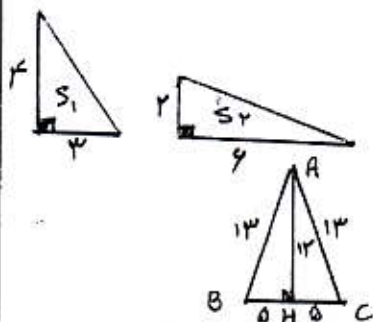


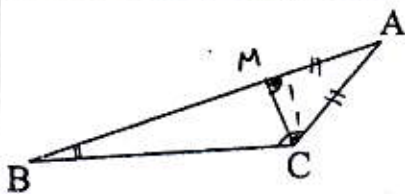
۱ آیا گزاره‌های زیر درست هستند؟ در صورت نادرست بودن، مثال نقض بیاورید.



الف) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، همنهشت هستند.  
 $S_1 = \frac{3 \times 4}{2} = 6$      $S_2 = \frac{2 \times 2}{2} = 2$     نادرست

ب) در هر مثلث، هر ارتفاع، از هر کدام از اضلاع، کوچکتر است. خبر

۲ در شکل مقابل،  $AB > AC$  است.



ثابت کنید  $\hat{C} > \hat{B}$  (قضیه قیاس)

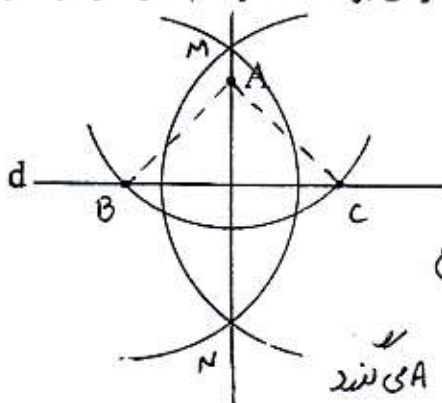
- (نقشه‌ی  $AC$  را روی  $AB$  حکم کرده و  $AM$  نامیم و از  $M$  به  $C$  وصل می‌کنیم)

$$\left. \begin{array}{l} AM = AC \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{C} > \hat{C}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{M}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} > \hat{M}_1 \\ \hat{M}_1 > \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

$\triangle MBC$ : خارجی

۳ نقطه‌ی  $A$  خارج خط  $d$  قرار دارد. به وسیله‌ی خط‌کش و پرگار، از  $A$  عمودی بر خط  $d$  رسم کرده و مراحل رسم را شرح دهید.



- به مرکز  $A$  و به شعاعی بیشتر از فاصله  $A$  تا  $d$  دایره‌ای رسم می‌کنیم تا  $d$  را در  $B$  و  $C$  قطع کند.  
 مساوی‌انگونی  $ABC \Rightarrow AB = AC$  متشاع

- در مثلث مساوی‌انگونی  $ABC$ ، عمود منصف قاعده‌ی  $BC$  از رأس  $A$  می‌گذرد.

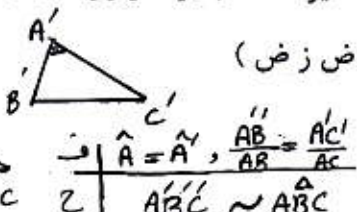
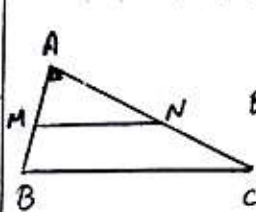
- پس عمود منصف  $BC$  را به بخوری که می‌دانیم رسم می‌کنیم.

۴ الف) دو شکل متشابه را تعریف کنید

- دو شکلی که اضلاع تشریحی متناسب و زوایای تشریحی تشریحی مساوی دارند.

