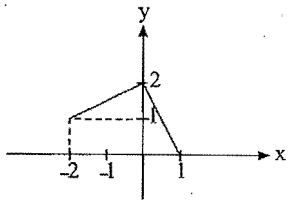
بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	اداره آموزش و پرورش استان تهران	تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۱۲
نام درس: ریاضی	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۶	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
رشته: تجربی	دبیرستان نخبگان علامه طباطبایی	تعداد سوالات: ۹
پایه تحصیلی: دوازدهم	نخبگان سخت کوشانند	تعداد صفحات: ۲
شماره کلاس:		نیاز به ماشین حساب دارد ○ ندارد ●
		نیاز به پاسخ نامه دارد ● ندارد ○

امتحانات

۱. نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت مقابل است. نمودار تابع $y=f(x+1)+2$ را رسم کنید. (۱/۵)



۲. توابع f و g با ضابطه‌های زیر مفروض هستند: (۲)

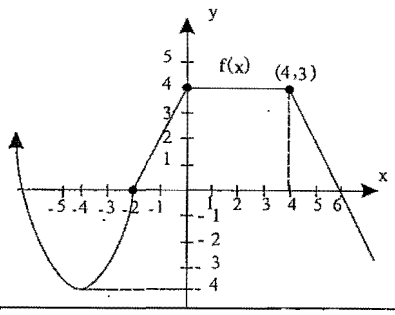
$f(x)=x^2+1 \qquad g(x)=\sqrt{-x}-2$

الف) دامنه‌ی fog

ب) در صورت وجود ضابطه‌ی gof را بنویسید.

۳. اگر $f=\{(5,3)(8,9)(-1,0)(3,12)\}$ و $g=\{(9,11)(8,3)(0,6)(4,1)(5,3)\}$ باشد در این صورت fog و gof را بنویسید. (۲)

۴. با استفاده از نمودار تابع $f(x)$ که در شکل زیر رسم شده است، بازه‌هایی که تابع در آن‌ها صعودی، نزولی یا ثابت است را معلوم کنید. (۲)



۵. تابع معکوس تابع $f(x)=(x-1)^3-2$ را بیابید. (۱/۵)

۶. دورهٔ تناوب، ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید. (۲)

۱) $f(x)=4\sin 5x \qquad$ ۲) $g(x)=-\frac{3}{2}\cos(\frac{1}{4}x)$

۷. معادلات زیر را حل کنید. (۳)

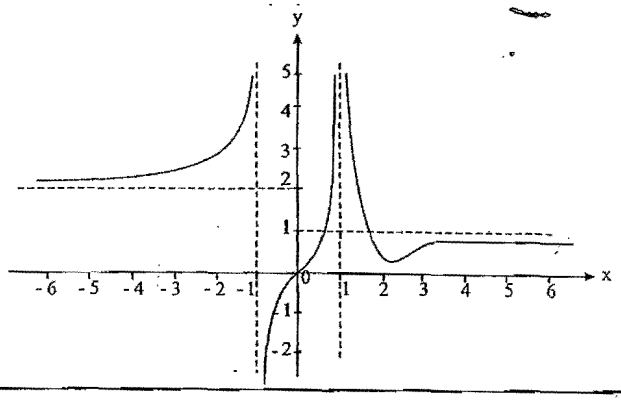
الف) $\sin 2x+3\cos x=0$

ب) $4\sin(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{2})=1$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳

۸. نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:



الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$

پ) $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$

ت) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

ث) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

۳

۹. حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x\to-۸} \frac{۲x+۱۶}{\sqrt[۳]{x}+۲}$$

$$\lim_{x\to-۶} \frac{۹}{(x+۶)^۲}$$

$$\lim_{x\to۳^+} \frac{۱-۵x}{x^۲-۹}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi^+}{۲}} \tan x$$

$$\lim_{t\to-\infty} \frac{۱-۵t^۲}{t^۲+۳t}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

پاسخ ریاضی دوازدهم

تاریخ : وقت : دقیقه

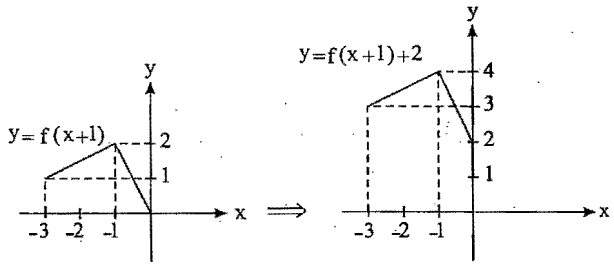
نام و نام خانوادگی : تعداد سوالات: ۱۴

موضوع

سریال: ۹۱۷۸۲۸

معین کرمی

۱. باید نمودار $y=f(x)$ را یک واحد به چپ و ۲ واحد به بالا منتقل کنیم تا نمودار $y=f(x+1)+2$ حاصل شود.



۲.

$f(x)=x^2+1 \qquad g(x)=\sqrt{-x}-2$

$Df=R \qquad Dg: x\le 0$

$$Dfog(x)=\{x|x\in Dg\ ,\ g(x)\in Df\}=\left\{x|x\le 0\ ,\ \underset{\downarrow\ x\le 0}{\sqrt{-x}}-2\in R\right\}\Rightarrow Dfog=x\le 0$$

$gof(x)=\sqrt{-x^2-1}-2\Rightarrow -x^2-1\ge 0\Rightarrow x\in\varnothing\Rightarrow$ ضابطه gof وجود ندارد.

