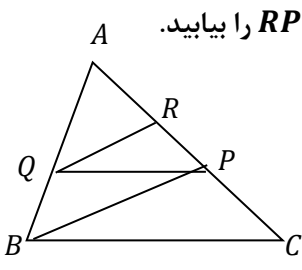


نام درس: هندسه
 نام دبیر: سمر افتخاری
 تاریخ امتحان: ۲۰/۰۳/۱۳۹۶
 ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره کل آموزش و پرورش شهرستان
 اداره کل آموزش و پرورش شهرستان مازندران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه
 سازمان آموزش و پرورش
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۴-۹۵

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	ثابت کنید عمود منصف های اضلاع یک مثلث هم‌رسند.	
۲	ثابت کنید هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه تا دو ضلع زاویه به یک فاصله است.	
۳	به کمک مثال نقض احکام کلی زیر را رد کنید: الف) در هر مثلث متساوی الساقین ارتفاع وارد بر قاعده بزرگ ترین ارتفاع مثلث است. ب) در هر مثلث نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها داخل مثلث است.	
۴	الف) اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار عددی کسر $\frac{2a+2b}{a+2b}$ را به دست آورید. ب) اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار عددی کسر $\frac{\frac{2b}{\frac{a-b}{3a}}}{a+b}$ را بیابید.	
۵	در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH را رسم کرده ایم. در هر حالت، با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را به دست آورید. الف) $AC = ?$ و $AB = ?$ و $AH = ?$ و $CH = 4$ و $BH = 9$ ب) $AC = ?$ و $BC = ?$ و $AH = 4$ و $AB = 8$	۱،۲۵
۶	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیم‌سازهای زوایای AMC و AMC هستند. ثابت کنید $PQ \parallel BC$.	۰،۷۵
۷	در شکل زیر داریم: $PQ \parallel BC$ ، $QR \parallel BP$ ، اگر بدانیم $AR = 8$ ، $PC = 6$ آن‌گاه طول RP را بیابید.	
۸	ثابت کنید اگر وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی را متوالیا بهم وصل کنیم چهارضلعی حاصل متوازی‌الاضلاع خواهد بود.	۱،۵
۹	در ذوزنقه $ABCD$ وسط‌ساق‌های AD ، BC را به ترتیب P ، Q می‌نامیم. ثابت کنید پاره خط PQ موازی قاعده‌ها و طول آن با میانگین قاعده‌ها برابر است.	۱،۵

ادامه سؤالات در صفحه بعد

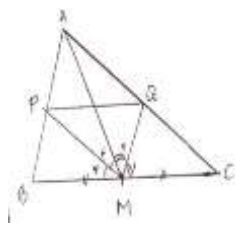
۱.۵	ثابت کنید چهار ضلعی که در آن قطر ها منصف یکدیگر باشند، متوازی الاضلاع است.	۱۰
۱	اگر مجموع تعداد اقطار و اضلاع یک $n + 1$ ضلعی، نصف تعداد اقطار یک $2n$ ضلعی باشد، مجموع زوایای داخلی $n + 3$ ضلعی را بیابید.	۱۱
۱	در دوزنقه $ABCD$ ($AB \parallel CD$) M وسط ساق BC است. ثابت کنید مساحت دوزنقه $ABCD$ دو برابر مساحت مثلث AMD است.	۱۲
۰.۵	چند ضلعی شبکه ای را تعریف کرده قضیه پیک را بیان کنید.	۱۳
۱	حالت های مختلف دو خط را با رسم شکل بیان کنید.	۱۴
۰.۵	دو صفحه عمود بر هم را تعریف کنید.	۱۵
۱	حجم شکل حاصل از دوران یک دوزنقه قائم الزاویه به قاعده های ۲ و ۶ و ارتفاع ۴ حول ارتفاع را بدست آورید.	۱۶
۰.۷۵	الف) صفحه ی P کره ای به مرکز O و شعاع ۱۳ را قطع کرده، فاصله O از صفحه ۵ است. مساحت سطح مقطع چقدر است؟ ب) یک مکعب به طول یال ۲ داریم، یک صفحه این مکعب را طوری برش داده است که از وسط سه یال گذشته است. در مورد سطح مقطع حاصل کدام صحیح است؟ i) مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲. ii) مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع $\sqrt{2}$. iii) مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین به طول وتر ۲. iv) مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به طول وتر $\sqrt{2}$.	۱۷
۱.۵	دوزنقه قائم الزاویه ای به قاعده های ۲ و ۸ و ارتفاع ۹ را حول ارتفاع دوران می دهیم. سپس با صفحه ای به موازات قاعده ها، جسم حاصل را برش میزنیم تا مساحت سطح مقطع حاصل 16π شود. فاصله صفحه برش را از قاعده بزرگ تر محاسبه کنید.	۱۸
۰.۵	دو خط d_1 و d_2 در فضا با هم موازیند. الف) اگر صفحه ای مانند P با یکی از این دو خط موازی باشد، نسبت به دیگری چه وضعی دارد؟ ب) اگر صفحه P شامل یکی از این دو خط باشد نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟	۱۹

جمع بارم: ۲۰ نمره

بایاد خدا دل ها آرام می گیرد و مطمئن باشید به شما کمک خواهد کرد.