ادامه سوال ۴:

ب) اگر دو ضلع از مثلثی، با دو ضلع از مثلثی دیگر نظیر به نظیر متناسب بوده و زاویه‌ی بین آنها، نظیر به نظیر مساوی باشند، ثابت کنید دو مثلث متشابه‌اند. (ض ض ض)



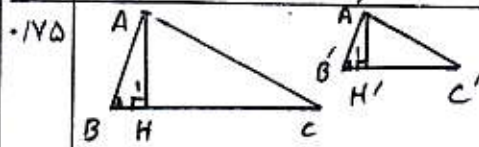
فرض  $\Delta AMN \cong \Delta A'M'N'$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AM} \\ \overline{A'C'} = \overline{AN} \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AMN \cong \Delta A'M'N' \quad (1)$$

عکس  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN \parallel BC$  (قضیه‌ی اساسی)

تساوی  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \Delta AMN \cong \Delta A'M'N'$

اندازه‌ی  $\overline{AC}$ ،  $\overline{AB}$  را  $\overline{AC'}$ ،  $\overline{AB'}$  جدا کرده  $\overline{AM}$ ،  $\overline{AN}$  می‌نیمیم راز  $M$  به  $N$  وصل کنیم



ثابت کنید در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها، با نسبت تشابه برابر است.

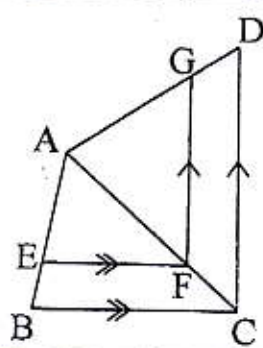
فرض  $\hat{H}_1 = \hat{H}'_1 = 90^\circ$  و  $\hat{B} = \hat{B}'$

$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta A'B'H'$  (تساوی اضلاع)

$\Rightarrow \frac{AB}{AB} = \frac{AH}{A'H'}$

نسبت ارتفاع‌ها  $\downarrow$  نسبت اضلاع  $\downarrow$

$K$

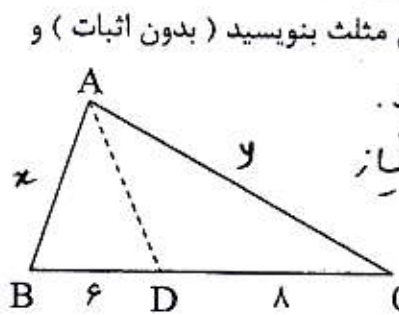


در شکل مقابل، ثابت کنید

$\Delta ABC : EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$  (تساوی)

$\Delta ACD : FG \parallel CD \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AG}{GD}$  (تساوی)

$\Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AG}{GD}$



در شکل مقابل AD نیمساز زاویه  $\hat{A}$  می‌باشد. اولاً رابطه‌ی نیمساز را برای این مثلث بنویسید (بدون اثبات) و ثانیاً اگر محیط مثلث ۳۵ باشد، اندازه‌ی اضلاع AB و AC را حساب کنید.

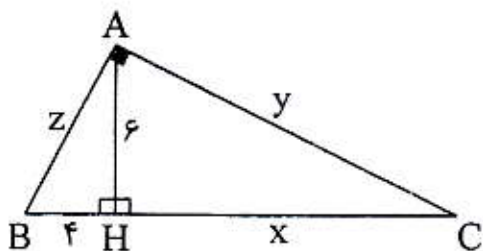
رابطه‌ی نیمساز:  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{14} \Rightarrow x = \frac{2}{7}y$

محیط:  $x + y + BC = 35 \Rightarrow \frac{2}{7}y + y + 14 = 35$

$\Rightarrow y = 12$

$\Rightarrow x = 9$

۱/۲۵



نیانغزین

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ AC^2 &= AH^2 + CH^2 \\ AH^2 &= BH \times CH \end{aligned}$$

نیانغزین  $\Delta$

$$ABH \rightarrow z^2 = 6^2 + 4^2 \Rightarrow z = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 36 = 4 \times x \Rightarrow x = 9$$

$$y^2 = 36 + 81 = 117 \Rightarrow y = 3\sqrt{13}$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle ABC$ ، ارتفاع وارد بر وتر می‌باشد. برای محاسبه‌ی مقادیر مجهول، باید از دو فرمول مهم در مثلث قائم‌الزاویه استفاده کنیم. ضمن نوشتن آن فرمول‌ها در کادرهای زیر، این مقادیر مجهول را به دست آورید.