۳.

$fog=\{(8,12)(5,12)\}$

$gof=\{(8,11)(-1,6)\}$

$fog:\{x\in Dg\ ,\ g(x)\in Df\}$	$gof:\{x\in Df\ ,\ f(x)\in Dg\}$
$9\to 11\to\times$	$5\to 3\to\times$
$8\to 3\to 12\to(8,12)$	$8\to 9\to 11\to(8,11)$
$0\to 6\to\times$	$-1\to 0\to 6\to(-1,6)$
$4\to 1\to\times$	$3\to 12\to\times$
$5\to 3\to 12\to(5,12)$	

۴.

$$f(x)=\begin{cases}-\frac{3}{2}x+9 & x>4\\ 3 & 0<x\le 4\\ \frac{3}{2}x+3 & -2<x\le 0\\ (x+4)^2-4 & x\le -2\end{cases}$$

در بازه های $(-\infty,-4]\ ,\ [4,+\infty)$ تابع نزولی اکید

در بازه‌ی $[0,4]$ ثابت

در بازه‌ی $[-4,0]$ اکیداً صعودی است.

رأس سهمی $(-4,-4)$ است.

در $[-4,4]$ صعودی و در $[0,+\infty]$ نزولی است.

۵. باید در ضابطهٔ تابع، x را برحسب y حل کنیم، که داریم:

$$f(x)=(x-1)^3-2\Rightarrow y=(x-1)^3-2\Rightarrow (x-1)^3=y+2\Rightarrow x-1=\sqrt[3]{y+2}$$

$$\Rightarrow x=1+\sqrt[3]{y+2}\Rightarrow y=f^{-1}(x)=1+\sqrt[3]{x+2}$$

۶. دورهٔ تناوب توابع $y=a\sin bx$ و $y=a\cos bx$ برابر با $T=\frac{2\pi}{|b|}$ و ماکزیمم آن‌ها $|a|$ و مینیمم آن‌ها $-|a|$ است.

۱) $f(x)=4\sin 5x\to T=\frac{2\pi}{5}\ ,\ max=4\ ,\ min=-4$

۲) $g(x)=-\frac{3}{2}\cos(\frac{1}{4}x)\to T=\frac{2\pi}{\frac{1}{4}}=8\pi\ ,\ max=|-\frac{3}{2}|=\frac{3}{2}\ ,\ min=-|-\frac{3}{2}|=-\frac{3}{2}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۷.

نکته: $\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha \quad , \quad \cos u = ۰ \Rightarrow u = k\pi + \frac{\pi}{۲}$

نکته: $\sin u = \sin v \to u = ۲k\pi + v \ , \ u = ۲k\pi + \pi - v$

الف) $\sin ۲x + ۳\cos x = ۰ \Rightarrow ۲\sin x\cos x + ۳\cos x = ۰ \Rightarrow \cos x(۲\sin x + ۳) = ۰$

$\cos x = ۰ \Rightarrow \boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{۲}}$, $۲\sin x + ۳ = ۰ \Rightarrow \sin x = -\frac{۳}{۲}$ غ ق ق

ب) $۴\sin(\frac{x}{۲})\cos(\frac{x}{۲}) = ۱ \Rightarrow ۲ \times ۲\sin(\frac{x}{۲})\cos(\frac{x}{۲}) = ۱ \Rightarrow ۲\sin ۲(\frac{x}{۲}) = ۱$

$\Rightarrow ۲\sin x = ۱ \Rightarrow \sin x = \frac{۱}{۲} = \sin\frac{\pi}{۶}$

$\Rightarrow \boxed{x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}}$, $x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} = \boxed{۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}}$

۸.

با توجه به شکل داریم:

الف) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = ۲$

ب) $\lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x) = +\infty$

پ) $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x) = -\infty$

ت) $\lim\limits_{x\to۱^-} f(x) = +\infty$

ث) $\lim\limits_{x\to۱^+} f(x) = +\infty$

ج) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = ۱$

۹.

۱۰. می‌دانیم: $\boxed{a^۳ + b^۳ = (a+b)(a^۲ - ab + b^۲)}$

حد صورت و مخرج کسر در $x = -۸$ برابر صفر است. پس باید عامل صفر شونده $x + ۸$ را حذف کنیم. برای این کار صورت و مخرج کسر را در عامل $(\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴)$ ضرب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to-۸}\frac{۲x+۱۶}{\sqrt[۳]{x}+۲} = \lim_{x\to-۸}\frac{۲x+۱۶}{\sqrt[۳]{x}+۲} \times \frac{(\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴)}{(\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴)} = \lim_{x\to-۸}\frac{۲\cancel{(x+۸)} \times (\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴)}{\cancel{(x+۸)}}$$

$$= ۲ \times (\sqrt[۳]{(-۸)^۲} - ۲\sqrt[۳]{-۸} + ۴) = ۲(۴ + ۴ + ۴) = ۲۴$$

۱۱. می‌دانیم: $\boxed{\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^+} = +\infty \quad \text{و} \quad \frac{\text{عدد منفی}}{۰^+} = -\infty}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس