نام :	بسمه تعالی دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا منطقه ۴ آموزش و پرورش	درس : هندسه دهم
نام خانوادگی :		مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام دبیر :		تاریخ:
شماره صندلی :		

۱) مثلثی با اضلاع a ، $2a+1$ و $5a-1$ قابل رسم است. حدود a را تعیین کنید : (۱/۵ نمره)

۲) ثابت کنید عمود منصف های اضلاع هر مثلث همرسند. (۱/۵ نمره)

۳) ثابت کنید اگر دریک مثلث دوزاویه نابرابر باشند، آنگاه ضلع روبرو به زاویه ی بزرگتر، از ضلع روبرو به زاویه ی کوچکتر، بزرگتر است. (۱/۵ نمره)

۴) ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز زاویه ، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که تا دو ضلع زاویه به یک فاصله باشند روی نیمساز آن زاویه قرار دارند: (۲ نمره)

۵) ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر از نصف مجموع دو ضلع قائمه کوچکتر است. (۱/۵ نمره)

۶) درذوزنقه ی $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ خطی را موازی قاعده های ذوزنقه رسم میکنیم تا ساق AD را در M و ساق BC را در N قطع کند.

ثابت کنید : $AM.NC = BN.MD$ (۱/۵ نمره)

۷) در مثلث ABC از نقطه ی M روی ضلع AB پاره خط MN را طوری رسم میکنیم که $BC \parallel MN$. اگر $ME \parallel BN$ باشد.

ثابت کنید : $AN^2 = AE.AC$ (۱/۵ نمره)

۸) در مثلث ABC، $MN \parallel BC$ و $3AM = 2MB$ (M روی AB) نسبت مساحت مثلث CMN به مساحت ذوزنقه ی $BMNC$ چقدر است ؟ (۲ نمره)

۹) با استفاده از تشابه ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه ی هندسی بین قطعاتی است که روی وتر ایجاد میکند. (۱/۵ نمره)

۱۰) در مثلث ABC $(AB < AC)$ AH ارتفاع و AM میانه ی وارد بر ضلع BC میباشد.

به کمک قضیه ی فیثاغورس ثابت کنید : $AC^2 - AB^2 = 2MH.BC$ (۲ نمره)

۱۱) در دو مثلث متشابه ثابت کنید نسبت میانه های نظیر با نسبت تشابه برابر است : (۱/۵ نمره)

۱۲) درمثلث ABC از نقطه ی دلخواه E روی ضلع BC به A وصل میکنیم. سپس ازنقطه ی دلخواه O روی پاره خط AE به رئوس B و C وصل میکنیم. اگر مساحت مثلث ABC را S و مساحت مثلث OBC را S' بنامیم. نسبت $\frac{OE}{AE}$ را بر حسب S و S' بنویسید: (۲ نمره)

نام ونام خانوادگی: تاریخ:

پایه: مدیریت آموزش وپرورش منطقه ٤ تهران زمان:

امتحان: کلید سوال هندسه (۱) **دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا** نمره:

---

۱) ف) $\overset{\triangle}{ABC}$ ، a و $2a+1$ و $5a-1$
ح) $a=?$

$5a-1+2a+1>a \Rightarrow 6a>0 \Rightarrow a>0$

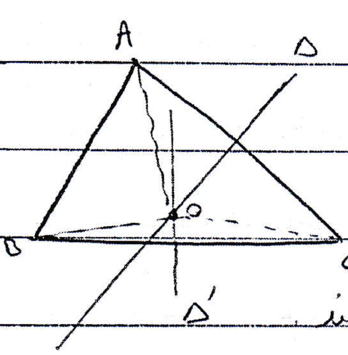
$5a-1+a>2a+1 \Rightarrow 4a>2 \Rightarrow a>\frac{1}{2}$

$2a+1+a>5a-1 \Rightarrow 2a<2 \Rightarrow a<1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}<a<1$

---

۲) ف) $\overset{\triangle}{ABC}$ ، رسم عمود منصف
ح) $\Delta \cap \Delta' \cap \Delta'' = O$



برهان: ابتدا عمود منصف دو ضلع AC و BC را رسم می‌کنیم.

$\Delta \perp \frac{1}{2} AC \Rightarrow AO=OC$

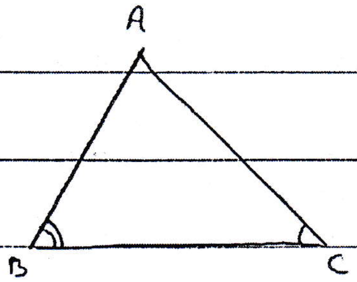
$\Delta' \perp \frac{1}{2} BC \Rightarrow BO=OC$

$\Rightarrow AO=BO$

$\Leftarrow$ O روی عمود منصف AB قرار دارد $\Leftarrow$ عمود منصف‌ها هم‌رسند.