۸

۰/۱۷۵

مفاهیم زیر را تعریف کنید:

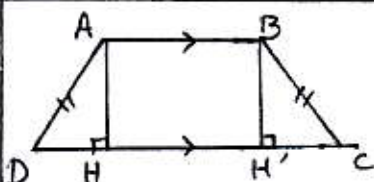
الف) قطر در چند ضلعی: خطی که در رأس غیر مجاور را بهم وصل کند.

ب) چند ضلعی محدب: چند ضلعی است که هر دو نقطه از آن را بهم وصل کنیم خطی داخل دو ضلع واقع شود.

ج) دوزنقه: چهار ضلعی است که فقط ۲ ضلع موازی دارد.

۹

۱



ثابت کنید در هر دوزنقه متساوی الساقین، زوایای پای دو ساق مساویند.

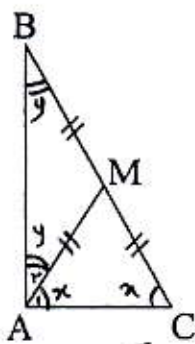
- محوره‌های  $AH$  و  $BH$  را بر قاعده‌ی  $DC$  رسم می‌کنیم

$$\left. \begin{aligned} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \text{فرض } AD = BC \\ \text{مساوی‌الساقین } AH = BH' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta ADH \cong \Delta BCH \xrightarrow{\text{اجزاء}} \hat{D} = \hat{C} \quad \text{مساوی}$$

در خط موازی

۱۰

۱



ثابت کنید  $\hat{A} = 90^\circ$  (عکس قضیه میانه‌ی وارد بر وتر)

یعنی ۲ مثلث متساوی‌الساقین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta MAC &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = x \\ \Delta MAB &\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} = y \end{aligned}$$

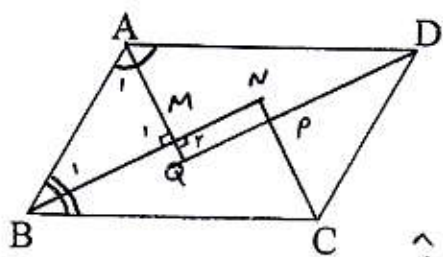
$\Delta ABC: A + B + C = 180$

$x + y + y + x = 180$

$x + y = 90 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$

۱۱

۱/۵



۱۲ در متوازی‌الاضلاع مقابل، نیمسازهای زوایای داخلی را رسم کنید.

از برخورد آنها چه شکلی ساخته می‌شود؟ اثبات کنید

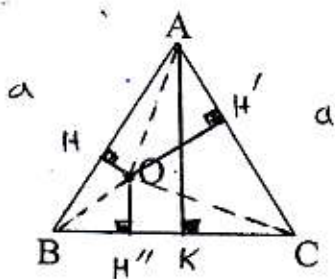
می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، زوایای مجاور مکمل‌اند

$$\hat{A} + \hat{B} = 180 \quad \div 2 \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ \xrightarrow{ABM} \hat{M}_1 = 90^\circ$$

مقابل مساوی  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$

به همین ترتیب زوایای  $\hat{N}$  و  $\hat{P}$  نیز قائمه‌اند، پس  $MNPQ$  مستطیل است.

۱/۵



۱۳ در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC، نقطه دلخواه O درون مثلث واقع است.

ثابت کنید مجموع فواصل O تا سه ضلع مثلث، برابر است با ارتفاع مثلث.

