

نام: نام خانوادگی: کلاس: پایه: دهم انسانی شماره صندلی:	باسم تعالی اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران دیپارتمان نمونه دولتی ابوعلی سینا	درس: ریاضی تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۲ مدت امتحان: ۹۰ دقیقه نمره با عدد: نمره با حروف:
--	--	--

۱. حاصل عبارتهای زیر را به کمک اتحادها به دست آورید. (۲ نمره)

الف) $(\sqrt{4} - 1)^3 - 2\sqrt{4} + 1$

ب) $(x-2)(x+2)(x^2+2x^2+16)$

۲. عبارتهای زیر را تا حد امکان تجزیه کنید. (۲ نمره)

الف) $27x^2 + 36x + 12$

ب) $20x^2 + 10x - 3$

ج) $64 - m^3$

۳. به کمک مثلث خیام حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{4}}{3} - \frac{1}{3})^4$ را بدست آورید (نیازی به ساده کردن نیست). (۱ نمره)

۴. عبارت گویای زیر به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟ (۱ نمره)

$$\frac{x-5}{(x-5)(2x-1)}$$

۵. عبارت گویای زیر را تا حد امکان ساده کنید. (۱ نمره)

$$\frac{x^2 - 8x}{2x^2 - 8x + 8}$$

۶. حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (۲ نمره)

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+2}$$

۷. معادلات زیر را حل کنید. (۳ نمره)

الف) $x^2 - 12x + 8 = 0$ (روش تجزیه)

ب) $x(x-1) = 2$ (روش دلتا)

ج) $x^2 + \frac{0}{4}x + \frac{1}{4} = 0$ (روش مربع کامل)

۸. معادله گویای زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x^2-2x+2} = 3$$

۹. اگر حاصلضرب ریشه های معادله ی زیر برابر (-۲) باشد آنگاه مجموع ریشه های معادله چیست؟ (۱/۵ نمره)

$$mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$$

۱۰. m را چنان تعیین کنید که معادله درجه دو زیر دارای ریشه مضاعف باشد. (۱/۵ نمره)

$$mx^2 + (2m - 1)x + m = 0$$

۱۱. تابع درآمد و هزینه در یک شرکت به صورت $R(x) = -x^2 + 6x$ و $C(x) = x + 2$ می باشد. (۲ نمره)
مطلوب است:
الف) معادله سود شرکت را بدست آورید.

ب) بیشترین سود شرکت چقدر است؟

ج) نقطه سر به سر شرکت را حساب کنید.

موفق باشید

<p>نام: _____</p> <p>نام خانوادگی: _____</p> <p>کلاس: _____</p> <p>پایه: دهم انسانی</p> <p>شماره صندلی: _____</p>	<p>باسم تعالی</p> <p>اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران</p> <p>پایه پنجم</p> <p>دیپارتمان نمونه دولتی ابوعلی سینا</p>	<p>درس: ریاضی</p> <p>تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۲</p> <p>مدت امتحان: ۹۰ دقیقه</p> <p>نمره با عدد: _____</p> <p>نمره با حروف: _____</p>
---	--	---

۱. حاصل عبارتهای زیر را به کمک اتحادها به دست آورید. (۲ نمره)

الف) $(\sqrt{2}-1)^2 - 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2})(1) + 1^2 + 1 - 2\sqrt{2} + 1 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 1 - 2\sqrt{2} + 1 = 5 - 4\sqrt{2}$

$\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3\sqrt{2} - 1$

ب) $(x-2)(x+2)(x^2+4x^2+16)$

$(x^2-4)(x^2+4x^2+16) = x^4 - 7x^2$

۲. عبارتهای زیر را تا حد امکان تجزیه کنید. (۳ نمره)

الف) $27x^2 + 36x + 12 = 3(9x^2 + 12x + 4) = 3(3x+2)^2$

ب) $20x^2 + 10x - 3 = (5x-1)(5x+3)$

ج) $64 - m^2 = (4-m)(16+4m+m^2)$

۳. به کمک مثلث خیام حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3})^4$ را بدست آورید (نیازی به ساده کردن نیست). (۱ نمره)

$1(\frac{\sqrt{2}}{3})^4 - 4(\frac{\sqrt{2}}{3})^3(\frac{1}{3}) + 6(\frac{\sqrt{2}}{3})^2(\frac{1}{3})^2 - 4(\frac{\sqrt{2}}{3})(\frac{1}{3})^3 + 1(\frac{1}{3})^4$

