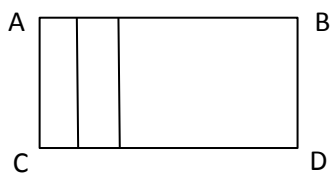
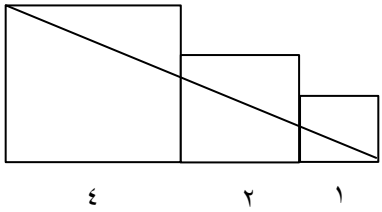


<p>درس: ریاضی ۲ تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۸ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه نمره با عدد: نمره با حروف:</p>	<p>باسم تعالی اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا</p>	<p>نام: نام خانوادگی: کلاس: پایه: یازدهم تجربی شماره صندلی:</p>
بارم	سؤال	ردیف
۱	در مثلث ABC که $A(2, 3)$ و $B(0, -1)$ و $C(4, 5)$ معادله ارتفاع BH را بدست آورید.	۱
۱/۵	در شکل زیر مساحت قسمت هاشور خورده چیست؟	۲
۱	مجموع مربعات ریشه‌های معادله $X^2 - X - \sqrt{3}X + \sqrt{3} = 0$ را بدست آورید.	۳

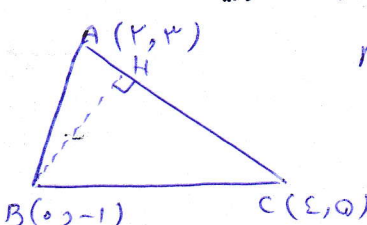
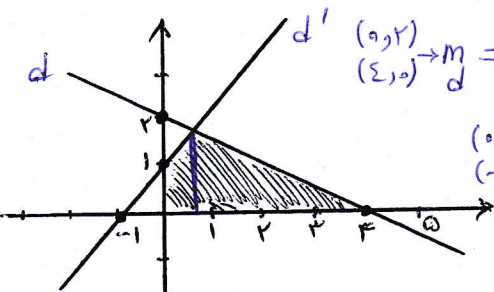
۱	<p>با ۸۰ متر ریسمان، شکل مقابل را ساخته ایم. بیشترین مقدار مساحت مستطیل ABCD چقدر می باشد؟</p> 	۴
۱	<p>معادله $\sqrt{3+X} = \frac{2}{\sqrt{X+3}} + 1$ چند ریشه حقیقی دارد؟ آنها را محاسبه کنید.</p>	۵
۱/۵	<p>با توضیح مراحل رسم، نقاطی را معین کنید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند و از نقطه C به فاصله ۳cm باشد. (توجه داشته باشید برای رسم فقط مجاز به استفاده از پرگار و خطکش هستید.)</p>	۶

۱/۵	<p>۷ در شکل مقابل سه مربع به اضلاع ۴، ۲ و ۱ واحد کنار هم قرار گرفته‌اند، مساحت دوزنقه رنگی چقدر است؟</p> 	۷
۱	<p>۸ دامنه تابع $F(X) = \frac{\frac{1}{X-3} + \frac{1}{X-1}}{\frac{4X}{X-1} - 3}$ را محاسبه کنید.</p>	۸
۲	<p>۹ اولاً ثابت کنید تابع $F(X) = \frac{-3X+2}{X+4}$ یک به یک است. سپس ضابطه معکوس آنرا محاسبه کنید.</p>	۹

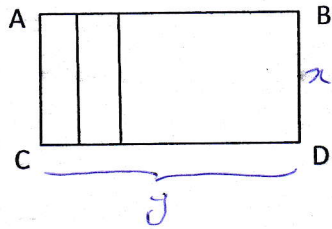
۱/۵	<p>۱۰ اگر $f = \{(-1, 1), (1, 2), (0, 4), (2, 0)\}$ و $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ باشند، اولاً دامنه f و دامنه g را معین کنید. ثانیاً تابع $2f - 3g$ را بنویسید.</p>	۱۰
۱/۵	<p>۱۱ تابع $F(X) = [x] - x$ را در فاصله $[-2, 2]$ رسم کنید.</p>	۱۱
۱/۵	<p>۱۲ اگر $\left[\frac{2x+1}{3}\right] = 3$ باشد، آنگاه بیشترین مقدار $\left[\frac{1-x}{2}\right]$ چقدر است؟</p>	۱۲