از O بر سه ضلع مثلث عمود کرده و به سه رأس مثلث نیز وصل می‌کنیم

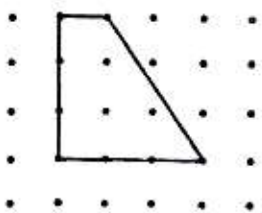
$$S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC} = S_{ABC}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times OH \times a\right) + \left(\frac{1}{2} \times OH' \times a\right) + \left(\frac{1}{2} \times OH'' \times a\right) = \left(\frac{1}{2} \times AK \times a\right)$$

$$OH + OH' + OH'' = AK$$

ارتفاع

۰/۵



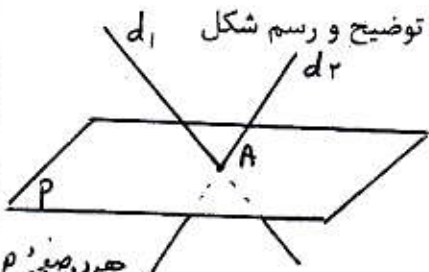
۱۴ مساحت شکل زیر را به کمک فرمول پیک به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است)

$$S = \frac{b}{2} + c - 1 = \frac{1}{2} + 3 - 1 = 2$$

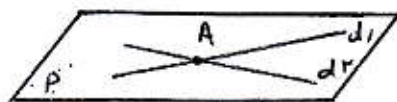
۱/۵

۱۵ دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در نقطه A متقاطع‌اند و صفحه‌ی P شامل نقطه‌ی A است.

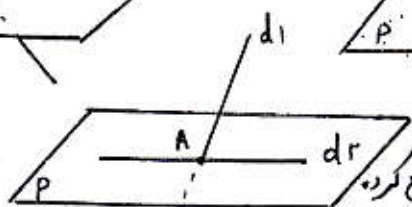
این دو خط و صفحه‌ی P چند حالت نسبت به هم می‌توانند داشته باشند؟ توضیح و رسم شکل



هر دو صفحه P باشند  
اقاطع‌کنند



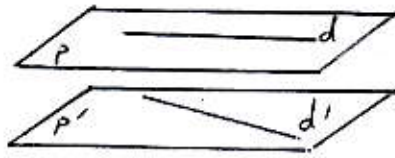
هر دو در صفحه P باشند



یکی صفحه را اقطع کرده  
در دیگری موازی صفحه باشد

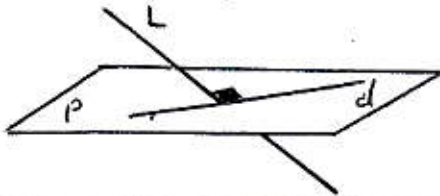
ردیف

۱ الف) اگر دو خط در دو صفحه‌ی موازی قرار داشته باشند، آیا لزوماً با هم موازیند؟ (توضیح و رسم شکل)



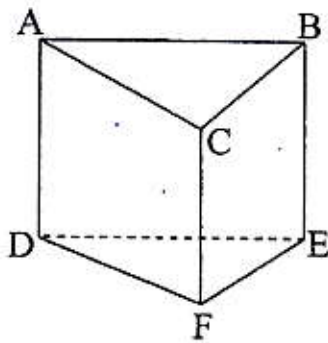
خط  $d$  و  $d'$  روی دو صفحه موازی هستند ولی موازی نیستند بلکه متنازیند

ب) اگر خط  $L$  بر یکی از خطوط صفحه‌ی  $P$  عمود باشد، آیا لزوماً  $L$  بر صفحه‌ی  $P$  عمود است؟ (توضیح و شکل)



خط  $L$  بر یکی از خطوط  $P$  یعنی  $d$  عمود است ولی بر صفحه  $P$  عمود نیست

۱ شکل مقابل یک منشور سه پهلو می باشد.



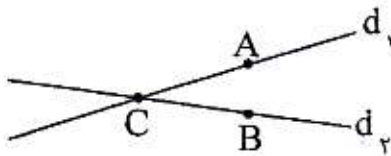
الف) سه جفت خط دوه‌دو متناظر نام ببرید.

$(AD, BC)$   $(CF, AB)$   $(BE, AC)$

ب) سه صفحه دوه‌دو متقاطع نام ببرید.

