

تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۲۲

علیرضا فیضیان

موضوع

۱. اگر $f(x) = x^2 + x - 2$ و $g(x) = \frac{1}{3}(x-3)$ باشد، در بازه (a, b) نمودار تابع $f \circ g$ در زیر محور x ها قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۶

۲. اگر $f^{-1} = \{(2, 1), (3, -2), (4, -1)\}$ و $f - 2g = \{(-2, -1), (-1, 8)\}$ و تابع g یک‌به‌یک باشد، کدام نقطه زیر حتماً روی g^{-1} قرار دارد؟

(۱) $(-1, -2)$ (۲) $(-2, -1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, -2)$

۳. کدام گزینه بیانگر تابعی وارون‌پذیر است؟

(۱) $y = |x| + 1 - x$ (۲) $y = 1 - 3|x| + x$

(۳) $y = 1 + 3|x| - x$ (۴) $y = 1 - 3x + |x|$

۴. اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه با توجه به تعریف جزء صحیح کدام گزاره همواره صحیح است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $[x + y] = [x] + [y]$ (۲) $[xy] = [x][y]$

(۳) $[x - y] = [x] - [y]$ (۴) $[x + 1] = [x] + 1$

۵. وارون $f(x) = 2 - \sqrt{3 - x}$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

(۱) $(1, -1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(-1, 0)$ (۴) $(-1, 2)$

۶. اگر توابع f و g به صورت $f: N \rightarrow N$ و $f(x) = 2x$ و $g = \{(1, \frac{2}{3}), (4, -1), (5, 1), (6, 4)\}$ تعریف شوند، تابع $f + g^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\{(1, 7), (4, 14)\}$ (۲) $\{(5, 3), (6, 12)\}$

(۳) $\{(1, \frac{1}{3}), (4, 7)\}$ (۴) $\{(5, 11), (6, 12)\}$

۷. M نقطه‌ای دلخواه روی خط $y = 3 - 2x$ است. فاصله M تا خط $3x - 4y = 8$ را به صورت تابعی از طول نقطه M نوشته‌ایم. ضابطه این تابع کدام است؟

(۱) $f(x) = \frac{1}{25}|11x - 20|$ (۲) $f(x) = \frac{1}{5}|5x - 4|$

(۳) $f(x) = \frac{1}{25}|5x - 4|$ (۴) $f(x) = \frac{1}{5}|11x - 20|$

۸. اگر تابع $f(x) = \frac{1-x}{(m-1)x^2 + 3x + 1}$ تنها به‌ازای یک مقدار x قابل تعریف نباشد، m چند مقدار می‌تواند اختیار کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار

۹. اگر $f(x) = \frac{4}{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{2-x}$ باشد، دامنه توابع $g \circ f$ کدام است؟

(۱) $R - \{2, 3\}$ (۲) $R - \{1, 2, 3\}$ (۳) $R - \{1, 2\}$ (۴) $R - \{1, 3\}$

۱۰. تابع وارون تابع $y = x + \sqrt{x}$ به صورت $y = (\frac{\sqrt{ax+1}-1}{b})^2$ می‌باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۱. اگر $f = \{(0, -1), (1, -2), (a, -1), (4, 0)\}$ و $g = \{(-2, 4), (-1, 1), (b, 1), (7, -3)\}$ و $D_{g \circ f} = \{0, 5, 1, 4\}$ باشد، حاصل $b - 2a$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) -۸

۱۲. اگر $(fog^{-1})(x) = \sqrt[3]{2x^5 + 1}$ باشد، حاصل $(gof^{-1})(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{(x-1)^3}{2}$
 (۲) $1 - f^{-1}(\sqrt[5]{x-1})$
 (۳) $\sqrt[5]{\frac{x^3-1}{2}}$
 (۴) $1 - g^{-1}(\sqrt[5]{x-1})$

۱۳. در ماشین روبه رو، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) -۱
 (۳) ۲
 (۴) $x \rightarrow \frac{ax+1}{2} \rightarrow \boxed{2ax-1} \rightarrow x$

۱۴. اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+2}{ax+b}$ بر نمودار تابع معکوس خود منطبق باشد، مقدار b چقدر است؟ ($a \neq 0$)