۱/۵	<p>۱۳ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ بصورت مقابل باشد، تابع $y = 1 - 2f(x)$ را رسم کنید.</p>	۱۳
۲/۵	<p>۱۴ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>۱- $(a > 0) \quad x \leq a \longrightarrow \dots\dots\dots$</p> <p>۲- $y = x - a + x - b \rightarrow R_f = \dots\dots\dots$</p> <p>۳- یک سهمی همواره منفی است هرگاه $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$.</p> <p>۴- اگر نسبت تشابه دو شکل متشابه K باشد نسبت تناسب محیط‌های آنها $\dots\dots\dots$ و نسبت تناسب مساحت‌های آنها $\dots\dots\dots$ است.</p> <p>۵- هرگاه وسط‌های دو ضلع مثلثی را به هم وصل کنیم پاره‌خط حاصل $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ ضلع سوم مثلث است.</p> <p>۶- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن عکس ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، بصورت $\dots\dots\dots$ است.</p> <p>۷- نمودار مقابل مربوط به تابع $\dots\dots\dots$ است.</p> <p>۸- اگر $x \notin \mathbb{Z}$ نباشد، $[-x] = \dots\dots\dots$.</p> <p>۹- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{[x] - x}$ برابر $\dots\dots\dots$ است.</p> <p>۱۰- جمع یک عدد و معکوس آن، نمی‌تواند عددی در فاصله $\dots\dots\dots$ باشد.</p>	۱۴

نام: _____ نام خانوادگی: _____ کلاس: _____ پایه: یازدهم تجربی شماره صندلی: _____	باسرتعالی اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا	درس: ریاضی ۲ تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۸ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه نمره با عدد: _____ نمره با حروف: _____
--	--	---

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>در مثلث ABC که $A(2, 3)$ و $B(0, -1)$ و $C(4, 5)$ معادله ارتفاع BH را بدست آورید.</p>  $m_{AC} = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow m_{BH} = -1$ $BC: y+1 = -1(x-0) \Rightarrow y = -x-1$	۱
۲	<p>در شکل زیر مساحت قسمت هاشور خورده چیست؟</p>  $\begin{aligned} (0, 2) \rightarrow (4, 0) &\rightarrow m_d = \frac{0-2}{4-0} = -\frac{1}{2} \Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ (0, 1) \rightarrow (1, 0) &\rightarrow m_{d'} = \frac{0-1}{1-0} = -1 \Rightarrow d': y = -x + 1 \end{aligned}$ $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2}x + 2 = -x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 1 \Rightarrow x = 2$ $\rightarrow y = \frac{5}{2}$ $S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\text{مثلث بزرگ}} - S_{\text{مثلث کوچک}} = \frac{4 \times 2}{2} - \frac{1 \times 1}{2} = \frac{8}{2} - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = \frac{14}{4}$	۱/۵
۳	<p>مجموع مربعات ریشه‌های معادله $X^2 - X - \sqrt{3}X + \sqrt{3} = 0$ را بدست آورید.</p> $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 + \sqrt{3}, \alpha \cdot \beta = \sqrt{3}$ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (1 + \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} = 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} = 4$	۱

با ۸۰ متر ریسمان، شکل مقابل را ساخته ایم. بیشترین مقدار مساحت مستطیل ABCD چقدر می باشد؟



$$2x + y = 80 \rightarrow y = 80 - 2x$$

$$S_{ABCD} = xy = x(80 - 2x) = -2x^2 + 80x$$

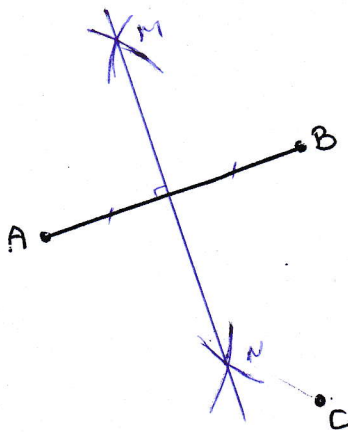
$$x_{\frac{S}{x}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-80}{-4} = 10 \Rightarrow S_{\text{Max}} = -2(10)^2 + 80(10) = 200$$

معادله $\sqrt{3+x} = \frac{2}{\sqrt{x+3}} + 1$ چند ریشه حقیقی دارد؟ آنها را محاسبه کنید.

$$\sqrt{3+x} = \frac{2}{\sqrt{x+3}} + 1 \rightarrow x+3 = 2 + \sqrt{x+3} \rightarrow \sqrt{x+3} = A \rightarrow A^2 - A - 2 = 0$$

$$\rightarrow (A-2)(A+1) = 0 \quad \begin{cases} A=2 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 2 \rightarrow x+3 = 4 \Rightarrow x=1 \\ A=-1 \rightarrow \sqrt{x+3} = -1 \quad X \end{cases}$$

با توضیح مراحل رسم، نقاطی را معین کنید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند و از نقطه C به فاصله ۳cm باشد. (توجه داشته باشید برای رسم فقط مجاز به استفاده از پرگار و خط کش هستید.)



