

فصل سوم: تابع

درس ۱: مفهوم تابع

۱. با توجه به رابطه‌های داده شده، جدول مربوطه را تکمیل کنید.

x	۱	۵	۳	...	$\frac{1}{2}$	۰	...
y	۱	-۷	...	۳	۰

$y = -2x + 3$

x	۱	۲	...	۰	-۱
y	۲	...	$\frac{5}{4}$

$y = x^2 + 1$

۲. قد شخصی ۱۷۷ سانتی‌متر و وزن او ۹۰ کیلوگرم است. نماتوب او را محاسبه کنید.

۳. اگر قد فردی ۱۷۵ سانتی‌متر و وزن او ۸۶ کیلوگرم باشد. مشخص کنید این شخص وزن مناسب دارد یا دارای اضافه وزن یا کمبود وزن است؟

۴. حقوق ماهیانه‌ی یک کارمند از رابطه‌ی $y = 10000t + 2500000$ به دست می‌آید که در آن t تعداد ساعت‌های اضافه کاری ماهانه‌ی شخص است.

الف) متغیر مستقل و وابسته را در رابطه‌ی فوق بیابید.

ب) اگر این کارمند در آبان ماه ۴۰ ساعت اضافه کار داشته باشد، دریافتی کل او را در اردیبهشت ماه حساب کنید.

پ) اگر این کارمند بخواهد در یک ماه ۳۱۰۰۰۰۰ تومان دریافت کند، در آن ماه باید چند ساعت اضافه کار داشته باشد؟

۵. متغیر مستقل و وابسته را در رابطه‌ی $y = 4x^2 + \frac{1}{2}$ بیابید.

۶. می‌دانیم مساحت دایره از رابطه‌ی $S = \pi r^2$ به دست می‌آید. در این رابطه π عددی است ثابت که تقریباً

$\pi = 3/14$ در نظر گرفته می‌شود. و شعاع دایره است.

الف) آیا متغیر S تابعی از شعاع دایره است؟

ب) آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع دایره است؟

پ) کدام متغیر مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟

ت) جدول زیر را کامل کنید.

r (بر حسب سانتی‌متر (شعاع))	۱	$1/5$	۲	۳	۴
S (بر حسب سانتی‌متر مربع (مساحت))	π	...	4π
P (بر حسب سانتی‌متر (محیط))	6π	...

۷. اگر $(x - 4, 5) = (9, 2y - 3)$ باشد، مقدار x و y را حساب کنید.

۸. جدول زیر را با توجه به رابطه‌ی داده شده تکمیل کنید.

x	-۱	۲	$y = 3x + 1$
y	-۲	$3\sqrt{2} + 1$...	
(x,y)	(-۱, -۲)	(..., ۱)	($\frac{2}{3}, 3$)	(۱, ...)	(..., ...)	(..., ...)	

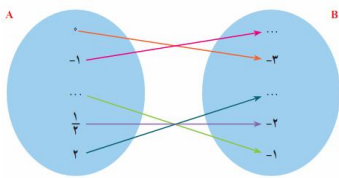
۹. با توجه به رابطه‌ی خطی $y = 2x - 3$ ، اگر فرض کنیم x ها یا متغیرهای مستقل اعضای مجموعه‌ی

$$A = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, 1, 2 \right\}$$

باشند: الف) جدول زیر را تکمیل کنید.