۴. عبارت گویای زیر به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟ (۱ نمره)

$\frac{x-5}{(x-5)(2x-1)}$

$x=5$ و $x=\frac{1}{2}$

۵. عبارت گویای زیر را تا حد امکان ساده کنید. (۱ نمره)

$\frac{x^2 - 8x}{2x^2 - 8x + 8} = \frac{x(x-8)}{2(x^2 - 4x + 4)} = \frac{x(x-4)(x-4)}{2(x-2)^2}$

۶. حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (۲ نمره)

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+2} = \frac{x^2+2x+x^2+2-x^2-2x+x^2+2-x^2+1}{(x^2-1)(x^2+2)} = \frac{x^2+9}{(x^2-1)(x^2+2)}$$

۷. معادلات زیر را حل کنید. (۳ نمره)

الف) $x^2 - 12x + 8 = 0$ (روش تجزیه)

$$f(x^2 - 12x + 8) = f(x-2)(x-1) \quad x_1 = 2, x_2 = 1$$

ب) $x(x-1) = 2$ (روش دلتا)

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a=1$
 $b=-1$
 $c=-2$

$x_1 = 2$
 $x_2 = -1$

ج) $x^2 + \frac{1}{7}x + \frac{1}{49} = 0$ (روش مربع کامل)

$$x^2 + \frac{1}{7}x + \left(\frac{1}{14}\right)^2 = -\frac{1}{49} + \left(\frac{1}{14}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{14}\right)^2 = -\frac{1}{49} + \frac{1}{196} = \frac{-4+1}{196} = \frac{-3}{196}$$

$$x + \frac{1}{14} = \pm \sqrt{\frac{-3}{196}} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-3}{196}} - \frac{1}{14} \Rightarrow$$

$x_1 = \frac{1}{14} - \frac{\sqrt{3}}{14} = \frac{1-\sqrt{3}}{14}$
 $x_2 = -\frac{1}{14} + \frac{\sqrt{3}}{14} = \frac{-1+\sqrt{3}}{14}$

۸. معادله گویای زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x^2-2x+2} = 2 \Rightarrow \frac{2x-2+1-2(x-2)^2}{(x-2)^2} = 0$$

$$\frac{2x-2+1-2(x^2-2x+2)}{(x-2)^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x-2+1-2x^2+4x-4}{(x-2)^2} = 0 \Rightarrow \frac{-2x^2+14x-5}{(x-2)^2} = 0$$

$$-2x^2+14x-5=0$$

$x_1 = 2$
 $x_2 = \frac{5}{2}$

۹. اگر حاصلضرب ریشه های معادله ی زیر برابر (-۳) باشد آنگاه مجموع ریشه های معادله چیست؟ (۱/۵ نمره)

$$mx^2 - 2m^2x + m - 2 = 0$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{m-2}{m} = -3 \Rightarrow \boxed{m=1}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-(-2m^2)}{m} = \frac{2 \times 1}{1} = \boxed{2}$$

۱۰. m را چنان تعیین کنید که معادله درجه دو زیر دارای ریشه مضاعف باشد. (۱/۵ نمره)

$$mx^2 + (2m-1)x + m = 0$$

شرط مضاعف $\Delta = 0$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(2m-1)^2 - 4 \times m \times m = 0$$

$$4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 = 0$$

$$-4m + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{m = \frac{1}{4}}$$

۱۱. تابع درآمد و هزینه در یک شرکت به صورت $R(x) = -x^2 + 7x$ و $C(x) = x + 4$ می باشد. (۲ نمره)

مطلوب است:

الف) معادله سود شرکت را بدست آورید.

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$-x^2 + 7x - (x + 4) = -x^2 + 7x - x - 4 = \boxed{-x^2 + 6x - 4}$$

ب) بیشترین سود شرکت چقدر است؟

$$P_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = \frac{6}{2} \quad \left| \quad -\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{6}{2}\right) - 4 = \frac{9}{2}\right.$$

ج) نقطه سر به سر شرکت را حساب کنید.

$$-x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\begin{matrix} \rightarrow x_1 = 1 \\ \rightarrow x_2 = 4 \end{matrix}$$

موفق باشید