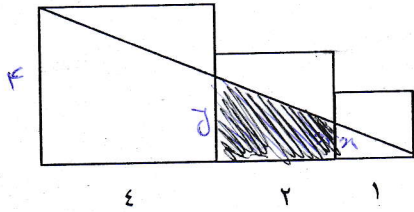
ابتدا عمودنصف باره خط AB را رسم می کنیم. از نقطه A و B اندازه برابر از نصف AB. دو مکان را رسم می کنیم تا عمودنصف باره

نقاط M و N قطع نمایند. خط MN عمودنصف

باره خط AB است پس از نقطه روی آن، از A و B سه فاصله مساوی. بزرگتر و کوچکتر ۳cm را رسم می کنیم

حل بر ضرر را به عمودنصف جواب می دهیم

در شکل مقابل سه مربع به اضلاع ۲، ۴ و ۱ واحد کنار هم قرار گرفته‌اند، مساحت ذوزنقه رنگی چقدر است؟



۱/۵

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{4} \rightarrow x = \frac{4}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{y}{4} \Rightarrow y = \frac{12}{4}$$

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(\frac{4}{4} + \frac{12}{4}) \times 2}{2} = \frac{14}{2}$$

دامنه تابع $F(X) = \frac{1}{X-3} + \frac{1}{X-1}$ را محاسبه کنید.

$$x-3=0 \rightarrow x=3$$

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

$$\frac{\sum n}{n-1} - 3 = 0 \rightarrow \sum n = 3n - 3 \rightarrow n = -3$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1, 3, -3\}$$

اولاً ثابت کنید تابع $F(X) = \frac{-3X+2}{X+4}$ یک به یک است. سپس ضابطه معکوس آنرا محاسبه کنید.

$$y_1 = y_2 \rightarrow \frac{-3x_1+2}{x_1+4} = \frac{-3x_2+2}{x_2+4} \Rightarrow -3x_1x_2 - 12x_1 + 2x_2 + 4x_1 = -3x_2x_1 - 12x_2 + 2x_1 + 4x_2$$

$$\rightarrow 12x_1 = 12x_2 \rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = \frac{-3x+2}{x+4} \xrightarrow{\text{عع}} x = \frac{-3y+2}{y+4} \Rightarrow xy + 4x = -3y + 2 \Rightarrow 1 + 4x - 3y = -3y + 2 \Rightarrow xy + 4x = -3y + 2$$

$$xy + 4x = -3y + 2 \Rightarrow y(x+3) = 2-4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{x+3}$$

۱۰ اگر $f = \{(-1, 1), (1, 2), (0, 4), (2, 0)\}$ و $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ باشند، اولاً دامنه f و دامنه g را معین کنید. ثانياً تابع $2f - 3g$ را بنویسید.

$$D_f = \{-1, 1, 0, 2\}$$

$$1-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \rightarrow D_g = [-1, 1]$$

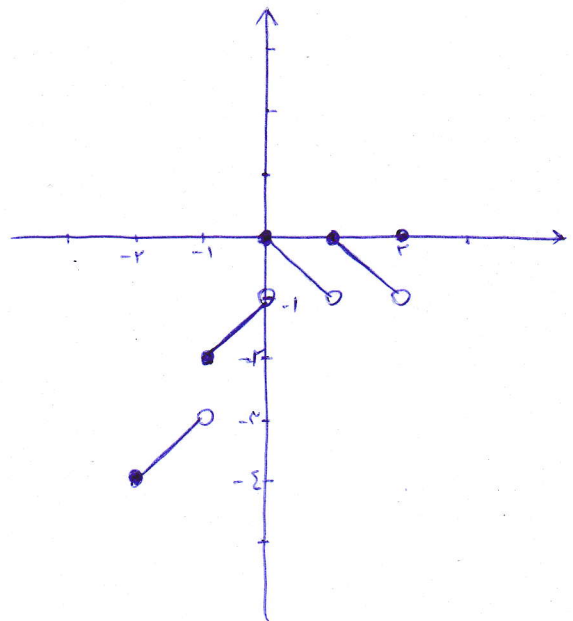
$$D_f \cap D_g = \{-1, 1, 0\}$$

$$2f - 3g = \{(-1, 2-0), (1, 4-0), (0, 8-3)\} = \{(-1, 2), (1, 4), (0, 5)\}$$

۱/۵

۱۱ تابع $F(x) = [x] - |x|$ را در فاصله $[-2, 2]$ رسم کنید.

$$\begin{aligned} -2 \leq x < -1 &\rightarrow y = -2 + x & \begin{array}{|c|c|} \hline -2 & -1 \\ \hline -2 & -1 \\ \hline \end{array} \\ -1 \leq x < 0 &\rightarrow y = -1 + x & \begin{array}{|c|c|} \hline -1 & 0 \\ \hline -1 & 0 \\ \hline \end{array} \\ 0 \leq x < 1 &\rightarrow y = -x & \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 1 \leq x < 2 &\rightarrow y = 1 - x & \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ x = 2 &\rightarrow & \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & \\ \hline 2 & \\ \hline \end{array} \end{aligned}$$



