

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.	۰.۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف G را $\dots\dots\dots$ می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: $\dots\dots\dots$ د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در $\dots\dots\dots$ لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل $\dots\dots\dots$ کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵، ۶ به ترتیب ۲، ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a بر ۳۰ بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ بر ۱۳ بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $29000x + 5000y = 2000x + 5000y$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	«بقیه سؤالات در صفحه دوم»	

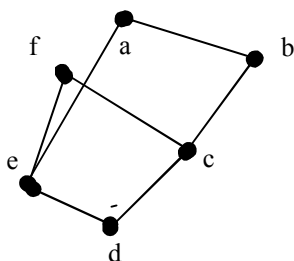
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

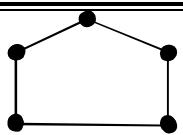
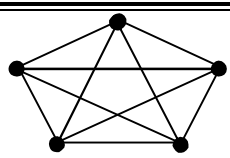
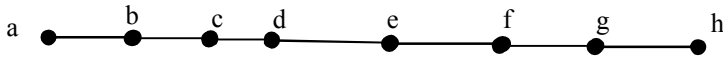
۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 4$, $x_5 \geq 2$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
۲۰		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب	۰/۵
۲	الف) ۰/۵ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب	۱/۵
۳	۰/۲۵ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب	۱/۵
۴	صفحه ۱۶ کتاب $\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$	۱/۵
۵	صفحه ۲۱ کتاب $\underbrace{27 \equiv 1}_{(-/5)} \Rightarrow \underbrace{(27)^y \equiv 1^y}_{(-/25)} \Rightarrow \underbrace{(27)^y + 19 \equiv 1^y + 19 = 20}_{(-/25)} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 7 \cdot / 5$	۱/۵
۶	صفحه ۲۷ کتاب $2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 4 \cdot / 25 \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$	۱/۵
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب	۲



مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																										
۱	 <p>(ب) ۰/۵</p>	<p>الف) ۰/۵</p>  <p>صفحه ۴۲ کتاب</p>	۸																									
۱/۵	 <p>صفحه ۵۴ کتاب</p>	<p>الف) ۰/۵</p> <p>ب) ۰/۵ $\{a, d, g\}$</p> <p>ج) ۰/۵ $\{a, d, e, h\}$</p> <p>لطفاً به پاسخ‌های دیگر برای قسمت‌های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p>	۹																									
۱	<p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت $\{a, h, f, b\}$ است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می‌آید. ۰/۵</p>	<p>صفحه ۴۷ کتاب</p>	۱۰																									
۱/۵	<p>الف) ۰/۵ $4! \times 6!$ ب) ۰/۵ $5! \times 4!$ ج) ۰/۵ $3! \times 7!$</p>	<p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱۱																									
۱	<p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 2 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$ ۰/۲۵</p> <p>$y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5$ ۰/۲۵ $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1}$ (۰/۵)</p>	<p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱۲																									
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>C_1</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> </tr> <tr> <td>C_2</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> </tr> <tr> <td>C_3</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> </tr> <tr> <td>C_4</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> </tr> </table>		۱	۲	۳	۴	C_1	T_1	T_2	T_3	T_4	C_2	T_4	T_1	T_2	T_3	C_3	T_3	T_4	T_1	T_2	C_4	T_2	T_3	T_4	T_1	<p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ‌های ممکن است، لطفاً به پاسخ‌های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p>	۱۳
	۱	۲	۳	۴																								
C_1	T_1	T_2	T_3	T_4																								
C_2	T_4	T_1	T_2	T_3																								
C_3	T_3	T_4	T_1	T_2																								
C_4	T_2	T_3	T_4	T_1																								

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱/۵												
۱۵	<p>تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> </table> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p>		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱/۵
	•	•	•											
•	•	•	•											
•	•	•	•											

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»