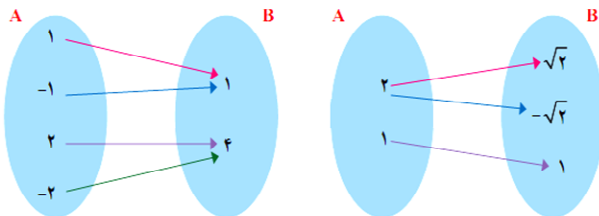
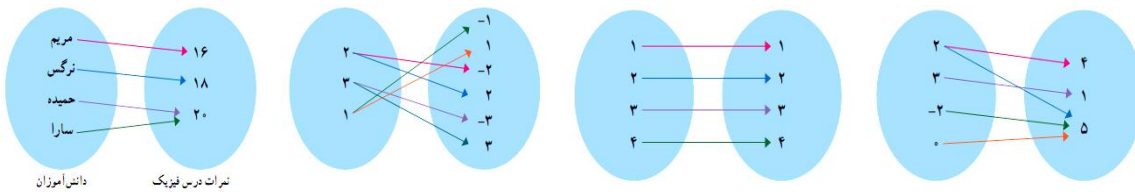
x	-۱	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲	$y = 2x - 3$
y	-۵	
(x,y)	(-۱, -۵) C	(۰, ...) D	

ب) در نمودار پیکانی زیر، جای خالی را پر کنید.

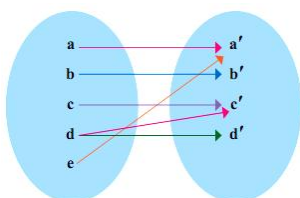


پ) نمودار رابطه‌ی خطی بالا را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

۱۰. کدام یک از رابطه‌های زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع اند؟ چرا؟



۱۱. نمودار پیکانی یک رابطه به صورت زیر است. با حذف کدام عضو، این رابطه تابع خواهد شد؟



۱۲. کدامیک از زوج‌های مرتب زیر، تابع است؟

۱) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$

۲) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$

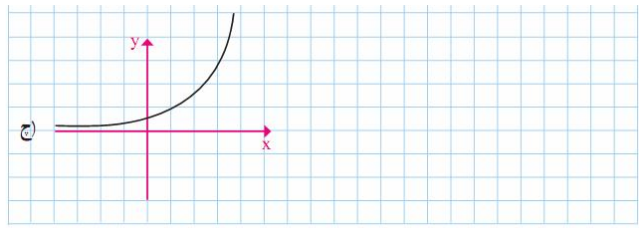
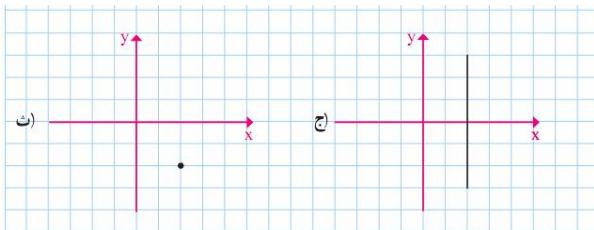
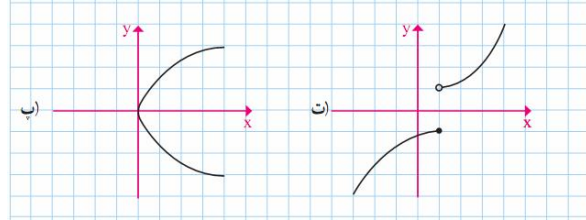
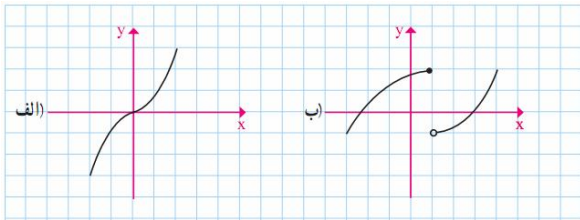
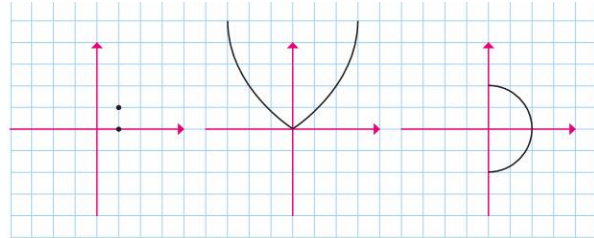
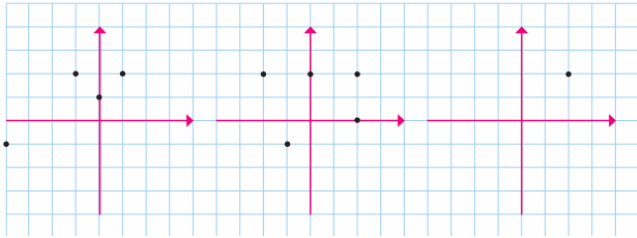
۳) $H = \{(2, 3)\}$

