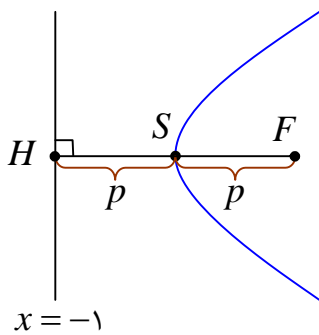


باسمه تعالی

نمونه سؤال پیرامون سهمی

درس هندسه ۳ پایه ی ۱۲ ریاضی فیزیک

تهیه کننده: گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان



۱: در سهمی مقابل $F(۱,۲)$ کانون و $x = -۱$ خط هادی می باشد. معادله ی

سهمی را بنویسید.

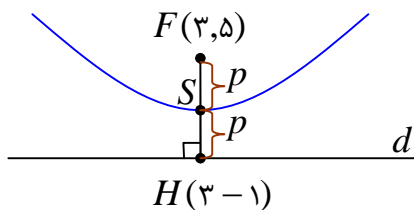
حل: با توجه به شکل داریم:

$H(-۱,۲)$

$$\rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{x_F + x_H}{۲} = ۰ \\ y_S = \frac{y_F + y_H}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲ \end{cases} \rightarrow S(۰,۲) \rightarrow p = ۱$$

لذا معادله ی سهمی به شکل زیر است:

$$(y - \beta)^۲ = ۴p(x - \alpha) \rightarrow (y - ۲)^۲ = ۴(۱)(x - ۰) \rightarrow (y - ۲)^۲ = ۴x$$



۲: در سهمی شکل مقابل، F کانون و d خط هادی سهمی

است. معادله ی سهمی را بنویسید.

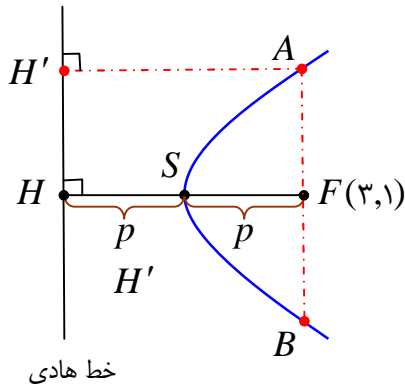
حل:

$S(۳,۲) \rightarrow p = ۳$

نمونه سوال هندسه ۳ - - - - - درس سهمی

لذا معادله‌ی سهمی به شکل زیر است:

$$(x - \alpha)^2 = 4p(y - \beta) \rightarrow (x - 3)^2 = 4(3)(y - 2) \rightarrow (x - 3)^2 = 12(y - 2)$$



۳: در شکل مقابل نقطه‌ی $F(3,1)$ کانون سهمی و پاره خط AB با خط هادی موازی است. اگر طول پاره خط AB برابر با ۸ واحد و $AF = AH'$ باشد. معادله‌ی سهمی را بنویسید.

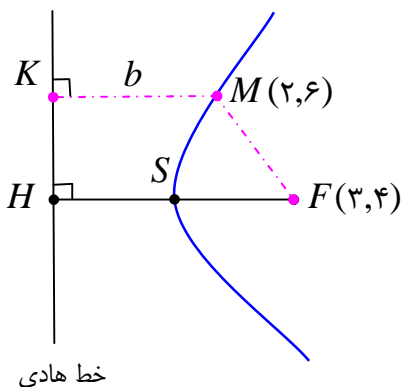
حل: چون AB موازی با خط هادی است. پس چهارضلعی $AFHH'$ یک مستطیل خواهد بود.

لذا $AH' = 2p$ و چون $AF = AH'$ پس $AF = 2p$ به همین ترتیب $BF = 2p$ پس $AB = 4p$

از طرفی طبق فرض $AB = 8$ پس $4p = 8$ یعنی $p = 2$ در نتیجه $S(1,1)$

حال با داشتن مختصات رأس سهمی و مقدار p می توانیم معادله‌ی سهمی را بنویسیم:

$$(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha) \rightarrow (y - 1)^2 = 4(2)(x - 1) \rightarrow (y - 1)^2 = 8(x - 1)$$



۴: در سهمی شکل مقابل کانون $F(3,4)$ و $M(2,6)$ روی سهمی است. معادله‌ی خط هادی را بنویسید.