---

۳) ف) $\overset{\triangle}{ABC}$ ، $\hat{B}>\hat{C}$
ح) $b>c$



برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم غلط است: $\overset{\triangle}{ABC}: b \ngtr c$

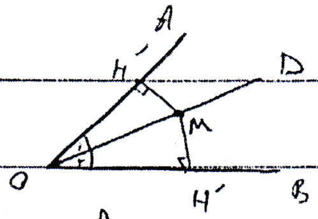
$b=c \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat{B}=\hat{C}$ ✗

$b<c \xRightarrow{\text{ضلع بزرگتر}} \hat{B}<\hat{C}$ ✗

چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم درست است.

---

۴) ف) OD نیمساز ، M دلخواه
ح) $MH=MH'$

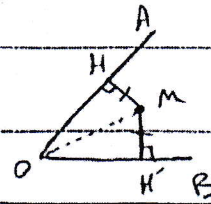


OD نیمساز $\Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2$

OM وتر مشترک

وتر و یک زاویه $\Rightarrow \overset{\triangle}{OMH} \cong \overset{\triangle}{OMH'} \Rightarrow MH=MH'$

ف) $MH=MH'$ ، M دلخواه
ح) $\hat{O}_1=\hat{O}_2$

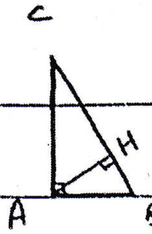


برهان: از O به M وصل می‌کنیم.

$\begin{cases} OM & \text{وتر مشترک} \\ MH=MH' \end{cases} \xRightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \overset{\triangle}{OMH} \cong \overset{\triangle}{OMH'} \Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2$

۵) ف | $\overset{\triangle}{ABC}(\hat{A}=90^\circ)$ AH ارتفاع

ح | $AH < \frac{AB+AC}{2}$



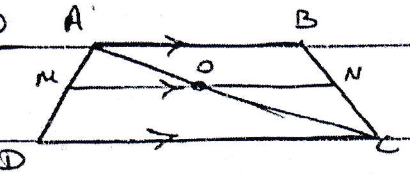
$\overset{\triangle}{ABH}: AH<AB$

$\overset{\triangle}{ACH}: AH<AC$

$\Rightarrow 2AH < AB+AC \Rightarrow AH < \frac{AB+AC}{2}$

) ف | ABCD ذوزنقه و $AB \parallel MN \parallel CD$

ح | $AM.CN = BN.MD$



برهان: قطر AC را رسم می‌کنیم

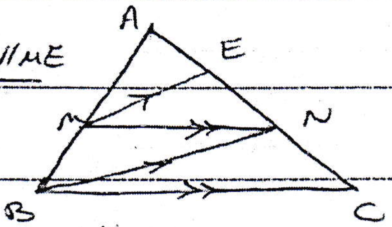
$\overset{\triangle}{ADC}: MO \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$

$\overset{\triangle}{BC}: NO \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس جزء به جزء}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC}$

$\Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow AM.NC = BN.MD$

) ف | $\overset{\triangle}{ABC}$, $MN \parallel BC$, $BN \parallel ME$

ح | $AN^2 = AE.AC$



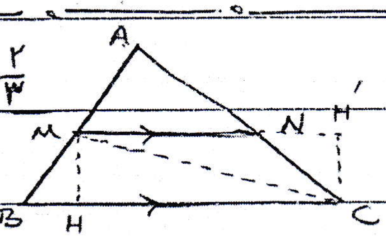
$\overset{\triangle}{ABC}: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ (1)

$\overset{\triangle}{ABN}: BN \parallel ME \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AM}{AB} = \frac{AE}{AN}$ (2)

$(1),(2) \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AE}{AN} \Rightarrow AN^2 = AE.AC$

) ف | $\overset{\triangle}{ABC}$, $MN \parallel BC$, $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$

ح | $\frac{S_{C\hat{M}N}}{S_{BMNC}} = ?$



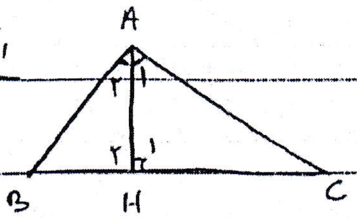
$\frac{S_{C\hat{M}N}}{S_{\overset{\triangle}{BMC}}} = \frac{\frac{1}{2} CH' \times MN}{\frac{1}{2} MH \times BC} = \frac{MN}{BC}$ (1)