۴) $I = \{(3, 3)\}$

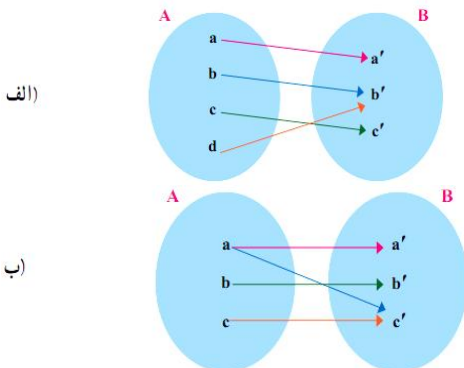
۵) $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$

۶) $K = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$

۱۳. کدامیک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آن‌ها رسم شده است؟ تابع است؟ تابع‌اند؟ چرا؟



۱۴. کدامیک از رابطه‌های زیر تابع است؟ برای هر رابطه، نمودار مختصاتی رسم کنید.



پ) $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$

ت) $g = \{(1, 1)\}$

۱۵. کدام یک از رابطه‌های تعریف شده‌ی زیر، تابع است و کدام یک تابع نیست؟ دلایل خود را بنویسید.

الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوغاتی آن شهر را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر شهر، نماینده‌ی آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد.

ت) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله‌ی او را نسبت می‌دهد.

ث) رابطه‌ای که به هر شخص شماره‌ی ملی او را نسبت می‌دهد.

۱۶. اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی باشد، سه تابع از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B تعریف کنید.

۱۷. جدول زیر را کامل کنید.

نمایش بیگانه	نمایش مختصاتی	نمایش زوج مرتبی	توصیفی	جدولی										
				<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>۹</td> </tr> <tr> <td>۴</td> <td>۱۶</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	۱	۱	۲	۴	۳	۹	۴	۱۶
x	y													
۱	۱													
۲	۴													
۳	۹													
۴	۱۶													
			<p>f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه $A = \{-۲, -۱, ۲, ۳\}$ توان چهارم آن را نسبت می‌دهد</p>											
		<p>$f = \{(\text{شنا, علی}) \text{ و } (\text{فوتبال, رضا}), (\text{شنا, رضا}) \text{ و } (\text{والیبال, آرژان}), (\text{اکتسی, حمید}) \text{ و } (\text{تیراندازی, علی})\}$</p>												

۱۸. در رابطه‌ی زیر، در جاهای خالی اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.

$$f = \{(2, 3), (\dots, 5), (3, \dots), (\dots, \dots)\}$$

۱۹. مقادیر a و b را چنان بیابید که رابطه‌ی $R = \{(2, 3a), (4, 5), (4, b+2), (2, 6)\}$ یک تابع باشد.

۲۰. مقادیر a و b را چنان بیابید که رابطه‌ی $R = \{(3, a+b), (-1, 14), (3, -2), (-1, 2a-b)\}$ یک تابع باشد.

۲۱. اگر رابطه‌ی f ، تابع باشد، در این صورت حاصل $x^2 + y^2$ را به دست آورید. (مجموعه‌ی f را پس از محاسبه‌ی x و y بنویسید.)