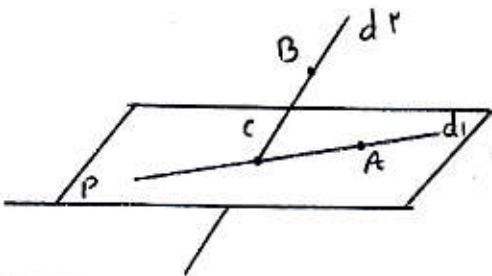
صفحه  $BCFE$ ، صفحه  $ACFD$ ، صفحه  $ABC$

۰/۱۵ ۱۸ خطوط  $d_1$  و  $d_2$  و نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  مانند شکل مقابل هستند.



صفحه‌ی  $P$  را طوری رسم کنید که شامل نقاط  $A$  و  $C$  باشد ولی

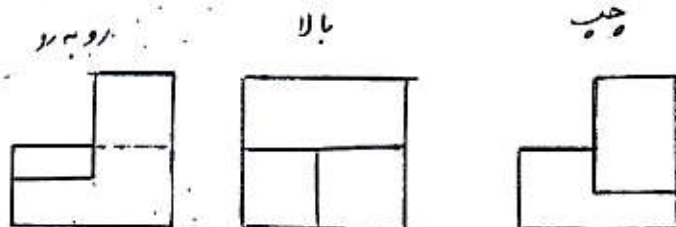
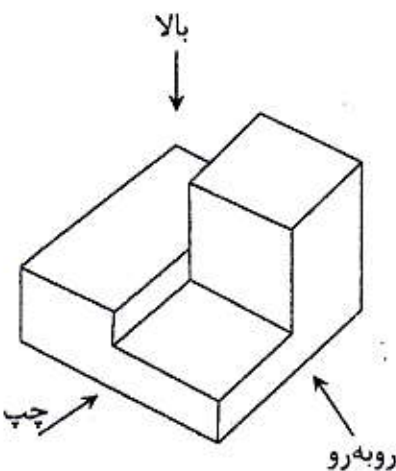
شامل نقطه  $B$  نباشد. وضعیت این دو خط و صفحه‌ی  $P$  چگونه است؟



$d_1$  روی صفحه  $P$  است ولی  $d_2$  صفحه  $P$  را در نقطه  $C$  قطع کرده است

۰/۱۷۵ ۱۹ با توجه به جهت‌های مشخص شده، سه نمای جسم مقابل را رسم کنید

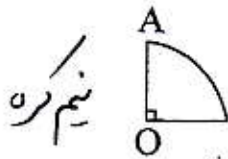
و دقیقاً مشخص کنید هر کدام، چه نامی است؟



۲۰ از دوران شکل‌های زیر حول محورهای داده شده چه جسمی ساخته می‌شود؟

الف) دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه . مخروط قائم

ب) دوران مستطیل حول طول . استوانه

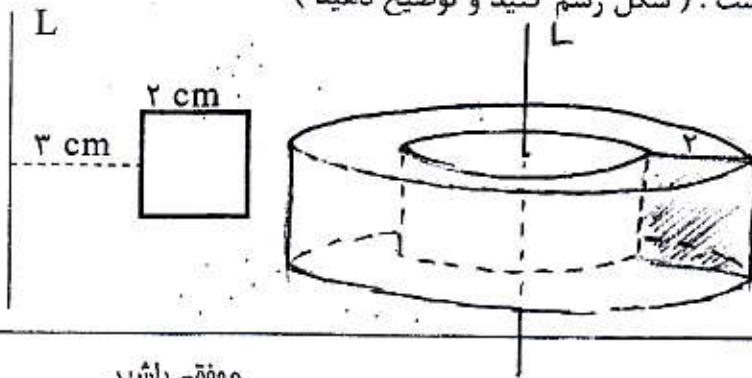


ج) دوران ربع یک دایره ، حول شعاع OA

د) دوران یک مربع به ضلع ۲ cm حول خط L که به فاصله ۳ cm از ضلع مربع و موازی با ضلع مربع

است . ( شکل رسم کنید و توضیح دهید )

بد استوانه که بد استوانه که مرکز دایره آن ضلع ۱ است



جمع کل

موفق باشید