	$ A  = 6 - 12 = -6$ $A^{-1} = \frac{-1}{6} \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 2 \end{bmatrix}$	۱۱

۱/۵	<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط <math>d</math> به فاصله <math>y</math> مفروض باشند، دو خط <math>d_1, d_2</math> است که به موازات <math>d</math> و به آن فاصله رسم شده اند. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از باره خط <math>AB</math> به فاصله <math>y</math> مفروض باشند، عمود منصف آن باره خط است که آن را <math>d'</math> می نامیم. محل تقاطع این دو مکان، جواب مساله است. سه حالت وجود دارد: یا یکدیگر را قطع می کنند یا قطع نمی کنند و یا منطبق بر هم می شوند.</p>	۱۲
۱/۵	<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط به فاصله <math>y</math> اند، دو خط به موازات آن و در طرفین آن و به فاصله <math>y</math> مفروض <math>3</math> می باشد. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دایره به مرکز مبدا مختصات و به شعاع <math>2</math> به فاصله <math>y</math> <math>2</math> سانتی متر باشد، دایره ای است به مرکز مبدا مختصات و به شعاع <math>4</math>. محل تقاطع این دو مکان جواب مساله است. سه حالت قابل بحث است: دایره در فاصله <math>y</math> کمتر از <math>3</math> از خط باشد یا در خارج از این فاصله باشد و یا دقیقاً به فاصله <math>y</math> <math>3</math> باشد</p>	۱۳
۱/۵	$(x-1)^2 + (y+\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow r' = \frac{3}{4}, O' = (1, -\frac{3}{4})$ $d = \sqrt{(1+1)^2 + (-\frac{3}{4}-1)^2} = \frac{7}{4}$ $r = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = 2$ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$	۱۴
۲	$r = \frac{ 6+12-2 }{\sqrt{9+16}} = \frac{16}{5}$ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = \frac{256}{25}$ <p>پایان سوالات</p>	۱۵