درس ۲: ضابطه‌ی جبری تابع

دامنه و برد تابع

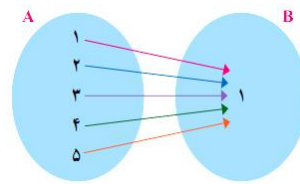
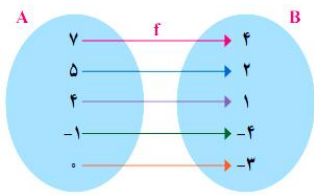
۲۲. در جدول زیر، y تابعی از x است. دامنه و برد این تابع را بنویسید.

x	۲	۳	۴	۵
y	۴	۹	۱۶	۲۵

۲۳. دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید.

$$f = \{(1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4), (\sqrt{2}, -\sqrt{2})\}$$

$$g = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\sqrt{2}, \sqrt{2}), (0, 0)\}$$



۲۴. با توجه به ضابطه و دامنه‌ی هر تابع، مجموعه‌ی مقادیر یا برد تابع را مشخص کنید.

$$۱) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 2x^2 + 1 \end{cases}, \quad A = \left\{ -1, \sqrt{2}, 2, 1, 0, \frac{1}{2} \right\}$$

$$۲) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 - 1 \end{cases}, \quad A = \left\{ 1, -1, 0, 4, \sqrt{3}, \frac{1}{3}, 2 \right\}$$

$$۳) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \sqrt{x+1} - 1 \end{cases}, \quad A = \{0, -1, 8, 3, 2\}$$

$$۴) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{x+1}{x-2} \end{cases}, \quad A = \left\{ -2, 0, 1, \sqrt{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$۵) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 + x + 1 \end{cases}, \quad A = \{0, -1, 1, 2, -2, 3\}$$

$$۶) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{x+1}{x} \end{cases}, \quad A = \left\{ \frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2, 3 \right\}$$

$$۷) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \sqrt{x+1} \end{cases}, \quad A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8, 15\}$$

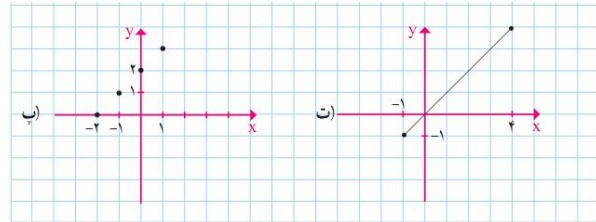
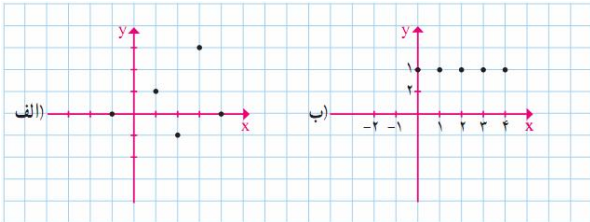
$$۸) \begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x \end{cases}, \quad A = W \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$۹) \begin{cases} f : A \rightarrow B \\ f(x) = 0 \end{cases}, \quad A = \mathbb{R}$$

۲۵. دامنه و برد تابع زیر را مشخص کنید.

$$\begin{cases} f : A \rightarrow B & R = \{۲, ۳, ۴, ۵, \dots\} \\ f(x) = x + ۴ & A = \{۲, \dots, \dots, \dots\} \end{cases}$$

۲۶. برای هر یک از توابع زیر، دامنه و برد را مشخص کنید و در صورت امکان ضابطه‌ی هر تابع را بنویسید.



۲۷. کدامیک از رابطه‌های زیر تابع است؟ برای هر رابطه، نمودار مختصاتی رسم کنید.

$$۱) \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x \end{cases} \quad ۲) \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x + 1 \end{cases}$$

$$۳) \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

۲۸. تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. ضابطه‌ی f را بنویسید.

درس ۳: نمودار تابع خطی

۲۹. در یک تابع خطی، $f(0) = 2$ و $f(2) = 3$ می‌باشد.

الف) معادله‌ی خط را به دست آورید.

ب) نمودار خط را رسم کنید.

پ) $f(6)$ و $f(-4)$ را به دست آورید.

۳۰. ضابطه‌ی تابع خطی f را که از نقاط $(2, 3)$ و $(4, 1)$ می‌گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم کنید.

۳۱. اگر نمودار تابع خطی f از مبدا عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد، ضابطه‌ی f را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.