$\overset{\triangle}{ABC}: MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{5}$ (2)

$\Rightarrow \frac{S_{C\hat{M}N}}{S_{\overset{\triangle}{BMC}}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{S_{CMN}}{S_{\overset{\triangle}{CMN}} + S_{\overset{\triangle}{BMC}}} = \frac{2}{2+5} \Rightarrow \frac{S_{C\hat{M}N}}{S_{BMNC}} = \frac{2}{7}$

ف | $\overset{\triangle}{ABC}$, $\hat{A}=90^\circ$, AH ارتفاع

ح | $AH^2 = BH.CH$



$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}$

$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ACH} \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH.CH$

به نام خدا

نام ونام خانوادگی: تاریخ:

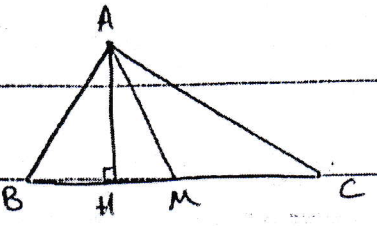
پایه: مدیریت آموزش وپرورش منطقه ٤ تهران زمان:

امتحان : **دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا** نمره:

---

۱۰) ف: $\overset{\triangle}{ABC}$ در $AB<AC$ و AH ارتفاع و AM میانه

ح: $AC^2 - AB^2 = 2MH \cdot BC$



$$\overset{\triangle}{ACH}: AH^2 + CH^2 = AC^2$$

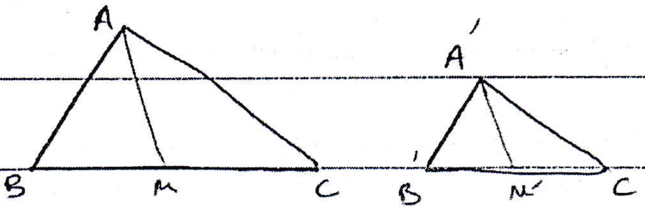
$$\overset{\triangle}{ABH}: AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow AC^2 - AB^2 = CH^2 - BH^2 = (BM - HM)^2 - (CM + HM)^2$$

$$BM = CM \Rightarrow AC^2 - AB^2 = (\underbrace{BM - \cancel{HM} + CM + \cancel{HM}}_{2BM = BC})(\overbrace{\cancel{BM} + HM - \cancel{CM} + HM}^{2HM}) \Rightarrow AC^2 - AB^2 = 2HM \cdot BC$$

) ف: $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ و

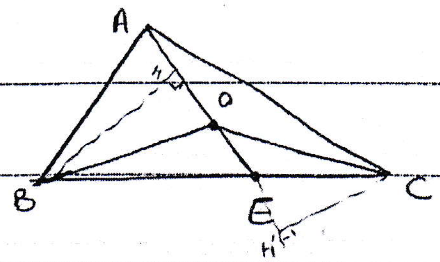
ح: $\frac{AM}{A'M'} = \frac{AB}{A'B'} = k$



$$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'} \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{B'} \\ AB = kA'B' \\ BC = kB'C' \xrightarrow{\text{میانه}} BM = kB'M' \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{AB}{A'B'} = k \\ \hat{B} = \hat{B'} \\ \frac{BM}{B'M'} = k \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \overset{\triangle}{ABM} \sim \overset{\triangle}{A'B'M'} \Rightarrow \frac{AM}{A'M'} = \frac{AB}{A'B'} = k$$

) ف: $\overset{\triangle}{ABC}$ و E دلخواه و O دلخواه

ح: $\frac{OE}{AE} = ?$



$$\frac{S_{\overset{\triangle}{OCE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEC}}} = \left(\frac{OE}{AE}\right)$$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{BOE}}}{S_{\overset{\triangle}{ABE}}} = \left(\frac{OE}{AE}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{OE}{AE} = \frac{S_{\overset{\triangle}{OCE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEC}}} = \frac{S_{\overset{\triangle}{OBE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEB}}} \Rightarrow \frac{OE}{AE} = \frac{S_{\overset{\triangle}{OCE}} + S_{\overset{\triangle}{OBE}}}{S_{\overset{\triangle}{AEC}} + S_{\overset{\triangle}{AEB}}} = \frac{S_{\overset{\triangle}{OBC}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}$$

$$\Rightarrow \frac{OE}{AE} = \frac{S'}{S}$$