۱/۵

۱۲ اگر $\left\lfloor \frac{2x+1}{3} \right\rfloor = 3$ باشد، آنگاه بیشترین مقدار $\left\lfloor \frac{1-x}{2} \right\rfloor$ چقدر است؟

$$3 \leq \frac{2x+1}{3} < 4 \Rightarrow 9 \leq 2x+1 < 12 \Rightarrow 8 \leq 2x < 11 \Rightarrow 4 \leq x < \frac{11}{2}$$

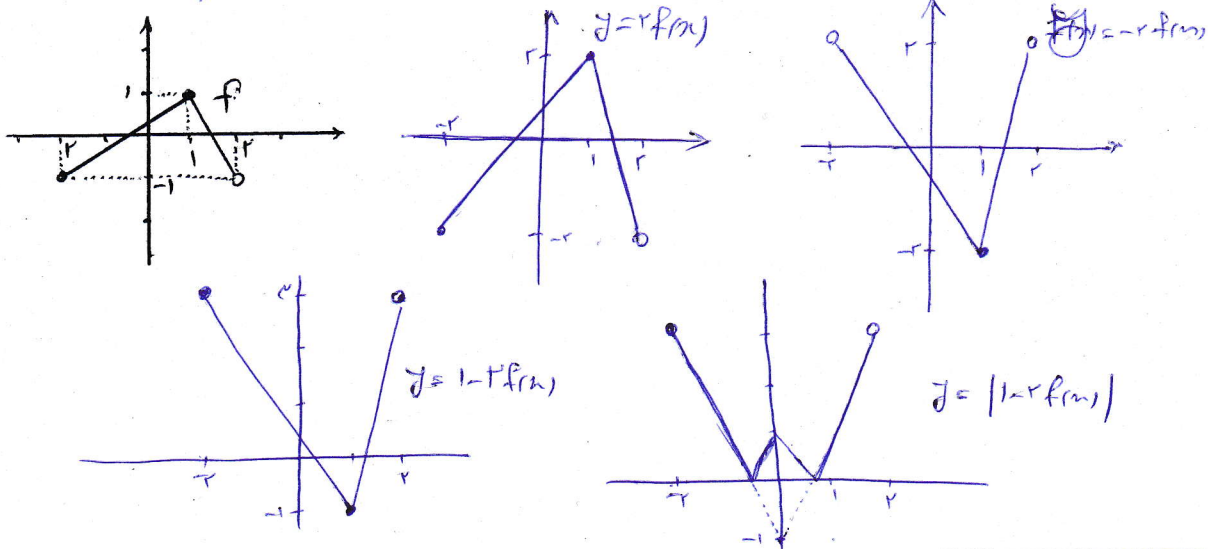
$$\rightarrow -4 \geq -x > -\frac{11}{2} \rightarrow -3 \geq 1-x > -\frac{9}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} \geq \frac{1-x}{2} > -\frac{9}{2}$$

$$\rightarrow -1, 0, \frac{1-x}{2} > -2, 0 \rightarrow \left\lfloor \frac{1-x}{2} \right\rfloor = -2, -3$$

بیشترین مقدار برابر -2 است.

۱/۵

اگر نمودار تابع $y = f(x)$ بصورت مقابل باشد، تابع $y = |1 - 2f(x)|$ را رسم کنید. (بصورت خطی)



۱/۵

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۱- $(a > 0) \quad |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$

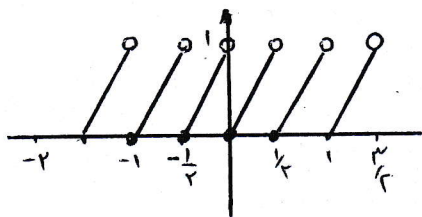
۲- $y = |x - a| + |x - b| \rightarrow R_f = [a, b]$

۳- یک سهمی همواره منفی است هرگاه $a < 0$ و $\Delta < 0$.

۴- اگر نسبت تشابه دو شکل متشابه K باشد نسبت تناسب محیط‌های آنها K و نسبت تناسب مساحت‌های آنها K^2 است.

۵- هرگاه وسط‌های دو ضلع مثلثی را به هم وصل کنیم پاره‌خط حاصل \dots و \dots ضلع سوم مثلث است.

۶- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن عکس ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، بصورت



۲/۵

است $cx^2 + bx + a = 0$.

$y = 2x - [x]$

۷- نمودار مقابل مربوط به تابع \dots است.

۸- اگر $x \notin \mathbb{Z}$ نباشد، $[-x] = -1 - [x]$.

۹- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{[x] - x}$ برابر $x \in \mathbb{Z}$ است.

۱۰- جمع یک عدد و معکوس آن، نمی‌تواند عددی در فاصله $(-2, 2)$ باشد.