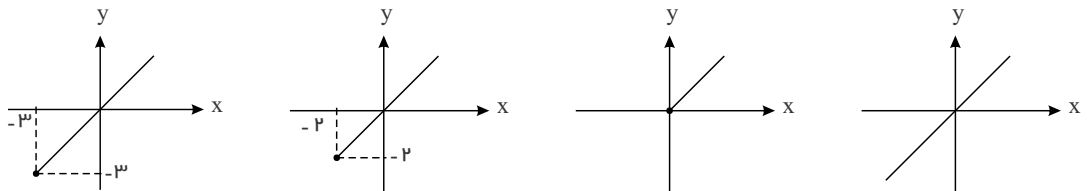
- (۱) ۲
 (۲) ۱
 (۳) -۲
 (۴) -۱

۱۵. اگر $f\left(\frac{-x}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1}$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟ ($x \neq -1$)

- (۱) $\frac{1}{x-1}$
 (۲) $1-x$
 (۳) $\frac{2-x}{x-1}$
 (۴) $x+1$

۱۶. اگر $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ ، نمودار $(fof^{-1})(x)$ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) (۲) (۳) (۴)



۱۷. اگر f^{-1} وارون تابع $f(x) = x^2 + 2x + 4$ و $f: (-\infty, -1] \rightarrow R$ باشد، مجموع جواب‌های حقیقی معادله $f^{-1}(x) = x + 2$ کدام است؟

- (۱) ۷
 (۲) -۷
 (۳) ۱۲
 (۴) معادله جواب حقیقی ندارد.

۱۸. اگر $f = \{(-1, 4), (2, 3), (-1, 4m), (m+1, n-1), (5, 6), (p, n+2)\}$ تابعی یک به یک باشد، $m+n+p$ چقدر است؟

- (۱) ۷
 (۲) ۸
 (۳) ۹
 (۴) ۱۰

۱۹. کدام دو تابع با هم مساوی‌اند؟

- (۱) $f(x) = (\sqrt{x})^2$ و $g(x) = \sqrt{x|x|}$
 (۲) $f(x) = x$ و $g(x) = (\sqrt{x})^2$
 (۳) $f(x) = \sqrt{x|x|}$ و $g(x) = \sqrt{|x|} \times \sqrt{|x|}$
 (۴) $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = (\sqrt{x})^2$

۲۰. معادله $2x^2 - 12x + 7 = \frac{3}{[x] + [-x]}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳
 (۲) ۲
 (۳) ۱
 (۴) صفر

۲۱. دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{([x] - \sqrt{5})(6 - [x])}$ کدام است؟

- (۱) $[\sqrt{5}, 6]$
 (۲) $[\sqrt{5}, 7]$
 (۳) $[3, 6]$
 (۴) $[3, 7]$

۲۲. حاصل $\left[\sqrt{n^2 + 2n}\right] + \left[\sqrt{4n^2 + 4n}\right]$ با شرط طبیعی بودن n چقدر است؟

- (۱) $2n + 1$
 (۲) $3n$
 (۳) $n + 2$
 (۴) $4n - 1$



تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۲۲

موضوع

علیرضا فیضیان

سریال ۳۹۲۱۸۵

۱. گزینه ۴

$$(f \circ g)(x) = \left(\frac{1}{2}(x-3)\right)^2 + \frac{1}{2}(x-3) - 2 = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 9) + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} - 2 = \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4}$$

$$(f \circ g)(x) < 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4} < 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 5$$

$$\rightarrow b - a = 5 - (-1) = 6$$

۲. گزینه ۲

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, -2), (4, -1)\} \Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 3), (-1, 4)\}$$

برای یافتن دامنه تابع $f - 2g$ باید اشتراک دامنه توابع f و g را به دست آوریم.

$$Df = \{1, -2, -1\}, D_{f-2g} = \{-2, -1\} \Rightarrow \{1, -2, -1\} \cap Dg = \{-2, -1\}$$

با توجه به رابطه بالا، قطعاً -2 و -1 در دامنه تابع g حضور دارند پس داریم:

$$f - 2g = \{(-2, -1)(-1, 8)\} \Rightarrow (f - 2g)(-2) = -1 \Rightarrow f(-2) - 2g(-2) = -1$$

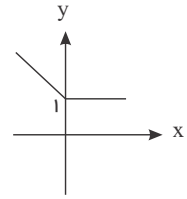
$$\Rightarrow 3 - 2g(-2) = -1 \Rightarrow g(-2) = 2 \Rightarrow (-2, 2) \in g \Rightarrow (2, -2) \in g^{-1}$$

$$(f - 2g)(-1) = 8 \Rightarrow f(-1) - 2g(-1) = 8 \Rightarrow 4 - 2g(-1) = 8 \Rightarrow g(-1) = -2$$

$$\Rightarrow (-1, -2) \in g \Rightarrow (-2, -1) \in g^{-1}$$

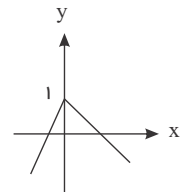
۳. گزینه ۴ شرط آن که تابع وارون پذیر باشد آن است که یک به یک باشد، برای بررسی یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می کنیم:

گزینه ۱: $y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$



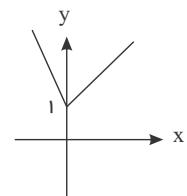
یک به یک نیست.

