1) مفاهیم زیر را تعریف کنید : (1 نمره)

الف) اصل ب) استدلال استقرایی

2) مکان هندسی نقاطی در صفحه که از دو خط موازی به یک فاصله باشد را مشخص کنید : (0/5 نمره)

3) طول اقطار یک لوزی 6 و 8 میباشد. لوزی را رسم کنید: (1 نمره)

4) قضیه شرطی و عکس قضیه ی شرطی گزاره ی « در هر مستطیل قطرها برابرند » را بنویسید. (0/5 نمره)

5) ثابت کنید نقطه ی D روی نیمساز زاویه ی XOY است اگر و تنها اگر فاصله ی D از دو ضلع زاویه یکسان باشد : (1/5 نمره)

6) قضیه ی ضلع برتر و عکس آن را ثابت کنید : (2 نمره)

7) قضیه ی حمار را ثابت کنید : (1/5 نمره)

8) ثابت کنید عمود منصف های مثلث همرسند . (1 نمره)

9) عکس قضیه ی تالس را اثبات کنید : (1/5 نمره)

10) قضیه ی تالس در ذوزنقه را اثبات کنید : (1/5 نمره)

11) در مثلث ABC ، AD نیمساز داخلی زاویه ی A میباشد. ثابت کنید : $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$ (2 نمره)

12) ثابت کنید اگر دو مثلث متشابه باشند ، آنگاه نسبت تشابه با نسب ارتفاع های نظیر برابر است : (1/5 نمره)

13) ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر ، واسطه هندسی بین قطعاتی است که روی وتر ایجاد میکند. (1/5 نمره)

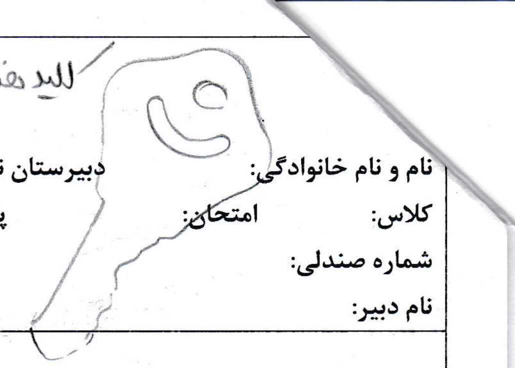
14) در مثلث ABC ، AH ارتفاع و AM میانه ی وارد بر BC میباشند. ثابت کنید : $|AC^2-AB^2|=2MH.BC$ (2 نمره)

15) در مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ و M روی AB قرار دارد. اگر مساحت ذوزنقه ی $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN باشد نسبت $\frac{MB}{MA}$ را بدست آورید : (1 نمره)

«بسمه تعالی»

اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران

کلید هندسه ۱



جای مهر

نام و نام خانوادگی: دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: **پایانی اول**

کلاس: امتحان: پایه: رشته: تاریخ امتحان:

شماره صندلی: مدت زمان:

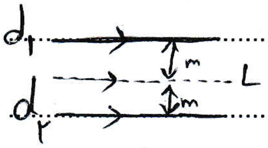
نام دبیر: تعداد صفحات:

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا

پاسخنامه

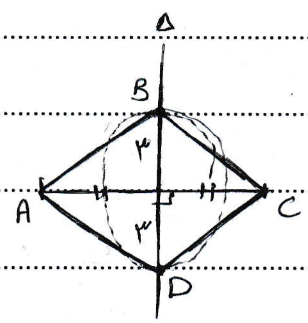
ج ۱) الف) مفاهیم و حقایقی که درستی آنها را بدون اثبات می‌پذیریم

ب) روش نتیجه‌گیری کلی براساس چند تجربه و آزمایش را استدلال استقرایی گویند.



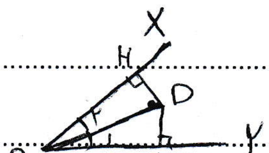
ج ۲) جواب مکان هندسی: خط L وسط دو خط موازی d_1 و d_2 و موازی با آنها

ج ۳) ابتدا پاره خط به طول ۸ را در نظر می‌گیریم. سپس عمودمنصف آن را رسم می‌کنیم. به مرکز تلاقی پاره خط و عمودمنصف دایره‌ای به شعاع ۳ رسم می‌کنیم تا عمودمنصف را در دو نقطه قطع کند. اگر نقاط به دست آمده را به دو سر پاره خط اولیه وصل کنیم، چهارضلعی حاصل لوزی است.



ج ۴) شرطی: اگر چهارضلعی مستطیل باشد آنگاه قطرها با هم برابرند

عکس شرطی: اگر قطرهای یک چهارضلعی با هم برابر باشند آنگاه چهارضلعی مستطیل است.