۳۲. در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ است. مقادیر $f(-3)$ و $f(5)$ را بیابید.

۳۳. نمودار یک تابع خطی از مبدا مختصات می‌گذرد و $f(2) = 7$ است. در این صورت اختلاف $f(0/1)$ و $f(-0/1)$ را به دست آورید.

۳۴. نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه‌ی آن برابر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ باشد و از نقطه‌ی $A(5, 2)$ بگذرد.

۳۵. مقادیر m و n را چنان بیابید که در تابع با ضابطه $f(x) = mx + n$ داشته باشیم: $f(2) = 4$ و $f(1) = 1$

۳۶. رابطه‌ی بین درجه‌ی دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم، 20° درجه‌ی سانتی‌گراد بالا رفته است. دمای آن برحسب فارنهایت چقدر افزایش یافته است؟

۳۷. طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه‌ای آویزان نشده است، ۵ سانتی‌متر است و به ازای هر کیلوگرم وزنه‌ای که به آن آویزان شود، نیم سانتی‌متر به طول آن افزوده می‌شود.

الف) طول فنر را در حالتی که وزنه‌های ۱، ۲، ۶، ۷ کیلوگرمی به آن آویزان شود، حساب کنید.
ب) جدول زیر را کامل کنید.

اندازه وزنه (برحسب کیلوگرم)	۱	۲	۵	۷	۲۰	a
طول فنر (برحسب سانتی‌متر)						

پ) اگر تابع طول فنر را با f نشان دهیم، ابتدا ضابطه‌ی تابع را بنویسید و سپس مقادیر $f(1)$ ، $f(4)$ ، $f(8)$ و $f(10)$ را بر حسب سانتی‌متر محاسبه کنید.

ت) نقاط به دست آمده از قسمت قبل را در یک دستگاه محورهای مختصات مشخص کنید و نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

۳۸. یک کارخانه‌ی تولید لوله‌های آبیاری کشاورزی، در هر ساعت ۳/۰ کیلومتر لوله تولید می‌کند.

الف) اگر مترآژ لوله‌ای را که این کارخانه پس از x ساعت تولید می‌کند، برحسب متر با $f(x)$ نشان دهیم. ابتدا ضابطه‌ی $f(x)$ را بنویسید و سپس جدول زیر را کامل کنید.

x بر حسب ساعت	۱	۲	۳	۴	۵
$f(x)$ بر حسب متر					

ب) نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه محورهای مختصات مشخص کنید و نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

۳۹. جدول زیر، رابطه‌ی بین عمق و دمای سنگ‌ها را در زیر زمین نشان می‌دهد. x نشان دهنده‌ی عمق برحسب کیلومتر) و y معرف دما (برحسب سانتی‌گراد) است. اگر دمای سنگ‌ها تابع خطی برحسب عمق باشد:

x	۲	۴
y	۷۵	۱۸۵

الف) معادله‌ی خط را بنویسید.

ب) در عمق ۶ متری دمای سنگ چه قدر است؟

پ) در چه عمقی دمای سنگ به 440° درجه‌ی سانتی‌گراد می‌رسد؟

۴۰. الف) ضابطه‌ی تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آنها ۴ واحد بیشتر از عرض آنهاست، بر حسب عرض آن بنویسید و نشان دهید تابع خطی است.
ب) آیا تابع مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟

۴۱. یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد. الف) تابع سود را تعیین و نمودار آن را رسم کنید.
ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

درس ۴: نمودار تابع درجه‌ی دو

۴۲. تابع $f(x) = x^2$ را در نظر گرفته و ابتدا جدول زیر را با توجه به ضابطه‌ی تابع کامل کرده و سپس با توجه به جدول، نمودار تابع را رسم کنید.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...		9			0					...

۴۳. تابع $f(x) = -x^2$ را در نظر گرفته و ابتدا جدول زیر را با توجه به ضابطه‌ی تابع کامل کرده و سپس با توجه به جدول، نمودار تابع را رسم کنید.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...		9			0					...