گزینه ۲: $y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$



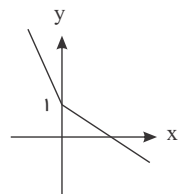
یک به یک نیست.

گزینه ۳: $y = 1 + 3|x| - x = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$



یک به یک نیست.

گزینه ۴: $y = 1 - 3x + |x| = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$



یک به یک است، وارون پذیر است.

گزینه ۴ را با مثال نقض می توان رد کرد یعنی:

گزینه ۱ $[x + y] = [x] + [y]$, $x = 1,6$, $y = 2,7 \Rightarrow [1,6 + 2,7] = [1,6] + [2,7]$
 $\Rightarrow [4,3] = 1 + 2 \Rightarrow 4 = 3$ نادرست

گزینه ۲ $[xy] = [x][y]$, $x = 2$, $y = 1,6 \Rightarrow [2 \times 1,6] = [2][1,6]$
 $\Rightarrow [3,2] = 2 \times 1 \Rightarrow 3 = 2$ نادرست

گزینه ۳ $[x - y] = [x] - [y]$, $x = 3$, $y = 1,5 \Rightarrow [3 - 1,5] = [3] - [1,5]$
 $\Rightarrow [1,5] = 3 - 1 \Rightarrow 1 = 2$ نادرست

می دانیم عدد صحیح در جمع و تفریق می تواند از داخل براکت خارج شود یعنی:

$a \in \mathbb{Z}$, $x \in \mathbb{R} \Rightarrow [x \pm a] = [x] \pm a \Rightarrow [x + 1] = [x] + 1$

گزینه ۵ اگر $(a, b) \in f$ ، آن گاه $(b, a) \in f^{-1}$ است، پس داریم:

$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 - \sqrt{3 - 2} = 2 - 1 = 1 \Rightarrow (2, 1) \in f \Rightarrow (1, 2) \in f^{-1}$

گزینه ۶ برای یافتن وارون تابع، باید در تمام زوج مرتبها جای مؤلفه های اول و دوم را تعویض کنیم.

$$g = \left\{ \left(1, \frac{2}{3} \right), (4, -1), (5, 1), (6, 4) \right\} \Rightarrow g^{-1} = \left\{ \left(\frac{2}{3}, 1 \right), (-1, 4), (1, 5), (4, 6) \right\}$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 2x \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), \dots\}$$

$$Df = \mathbb{N}, Dg^{-1} = \left\{ \frac{2}{3}, -1, 1, 4 \right\} \Rightarrow Df \cap Dg^{-1} = \{1, 4\}$$

$$f + g^{-1} = \{(1, 2+5), (4, 8+6)\} = \{(1, 7), (4, 14)\}$$

۷. گزینه ۴ نقطه کلی $M(x, y)$ را روی خط $y = 3 - 2x$ در نظر می‌گیریم، پس داریم:

$$M(x, 3 - 2x)$$

حال تابعی که فاصله نقطه M را از خط $3x - 4y - 8 = 0$ بیان می‌کند به دست می‌آوریم.

$$f(x) = \frac{|3x - 4(3 - 2x) - 8|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|3x - 12 + 8x - 8|}{5} = \frac{1}{5} |11x - 20|$$

۸. گزینه ۲ دو حالت وجود دارد.

(الف) مخرج عبارتی درجه اول باشد یعنی $m = 1$ که داریم:

$$f(x) = \frac{1-x}{3x+1} \Rightarrow 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow Df = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

(ب) مخرج ریشه مضاعف داشته باشد یعنی:

$$(m-1)x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 9 - 4(m-1) = 0 \Rightarrow 9 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{13}{4}$$

بنابراین برای m دو مقدار ۱ و $\frac{13}{4}$ وجود دارد.