ج ۵) فرض: D روی نیمساز XOY $(\hat{O}_1 = \hat{O}_2)$

حکم: $DH = DH'$

برهان: از D به O وصل می‌کنیم

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ فرض

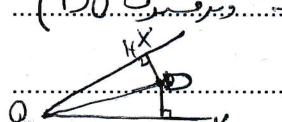
DO وتر مشترک

وتر و یک زاویه تند $\Rightarrow \overset{\triangle}{ODH} \cong \overset{\triangle}{ODH'} \Rightarrow DH = DH'$

فرض: $DH = DH'$ ، XOY

حکم: D روی نیمساز XOY $(\hat{O}_1 = \hat{O}_2)$

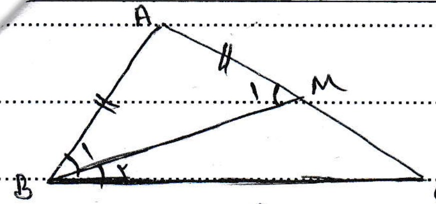
برهان: از D به O وصل می‌کنیم



$DH = DH'$

وتر و یک ضلع $\Rightarrow \overset{\triangle}{ODH} \cong \overset{\triangle}{ODH'} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$

ج ۱۶) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $AB < AC$ | حکم: $\hat{B} > \hat{C}$



برهان: پاره‌خط AM را به اندازه‌ی AB روی ضلع AC جدا می‌کنیم.

$AB = AM \Rightarrow \overset{\triangle}{ABM}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_1$

$\overset{\triangle}{BMC}$: زاویه خارجی $\hat{M}_1 = \hat{B}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{M}_1 > \hat{C}$

$\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \xRightarrow{\hat{B}_1 = \hat{M}_1} \hat{B} > \hat{M}_1$

$\Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$

فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $\hat{B} > \hat{C}$ | حکم: $AC > AB$

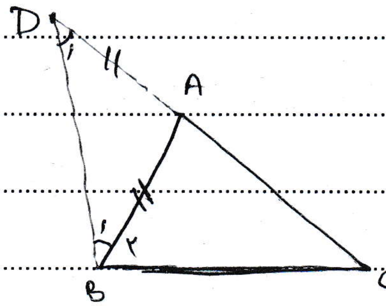
برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم غلط است یعنی: $AC \not> AB$

$AC = AB \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$ ✗

$AC < AB \xRightarrow{\text{ضلع بزرگتر}} \hat{B} < \hat{C}$ ✗

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم درست است.

ج ۱۷) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ | حکم: $AB + AC > BC$



برهان: ضلع AC را از طرف A به اندازه‌ی AB تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم و از D به B وصل می‌کنیم.

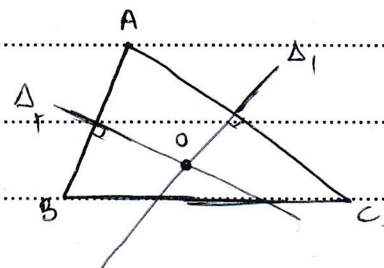
$\overset{\triangle}{ABD}: AD = AB^{*} \Rightarrow \overset{\triangle}{ADB}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}$

$\overset{\triangle}{BMC}: \hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{B} > \hat{B}_1$

$\Rightarrow \hat{B} > \hat{D} \xRightarrow{\text{عکس ضلع بزرگتر}} DC > BC$

$\Rightarrow DA + AC > BC \xRightarrow{*} AB + AC > BC$ به همین ترتیب بقیه ضلع‌ها ثابت می‌شوند

ج ۱۸) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ | حکم: عمودمنصف‌ها همرسند



برهان: ابتدا عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC را رسم می‌کنیم تا همدیگر را در O قطع کنند.

$\Delta_1 \perp \frac{1}{2} AC \xRightarrow{\text{تعریف مکان هندسی}} OA = OC$

$\Delta_2 \perp \frac{1}{2} AB \xRightarrow{\text{تعریف مکان هندسی}} OA = OB$

$\Rightarrow OB = OC \xRightarrow{\text{تعریف مکان هندسی}}$ O روی عمودمنصف BC

$\Leftarrow$ عمودمنصف‌ها همرسند.

«بسمه تعالی»

جای مهر

اداره آموزش و پرورش منطقه۴تهران

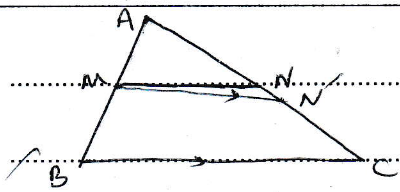
نام و نام خانوادگی: دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: **پایانی اول**

کلاس: امتحان: پایه: رشته: تاریخ امتحان:

شماره صندلی: مدت زمان:

نام دبیر: تعداد صفحات:

پاسخنامه



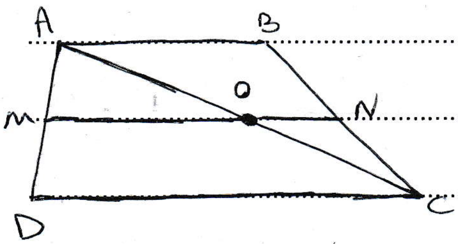
ج ۹) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$

حکم: $MN \parallel BC$

برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم غلط است یعنی $MN \not\parallel BC$ پس از نقطه M، خطی موازی BC رسم می‌کنیم