ردیف	راهنمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	می دانیم هر دو عمود منصف دلخواه در مثلث متقاطعند. از طرفی عمود منصف مکان هندسی نقاطی است که تا دوسر پارہ خط به یک فاصله است. اگر l_1 و l_2 به ترتیب عمود منصف های BC و AB بوده و دو نقطه O یکدیگر را قطع کنند پس: پس O روی عمود منصف AC نیز هست.		
۲	فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ وتر و یک زاویه حاده $\left. \begin{array}{l} AMP : AP = AP \\ APN : \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow AMP \cong APN \Rightarrow MP = PN$		
۳	(الف) در مثلث متساوی الساقین با زاویه راس منفرجه ارتفاع وارد بر قاعده کوتاه ترین ارتفاع است. (ب) در مثلث قائم الزاویه نقطه همرسی ارتفاع ها روی راس قائمه است.		
۴	(الف) $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3}b$ $\frac{2a + 2b}{a + 2b} = \frac{2(\frac{2}{3}b) + 2b}{\frac{2}{3}b + 2b} = \frac{\frac{4}{3}b + 2b}{\frac{2}{3}b + 2b} = \frac{\frac{4}{3}b + \frac{6}{3}b}{\frac{2}{3}b + \frac{6}{3}b} = \frac{10b}{8b} = \frac{5}{4}$ (ب) $\frac{2b}{a - b} = \frac{\frac{2}{3}b - b}{\frac{2}{3}b - b} = \frac{\frac{5}{3}b}{\frac{2}{3}b} = -\frac{5}{2}$ $\frac{3a}{a + b} = \frac{3 \times \frac{2}{3}b}{\frac{2}{3}b + b} = \frac{-b}{\frac{5}{3}b} = -\frac{3}{5}$		
۵	(الف) $AH^2 = BH \cdot CH = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$ $BH + CH = BC = 13$ $AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow AC^2 = 4 \times 13 \Rightarrow AC = \sqrt{52}$ $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow AB = \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}$ (ب) $AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ $AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 16 = 4\sqrt{3} \cdot HC \Rightarrow HC = \frac{4\sqrt{3}}{3}, BC = \frac{4\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ $BC^2 = BA^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{256 - 64} = \sqrt{192}$		



$$\left. \begin{aligned} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 &\Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \\ \hat{I}_3 = \hat{M}_4 &\Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{عکس تالس} \\ MB=MC \end{array} \rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{PB} \rightarrow PQ \parallel BC$$

۶

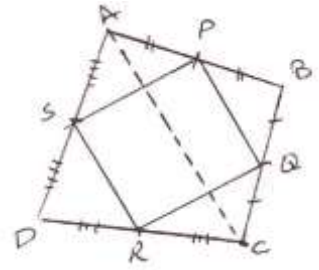
$$\left. \begin{array}{l} QR \parallel BP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AQ}{QB} = \frac{AR}{RP} \\ QP \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PC} = \frac{AQ}{BQ} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AR}{RP} = \frac{AP}{PC} \Rightarrow \frac{\lambda}{X} = \frac{\lambda+X}{6} \rightarrow 4\lambda = \lambda X + X^2 \rightarrow X^2 + \lambda X - 4\lambda = 0$$

$$(X - 4)X + 12 = 0 \\ X = 4$$

۷

$$\frac{BP}{AB} = \frac{BQ}{BC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel AC \Rightarrow \frac{PQ}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{DS}{DA} = \frac{DR}{DC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} SR \parallel AC \Rightarrow \frac{SR}{AC} = \frac{1}{2}$$



$$1) PQ \parallel \frac{1}{2} AC$$

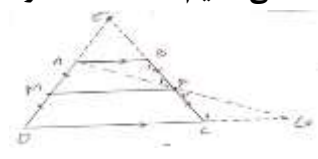
$$2) SR \parallel \frac{1}{2} AC$$

متوازی الاضلاع $PQ \parallel SR \Rightarrow PQRS$ (۱ و ۲)

۸

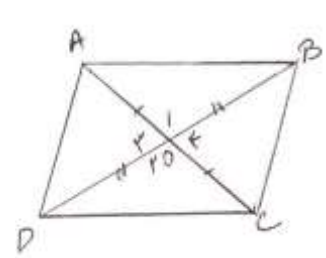
$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{2AM} = \frac{EB}{2BF} \Rightarrow AB \parallel MF$$

$$MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AD} = \frac{MF}{DG} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{1}{2} DG$$



(الف)

۹



$$\left. \begin{array}{l} AOB : AO = OC \\ DOC : BO = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \rightarrow AOB \cong DOC \Rightarrow AB = DC$$

$$\left. \begin{array}{l} AOB : AO = OC \\ BOC : DO = OB \\ \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \end{array} \right\} \rightarrow AOD \cong BOC \Rightarrow AD = BC$$