۹. گزینه ۴

$$f(x) = \frac{4}{x-1}, Df: x \neq 1, g(x) = \frac{1}{2-x}, Dg: x \neq 2$$

$$Dg \circ f = \{x \in Df \mid f(x) \in Dg\} = \{x \neq 1 \mid f(x) \neq 2\}$$

$$f(x) \neq 2 \Rightarrow \frac{4}{x-1} \neq 2 \Rightarrow x-1 \neq 2 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow Dg \circ f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

۱۰. گزینه ۲

$$f(x) = y = x + \sqrt{x} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4y+1}{4} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{4y+1}}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{4y+1}-1}{2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y = \left(\frac{\sqrt{4x+1}-1}{2}\right)^2 = f^{-1}(x) \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

۱۱. گزینه ۲

$$Dg \circ f = \{x \in Df \mid f(x) \in Dg\}$$

باتوجه به این که $5 \in Dg \circ f$ است، چون ۵ باید زیر مجموعه‌ی Df باشد، در نتیجه a باید برابر ۵ باشد و باتوجه به این که $4 \in Df$ و

$4 \in Dg \circ f$ پس باید $f(4) = 0$ متعلق به Dg باشد و این امکان فقط وقتی وجود دارد که $b = 0$ باشد.

$$b - 2a = 0 - 2(5) = -10$$

۱۲. گزینه ۳ می‌دانیم: $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

$$\text{لذا: } (f \circ g^{-1})^{-1} = g \circ f^{-1}$$

برای محاسبه‌ی تابع $g \circ f^{-1}$ باید تابع $y = f \circ g^{-1}$ را معکوس کنیم

$$y = \sqrt[3]{2x^5 + 1} \xrightarrow{\text{توان ۳}} y^3 = 2x^5 + 1 \rightarrow y^3 - 1 = 2x^5$$

$$\Rightarrow \frac{y^3 - 1}{2} = x^5 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} \frac{x^3 - 1}{2} = y^5 \Rightarrow y = \sqrt[5]{\frac{x^3 - 1}{2}} = gof^{-1}$$

۱۳. گزینه ۱ می‌دانیم که هر تابعی با معکوس خود ترکیب شود جواب آن، متغیر x است بنابراین باید دو تابع $y = 2ax - 1$ و $y = \frac{ax+1}{2}$

معکوس هم باشند. اما معکوس تابع $y = \frac{ax+1}{2}$ به صورت زیر حساب می‌گردد:

$$y = \frac{ax+1}{2} \Rightarrow 2y = ax+1 \Rightarrow x = \frac{2y-1}{a} \xrightarrow{\text{با تعویض } x \text{ و } y} y = \frac{2x-1}{a} = 2ax - 1 \Rightarrow a = 1$$

۱۴. گزینه ۳ ضابطه تابع وارون را پیدا می‌کنیم:

$$y = \frac{2x+2}{ax+b} \Rightarrow axy + by = 2x+2 \Rightarrow axy - 2x = 2 - by$$

$$x(ay - 2) = 2 - by \Rightarrow x = \frac{2 - by}{ay - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2 - bx}{ax - 2}$$

$$f^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow b = -2$$

۱۵. گزینه ۴

$$f\left(\frac{-x}{x+1}\right) = f\left(\frac{-x-1+1}{x+1}\right) = f\left(-1 + \frac{1}{x+1}\right)$$

با فرض $t = \frac{1}{x+1}$ و $x \neq -1$ خواهیم داشت:

$$f(-1+t) = t \xrightarrow{t=u+1} f(u) = u+1 \Rightarrow f(x) = x+1$$

۱۶. گزینه ۴ ترکیب هر تابع و تابع معکوسش برابر با تابع همانی است. در تابع وارون‌پذیر f ، تابع $f^{-1}of$ تابع همانی روی دامنه f و تابع

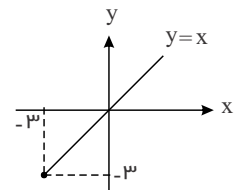
fof^{-1} تابع همانی روی برد f می‌باشد.

$$f^{-1}of(x) = x, \quad x \in Df \quad fof^{-1}(x) = x, \quad x \in Rf$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} - 3, \quad x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow Df = [-2, +\infty)$$

$$\sqrt{x+2} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} - 3 \geq -3 \Rightarrow f(x) \geq -3 \Rightarrow Rf = [-3, +\infty)$$

$$y = fof^{-1}(x) = x, x \in Rf \Rightarrow y = x, x \in [-3, +\infty) \Rightarrow$$