$MN' \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{MB}=\frac{AN'}{N'C} \xrightarrow{\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}} \frac{AN}{NC}=\frac{AN'}{N'C} \Rightarrow$ N و N' بر هم منطبق هستند

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم درست است پس: $MN \parallel BC$



ج ۱۰) فرض: ذوزنقه ABCD ، $AB \parallel MN \parallel CD$

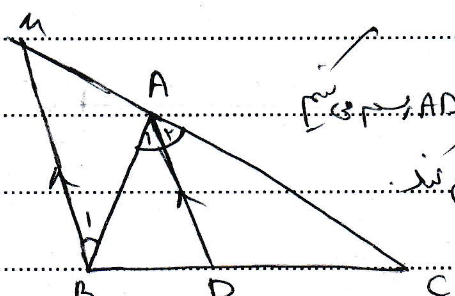
حکم: $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$

برهان: قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در O قطع کند.

$\overset{\triangle}{ADC}: MO \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{MD}=\frac{AO}{OC}$

$\overset{\triangle}{ABC}: NO \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{BN}{NC}=\frac{AO}{OC}$

$\Rightarrow \frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$



ج ۱۱) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، AD نیمساز

حکم: $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$

برهان: از B موازی AD رسم می‌کنیم تا امتداد AC را در M قطع کند.

$\overset{\triangle}{MBC}: BM \parallel AD \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{AC}=\frac{BD}{DC}$ ①

$\begin{cases} MB \parallel AD \\ MC \text{ مورب} \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی}} \hat{A}_2=\hat{M}$

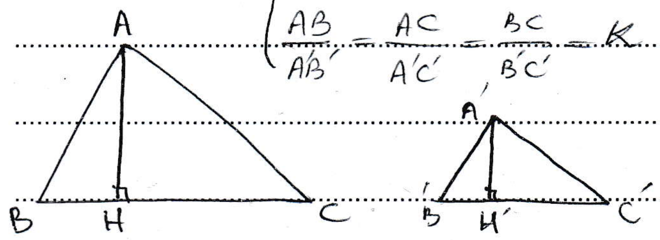
$\begin{cases} MB \parallel AD \\ AB \text{ مورب} \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی}} \hat{A}_1=\hat{B}_1$

$\xrightarrow{\hat{A}_1=\hat{A}_2} \hat{B}_1=\hat{M} \Longrightarrow \overset{\triangle}{MAB}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow MA=AB$ ② $\xrightarrow{①,②} \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$

ج ۱۲) فرض: $ABC \sim A'B'C'$

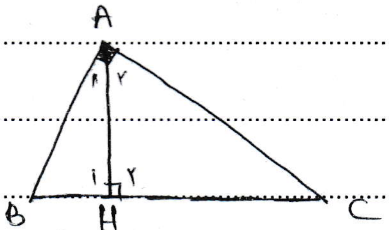
حکم: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = K$

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A'} \ \& \ \hat{B} = \hat{B'} \ \& \ \hat{C} = \hat{C'} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K \end{cases}$



$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B'} \\ \hat{H} = \hat{H'} = 90° \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{A'B'H'}$

$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = K$

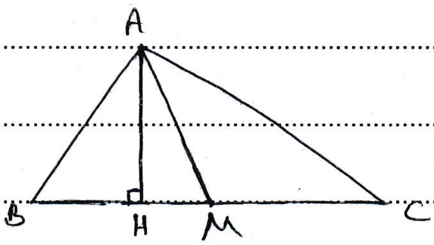


ج ۱۳) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $\hat{A} = 90°$ ، AH ارتفاع

حکم: $AH^2 = BH \cdot CH$

$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{B} = 90° \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90° \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_2$

$\begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90° \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ACH} \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$



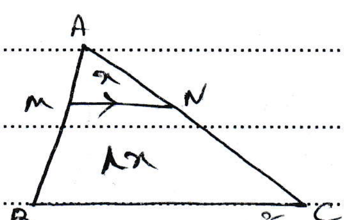
ج ۱۴) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، AH ارتفاع و AM میانه

حکم: $|AC^2 - AB^2| = 2MH \cdot BC$

$\begin{cases} \overset{\triangle}{ACH}: AC^2 = AH^2 + CH^2 \\ \overset{\triangle}{ABH}: AB^2 = AH^2 + BH^2 \end{cases} \xrightarrow{-} AC^2 - AB^2 = CH^2 - BH^2$

$\Rightarrow AC^2 - AB^2 = (CH - BH)(CH + BH) \Rightarrow AC^2 - AB^2 = (CM + MH - BM + MH) \cdot BC$

$\Rightarrow |AC^2 - AB^2| = 2MH \cdot BC$



ج ۱۵) فرض: $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $MN \parallel BC$ و شکل

حکم: $\frac{MB}{MA} = ?$

$\overset{\triangle}{ABC}: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \overset{\triangle}{AMN} \sim \overset{\triangle}{ABC} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \sqrt{\frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$