متوازی الاضلاع ABCD است

۱۰

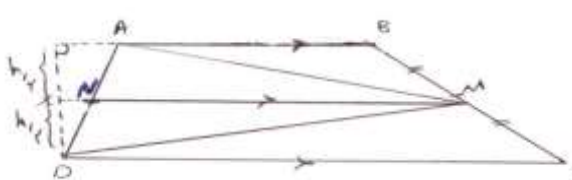
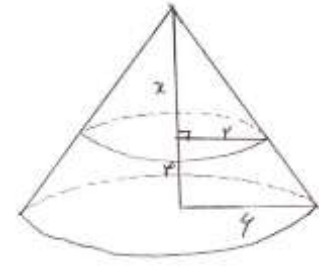
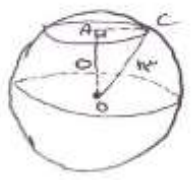
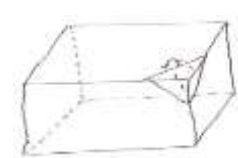
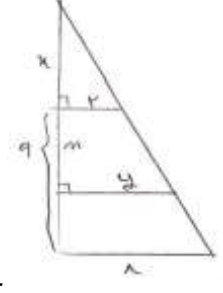
$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} + (n+1) = \frac{1}{2} \left(\frac{(2n)(2n-3)}{2} \right)$$

$$2(n^2 - n - 2 + 2n + 2) = 4n^2 - 6n$$

$$2n^2 + 2n = 4n^2 - 6n \Rightarrow 2n^2 - 8n = 0$$

$$2n(n - 4) = 0 \rightarrow n = 4$$

۱۱

<p>از وسط BC (M) به وسط AD (N) رسم کرده امتداد می دهیم تا ارتفاع وارد بر AB از نقطه D را در X قطع کند. طبق تعمیم تالس این خط ارتفاع را نیز نصف می کند.</p> $S_{AMD} = S_{AMN} + S_{NMD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot MN + \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot MN = \frac{h}{2} MN = \frac{h}{2} \left(\frac{AB + DC}{2} \right)$ $\frac{S_{ABCD}}{S_{AMD}} = \frac{\frac{1}{2} h \cdot (AB + DC)}{\frac{1}{2} h \left(\frac{AB + DC}{2} \right)} = 2$	 <p style="text-align: right;">۱۲</p>
<p>چند ضلعی که تمام رئوسش روی نقاط شبکه ای می باشد، چند ضلعی شبکه ای نام دارد. قضیه پیک: اگر b نقاط مرزی و i نقاط درونی یک چند ضلعی شبکه ای باشد آنگاه مساحت چند ضلعی شبکه ای از رابطه زیر به دست می آید: $S = \frac{b}{2} + i - 1$</p>	<p style="text-align: right;">۱۳</p>
<p>(۳) متناظر $l_1 \cap l_2 = \{A\}$ (۲) متقاطع</p>	<p>منطق $l_1 \cap l_2 = l_1 = l_2$ (۱) موازی غیر منطق $l_1 \cap l_2 = \emptyset$</p> <p style="text-align: right;">۱۴</p>
<p>اگر یکی از صفحات متقاطع حداقل شامل خطی باشد که بر صفحه دیگر عمود باشد، دو صفحه بر هم عمودند.</p>	<p style="text-align: right;">۱۵</p>
$\frac{x}{4+x} = \frac{2}{6} \Rightarrow 6x = 8 + 2x \rightarrow x = 2$ <p>مخروط حاصل</p> $v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ $v = v - v = \frac{1}{3} \pi \times 36 \times 6 - \frac{1}{3} \pi \times 4 \times 2 = 72\pi - \frac{8\pi}{3}$ <p>بالا کل</p>	 <p style="text-align: right;">۱۶</p>
	$OC^2 = AC^2 + OA^2$ $169 = 25 + X^2$ $X^2 = 169 - 25$ $X = 12 \rightarrow S = \pi r^2 = 144\pi$ <p>(الف) گزینه ۱</p>  <p>(ب) گزینه ۲</p> <p style="text-align: right;">۱۷</p>
$\frac{2}{8} = \frac{x}{x+9} \rightarrow 2x + 18 = 8x \rightarrow x = 3$ $\pi y^2 = 16\pi \rightarrow y = 4$ $\frac{2}{4} = \frac{3}{3+m} \rightarrow 6 = 3 + x \rightarrow x = 3$ $v = v - v = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 - \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi \times 64 \times 12 - \frac{1}{3} \pi \times 16 \times 3 = 256\pi - 16\pi = 240\pi$ <p>بزرگ بالا</p>	 <p style="text-align: right;">۱۸</p>
<p>(الف) یا با d_1 موازی است غیر منطبق یا منطبق است. (ب) شامل d_2 است یا با d_1 موازی است.</p>	<p style="text-align: right;">۱۹</p>