۴۴. ابتدا مختصات راس سهمی‌های را که معادله‌ی آنها داده شده است، مشخص کنید و سپس نمودار آنها را رسم کنید.

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| ۱) $y = (x - 2)^2 + 1$ | ۲) $y = (x - 3)^2 + 2$ |
| ۳) $y = (x + 1)^2 + 2$ | ۴) $y = (x + 2)^2 - 1$ |
| ۵) $y = (x + 4)^2 - 2$ | ۶) $y = (x - 1)^2 - 2$ |
| ۷) $y = -(x + 2)^2 + 2$ | ۸) $y = -(x - 1)^2 + 1$ |
| ۹) $y = 2(x - 1)^2 + 1$ | ۱۰) $y = -3(x + 1)^2 + 4$ |
| ۱۱) $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 5$ | ۱۲) $y = \frac{1}{3}(x - 6)^2 - 2$ |
| ۱۳) $y = (x + 4)^2$ | ۱۴) $y = -(x - 2)^2$ |
| ۱۵) $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2$ | ۱۶) $x^2 + 4x - 3$ |
| ۱۷) $y = x^2 - 2x + 3$ | ۱۸) $y = -x^2 + 6x - 2$ |
| ۱۹) $-x^2 + 6x - 10$ | ۲۰) $y = 2x^2 + 4x + 1$ |
| ۲۱) $y = 2x^2 - 4x + 1$ | ۲۲) $y = x^2 + 4x - 2$ |
| ۲۳) $y = x^2 + 4x + 1$ | ۲۴) $y = x^2 + 4x$ |
| ۲۵) $y = 2x^2 + 6x$ | ۲۶) $y = x^2 - 2x$ |
| ۲۷) $y = x^2 - 5$ | ۲۸) $y = 2x^2 + 1$ |

۲۹) $y = 4 - x^2$

۳۰) $y = -3 + 2x^2$

۴۰۵. نمودار توابع $y = x^2 + 1$ و $y = 2x^2 - 3$ را در یک دستگاه رسم کرده و مختصات نقاط برخورد آن‌ها را به دست آورید.

۴۱۶. نمودار توابع $y = -x^2 + 6x - 1$ و $y = x^2 + 4x - 2$ را در یک دستگاه رسم کرده و مختصات نقاط برخورد آن‌ها را به دست آورید.

۴۷. مقدار ماکسیمم یا می‌نیمم توابع درجه‌ی دو زیر را بیابید.

۱) $y = (x - 2)^2 + 7$

۲) $y = -(x - 2)^2 + 6$

۳) $y = 4x^2 + 8x + 3$

۴) $y = -x^2 + 10x$

۴۸. اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{4}x^2 + 30x$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد، ماکسیمم مقدار سود را مشخص کنید.

۴۹. محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه‌ی یکی از اضلاع آن را با x و مساحت آن را با k نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار، مشخص کنید به ازای چه مقداری از x مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود؟

۵۰. اگر $2x + a = 100$ باشد، x و a را طوری بیابید که $y = xa$ ماکسیمم شود.

۵۱. در یک تولیدی، نوعی لامپ، برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. این تولیدی هر یک از لامپ‌ها را می‌تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در هر روز، x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه‌ی آن برابر $C(x) = x^2 + 40x + 100$ باشد:

الف) تابع سود روزانه‌ی این تولیدی را بنویسید.

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه‌ی این کارگاه چقدر است؟

شهریور	پایانی دوم	پایانی اول	فصل
۴	۲	۶	فصل ۱
۴	۳	۷/۵	فصل ۲
۵	۲	۶۵	فصل ۳ تا ص ۷۰
	۴	-	فصل ۳ درس‌های ۳ و ۴
۴	۵/۵	-	فصل ۴
۳	۳/۵	-	فصل ۵
۲۰	۲۰	۲۰	جمع