۱۷. گزینه ۴ وارون f را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 + 2x + 4 \Rightarrow y = (x+1)^2 + 3 \Rightarrow (x+1)^2 = y - 3$$

$$\Rightarrow |x+1| = \sqrt{y-3} \xrightarrow{x \leq -1} -x-1 = \sqrt{y-3} \Rightarrow x = -\sqrt{y-3} - 1$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{x-3} - 1$$

پس ضابطه f^{-1} به صورت روبه‌رو است:

اکنون معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$f^{-1}(x) = x+2 \Rightarrow -\sqrt{x-3} - 1 = x+2$$

$$\Rightarrow -\sqrt{x-3} = x+3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-3 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 5x + 12 = 0$$

معادله جواب ندارد ($\Delta < 0$).

۱۸. گزینه ۴ توجه: برای این که یک زوج مرتب معرف یک تابع یک به یک باشد ابتدا باید تابع یعنی مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد و در صورت وجود مؤلفه‌ی اول باید مؤلفه‌ی دوم هم برابر باشد و سپس باید یک به یک باشد یعنی مؤلفه‌ی دوم یکسان نداشته باشد و در صورت وجود مؤلفه‌ی دوم برابر، باید مؤلفه‌ی اول هم برابر باشد. بنابراین ابتدا شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم:

$$f \Rightarrow 4m = 4 \Rightarrow m = 1 \rightarrow f = \{(-1, 4), (2, 3), (2, n-1), (5, 6), (p, n+2)\}$$

برای تابع بودن باید مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد.

$$f \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow f = \{(-1, 4), (2, 3), (5, 6), (p, 6)\}$$

برای یک به یک بودن:

$$f \Rightarrow P = 5 \Rightarrow m + n + p = 10$$

۱۹. گزینه ۱ در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ دامنه دو تابع داده شده برابر نیستند زیرا:

$$Df = \mathbb{R}, Dg : x \geq 0 \Rightarrow Dg = [0, +\infty) \Rightarrow Df \neq Dg$$

$$Df : x|x| \geq 0 \xrightarrow{|x| \geq 0} x \geq 0 \Rightarrow Df = [0, +\infty), Dg = \mathbb{R} \Rightarrow Df \neq Dg$$

$$Df : x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow Df = \mathbb{R}, Dg : x \geq 0 \Rightarrow Dg = [0, +\infty) \Rightarrow Df \neq Dg$$

جواب گزینه ۱ می‌باشد زیرا:

$$f(x) = (\sqrt{x})^2 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow Df = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x|x|} \Rightarrow x|x| \geq 0 \xrightarrow{|x| \geq 0} x \geq 0 \Rightarrow Dg = [0, +\infty) \Rightarrow Df = Dg = [0, +\infty)$$

$$x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow g(x) = \sqrt{x|x|} = \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = f(x)$$

f و g برابرند.

۲۰. گزینه ۴ باید $[x] + [-x] = -1$ باشد، زیرا مخرج کسر نباید صفر شود.

$$[x] + [-x] = -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 2x^2 - 12x + 7 = \frac{3}{-1} = -3$$

$$2x^2 - 12x + 7 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5 \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} \text{معادله جواب ندارد.}$$

گزینه ۴

$$([x] - \sqrt{5})(6 - [x]) \geq 0 \quad [x]t \Rightarrow (t - \sqrt{5})(6 - t) \geq 0$$

$$\sqrt{5} \leq t \leq 6 \Rightarrow \sqrt{5} \leq [x] \leq 6$$

t	$\sqrt{5}$	6
p	-	+

باید اولین عدد صحیح بعد از $\sqrt{5}$ را در نظر بگیریم.

$$3 \leq [x] \leq 6 \Rightarrow 3 \leq x < 7$$

گزینه ۲

$$n^2 < n^2 + 2n < n^2 + 2n + 1 \Rightarrow n^2 < n^2 + 2n < (n+1)^2 \Rightarrow n < \sqrt{n^2 + 2n} < n+1$$

$$\Rightarrow \left[\sqrt{n^2 + 2n} \right] = n$$

$$4n^2 < 4n^2 + 4n < 4n^2 + 4n + 1 \Rightarrow (2n)^2 < 4n^2 + 4n < (2n+1)^2$$

$$2n < \sqrt{4n^2 + 4n} < 2n+1 \Rightarrow \left[\sqrt{4n^2 + 4n} \right] = 2n$$

$$\left[\sqrt{n^2 + 2n} \right] + \left[\sqrt{4n^2 + 4n} \right] = n + 2n = 3n$$

