

| | | | |
|-----------------|---|------------------------|------------------|
| مرور آخر | به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد | | هندسه (۳) |
| | سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷ | جمع‌بندی فصل ۱ هندسه ۳ | |
| | پایه: دوازدهم | رشته: ریاضی | |
| | تالیف و تنظیم: بهروز ملکی | | |

«این سوال‌ها صرفاً جهت آمادگی برای آزمون نهایی طرح شده‌است و مولف هیچ ادعایی مبنی بر طرح آن‌ها در این آزمون را ندارد.»

فصل اول

۱. ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (راه حل الزامی نیست)

الف «اگر A و B و C سه ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند و $AB = AC$ آنگاه $B = C$ »
 درست نادرست

ب «اگر A و B و C سه ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند آنگاه $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ »
 درست نادرست

پ «اگر A و B و C سه ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند آنگاه $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$ »
 درست نادرست

ت «اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند آنگاه $A \times B = B \times A$ »
 درست نادرست

ث «اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه و تعویض‌پذیر باشند آنگاه $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ »
 درست نادرست

ج «اگر $|A_{3 \times 3}| = 2$ آنگاه $|2A_{3 \times 3}| = 4$ »
 درست نادرست

چ «اگر $|A_{3 \times 3}| = 2$ آنگاه $|4A^{-1}| = 8$ »
 درست نادرست

ح «دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ با شرط $a' \neq 0$ و $b' \neq 0$ جواب ندارد هرگاه $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ »
 درست نادرست

خ «معادله $\begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$ جواب منحصره‌فرد دارد هرگاه $ab' \neq a'b$ »
 درست نادرست

د «اگر $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ و k یک عدد حقیقی باشد و $B = \begin{pmatrix} ka & kb & kc \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ آنگاه $|B| = k|A|$ »
 درست نادرست

۲. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. (راه حل الزامی نیست)

الف «در حالت کلی ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابجایی خاصیت شرکت‌پذیری و خاصیت توزیع‌پذیری.....»

ب «ماتریس ماتریسی مربعی است که تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند.»

پ «اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر باشند آن را یک ماتریس می‌نامند.»

ت «ماتریس اسکالری که تمام درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن ۱ باشند را ماتریس می‌نامند.»

ث «اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه تعویض‌پذیر باشند حاصل $(A + B)(A - B)$ برابر با می‌شود.»

ج «دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با»

چ «اگر تمام درایه‌های واقع بر یک سطر یا ستون ماتریسی مربعی همگی صفر باشند دترمینان آن ماتریس برابر می‌شود.»

ح «اگر ماتریسی مربعی دارای دو سطر یا ستون یکسان باشد آنگاه دترمینان آن می‌شود.»

خ «اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $|A| = 5$ آنگاه $|2A^2|$ برابر می‌شود.»

اگر A ماتریس 3×3 و اسکالر باشد و $a_1 = 4$ آنگاه دترمینان ماتریس برابر می‌شود.

| | | | |
|-----------------|---|------------------------|------------------|
| مرور آخر | به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد | | هندسه (۳) |
| | سال تحصیلی ۱۳۹۷-۱۳۹۸ | جمع‌بندی فصل ۱ هندسه ۳ | |
| | پایه: دوازدهم | رشته: ریاضی | |
| | تالیف و تنظیم: بهروز ملکی | | |

۵. اگر $A = \begin{pmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix}$ آنگاه $|A| = \dots\dots\dots$

۶. اگر $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ آنگاه $A^3 = \dots\dots\dots$

۷. اگر $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$ آنگاه $|A| = \dots\dots\dots$

۳. گیریم $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 2 & , i > j \\ ij & , i = j \\ j - 1 & , i < j \end{cases}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ که $b_{ij} = \begin{cases} 0 & , i > j \\ 2 & , i = j \\ j & , i < j \end{cases}$ مطلوب است ماتریس‌های $A \times B$ و $2A - 3B$ را با نوشتن درایه‌هاشان مشخص کنید.

۴. اگر $A = \begin{bmatrix} 2x - y & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ حاصل $x + y + z$ را بیابید.

۵. با یک مثال نقض نشان دهید قانون حذف در ضرب ماتریس‌ها برقرار نمی‌باشد.

۶. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس‌های A^2 و A^3 و A^4 را بیابید.

۷. اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b و A^4 را چنان بیابید که ماتریس $A \times B$ ماتریسی قطری شود.

۸. اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ماتریس $2A^{-1} - 3B^{-1}$ را با نوشتن درایه‌هایش مشخص کنید.

۹. نشان دهید وارون ماتریس A در صورت وجود منحصر به فرد است و $(A^{-1})^{-1} = A$

۱۰. دستگاه $\begin{cases} 3x + 4y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.

| | | | |
|-----------------|---|----------------------|------------------|
| مرور آخر | به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد | | هندسه (۳) |
| | جمع‌بندی فصل ۱ هندسه ۳ | سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷ | |
| | رشته: ریاضی | پایه: دوازدهم | |
| | تالیف و تنظیم: بهروز ملکی | | |

۱۱. دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد سپس دستگاه را با روش ماتریس وارون حل کنید.

۱۲. به ازای چه مقادیری از m دستگاه $\begin{cases} 5x + (m-1)y = -m \\ 5mx + 6y = 5 \end{cases}$ جواب ندارد؟

۱۳. مقدار a را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} 4x + ay = 4 \\ ax + 9y = -a \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد.

۱۴. به ازای چه مقادیری از k دستگاه $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ جواب منحصر به فرد دارد؟

۱۵. حاصل دترمینان‌های ماتریس‌های زیر را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & 2 & -3 \\ 2 & 11 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ «الف»}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ «ب»}$$

$${}^2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ 4 & |A| \end{bmatrix} \text{ «پ»}$$

۱۶. ماتریسی 3×3 چنان بیابید که $|A| = -6$ سپس ماتریس A^T را مجاسبه و $|A^T|$ را بدست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱۷. اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $|A| = 5$ حاصل $||A|A|$ را بدست آورید.