حل:

$$MF = MK \rightarrow \sqrt{(3-2)^2 + (4-6)^2} = b \rightarrow b^2 = 5$$

پس معادله‌ی خط هادی می شود: $x = 2 - \sqrt{5}$

نمونه سوال هندسه ۳ - - - - - درس سهمی

۵: در هر یک از حالات زیر، افقی یا قائم بودن سهمی را تعیین کنید.

الف: خط هادی سهمی $x = -4$ است.

ب: خط $x = 5$ محور تقارن سهمی است.

پ: شعاع نوری، از کانون سهمی به بدنه سهمی تابیده شده است و بازتاب آن روی خط $y = 2$ می باشد.

ت: شعاع نوری روی خط $x = 3$ به سهمی تابیده شده و بازتاب آن از کانون سهمی می گذرد.

ث: دو خط d و d' با هم موازی اند و خط d سهمی را در نقاط $A(2,3)$ و $B(4,7)$ و خط d' سهمی را در نقاط $A'(5,0)$ و $B'(1,-8)$ قطع می کنند.

حل:

الف: با توجه به معادله خط هادی، معلوم می شود که سهمی افقی است.

ب: با توجه به معادله محور تقارن، معلوم می شود که سهمی قائم است.

پ: بازتاب موازی محور تقارن است. حال چون محور تقارن افقی است، پس سهمی افقی است

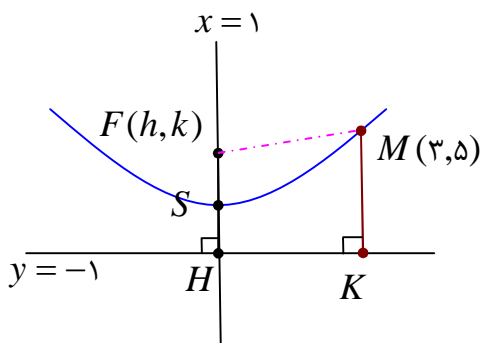
ت: چون بازتاب از کانون می گذرد. پس تابش موازی محور تقارن بوده است. در نتیجه محور تقارن عمودی است. لذا سهمی قائم است.

ث: فرض کنیم M وسط AB و M' وسط $A'B'$ باشد. در این صورت MM' موازی با محور تقارن خواهد بود. حال چون $M(3,5)$ و $M'(3,-4)$ لذا معادله MM' به صورت $x = 3$ است. در نتیجه محور تقارن عمودی است. یعنی سهمی قائم است.

۶: در شکل مقابل خط $y = -1$ خط هادی سهمی و $x = 1$

محور تقارن سهمی است. اگر نقطه ای روی سهمی $M(3,5)$ باشد. مختصات F کانون سهمی را تعیین کنید.

حل: اگر $F(h,k)$ باشد. خواهیم داشت: $h = 1$



نمونه سوال هندسه ۳ - - - - - درس سهمی

همچنین چون نقطه‌ی M روی سهمی قرار دارد. پس $MF = MK$

از طرفی فاصله‌ی نقطه‌ی M تا خط هادی سهمی یعنی $y = -1$ برابر ۶ می‌باشد. پس: $MK = 6$

لذا:

$$MF = MK \rightarrow \sqrt{(3-1)^2 + (5-k)^2} = 6 \rightarrow 4 + (5-k)^2 = 36 \rightarrow (5-k)^2 = 32$$

$$\rightarrow 5-k = \sqrt{32} \rightarrow 5-k = 4\sqrt{2} \rightarrow k = 5 - 4\sqrt{2}$$

در نهایت داریم:

$$F(1, 5 - 4\sqrt{2})$$

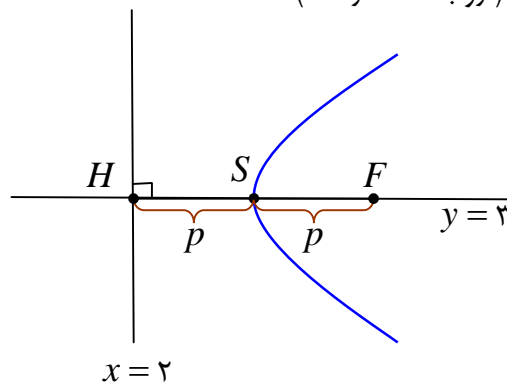
۷: معادله‌ی خط هادی یک سهمی $x = 2$ و معادله‌ی محور تقارن آن $y = 3$ می‌باشد. اگر در این سهمی

فاصله‌ی کانون تا خط هادی برابر با ۸ واحد باشد. معادله‌ی سهمی را بنویسید. (مسئله چند جواب دارد؟)

حل: بنابر اینکه محور تقارن سهمی، افقی است، نتیجه گرفته می‌شود که سهمی نیز افقی است. حال دو حالت

زیر را در نظر می‌گیریم.

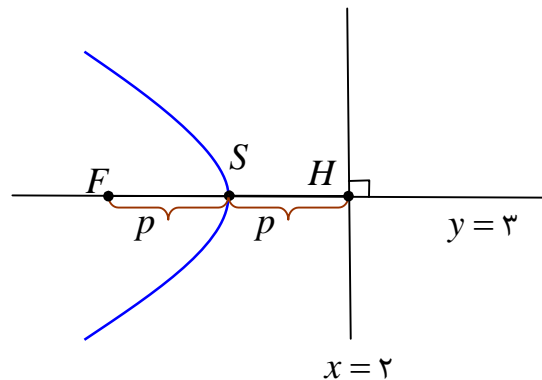
حالت اول: سهمی افقی مثبت (رو به سمت راست)



$$H(2, 3) \text{ و } FH = 8 \rightarrow S(6, 3) \text{ و } p = 4$$

$$(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha) \rightarrow (y - 3)^2 = 4(4)(x - 6) \rightarrow (y - 3)^2 = 16(x - 6)$$

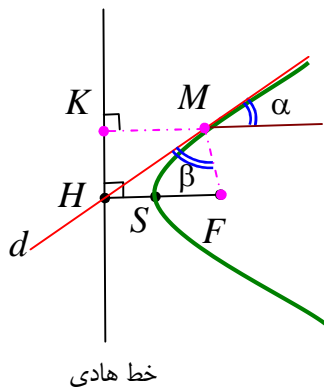
حالت دوم: سهمی افقی منفی (رو به سمت چپ)



$$H(2, 3) \text{ و } FH = 8 \rightarrow S(-2, 3) \text{ و } p = 4$$

$$(y - \beta)^2 = -4p(x - \alpha) \rightarrow (y - 3)^2 = -4(4)(x + 2) \rightarrow (y - 3)^2 = -16(x + 2)$$

۸: در شکل روبرو خط d در نقطه‌ی M بر سهمی مماس است.



اگر $MF = 4$ و $\angle \alpha = 60^\circ$ و $HK = 3$ می باشد. مساحت مثلث MFH را بیابید.

حل: طبق ویژگی بازتابندگی سهمی $\angle \alpha = \angle \beta = 60^\circ$ است.

از طرفی $MK = MF$ پس $MK = 4$. حال در مثلث قائم الزاویه‌ی

MKH طبق قضیه‌ی فیثاغوس داریم $MH = 5$ و مساحت مثلث

MFH از رابطه‌ی زیر بدست می آید.

$$S = \frac{1}{2} MH \times MF \times \sin \beta = \frac{1}{2} (4)(5) \sin(60^\circ) = \frac{1}{2} (4)(5) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 5\sqrt{3}$$

طراحی سئوالات: دکتر افسانه نژاد زاده

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان (بهمن ۱۳۹۷)