



۱- اگر عدد ۲ در بازه $\left(\frac{1-a}{2}, \frac{2a+1}{3}\right]$ باشد حدود a را تعیین کنید. (۲نمره)

۲- اگر برای مجموعه‌های A و B داشته باشیم $n(A) = 36$ و $n(B) = 29$ و $n(A \cup B) = 54$ مطلوبست. (۲نمره)

الف) $n(A \cap B)$

ب) $n(B - A)$

۳- اعضای مجموعه‌ی $F = \{2^{xy} \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 5\}$ را بنویسید. (۲نمره)

۴- اگر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $k + 1$ عضو ۲۴ واحد کم‌تر از تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $k + 3$ عضو باشد k چیست؟ (۲نمره)

۵- برای دنباله‌ی درجه دوم زیر، یک جمله عمومی پیدا کنید. (۲نمره)

۰, ۴, ۱۰, ۱۸, ۲۸, ...

۶- اگر در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی چهارم برابر ۸- باشد مجموع جملات اول و سوم و پنجم و هفتم چیست؟ (۲نمره)

۷- بین ۲ و ۲۵۶ شش واسطه‌ی هندسی درج کنید. (۲نمره)

۸- مجموع سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی برابر x و مجموع مربعات این سه جمله برابر y است ثابت کنید: $3y \geq x^2$ (۲نمره)

۹- اگر جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی هندسی ۱ و جمله‌ی هفتم آن ۸ باشد جمله‌ی عمومی این دنباله را بیابید. (۲نمره)

۱۰- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت $d \neq 0$ اگر $a_4 + a_8 + a_{12} + \dots + a_{4n} = \frac{nd}{3}$ ثابت کنید: (۲نمره)

$$\frac{a_3 + a_7 + a_{11} + \dots + a_{4n-1}}{a_5 + a_9 + a_{13} + \dots + a_{4n+1}} = \frac{-1}{3}$$



سال تحصیلی ۹۷-۹۶



پایه دهم - نیمسال اول

تاریخ: ۱۳۹۶/۰۷/۱۱

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

بسم

آزمون مستمر درس: ریاضی ۱

مبحث: سرفصل تابستان

پاسخنامه در ۲ صفحه تنظیم شده است.

-۱

$$\frac{1-a}{2} < 2 \leq \frac{2a+1}{3}$$

$$\frac{1-a}{2} < 2 \Rightarrow 1-a < 4 \Rightarrow a > -3$$

$$\cap \rightarrow a \geq \frac{5}{2}$$

$$\frac{2a+1}{3} \geq 2 \Rightarrow 2a+1 \geq 6 \Rightarrow 2a \geq 5 \Rightarrow a \geq \frac{5}{2}$$

-۲

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$54 = 29 + 36 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 11$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 36 - 11 = 25$$

-۳

x y

$$1 \quad 4 \rightarrow 2^{xy} = 2^4 = 16$$

$$4 \quad 1 \rightarrow 2^{xy} = 2^4 = 16 \Rightarrow F = \{16, 64\}$$

$$2 \quad 3 \rightarrow 2^{xy} = 2^6 = 64$$

$$3 \quad 2 \rightarrow 2^{xy} = 2^6 = 64$$

-۴

$$2^{k+1} = 2^{k+3} - 24 \Rightarrow 2^{k+3} - 2^{k+1} = 24 \rightarrow 2^k(8-2) = 24$$

$$2^k = 4 \rightarrow \boxed{k=2}$$

-۵

۰, ۴, ۱۰, ۱۸

↗ ↗ ↗

+۴ +۶ +۸

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a_1 = a + b + c = 0$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 4$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 10$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} a = b = 1, c = -2 \\ a_n = n^2 + n - 2 \end{array} \right\}$$

-۶

$$a_1 + 3d = -8$$

$$a_1 + a_1 + 2d + a_1 + 4d + a_1 + 6d = 4a_1 + 12d = 4(a_1 + 3d) = 4 \times (-8) = -32$$

-۷

$$q = n\sqrt[n]{\frac{a_n}{a_1}} \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{256}{4}} = \sqrt[3]{128} = 2$$

$$2, \boxed{4, 8, 16, 32, 64, 128}, 256$$

-۸

$$a - d + a + a + d = x \Rightarrow 3a = x$$

$$(a - d)^2 + a^2 + (a + d)^2 = y \Rightarrow a^2 - 2ad + d^2 + a^2 + a^2 + 2ad + d^2 = y$$

$$3a^2 + 2d^2 = y \rightarrow 3y = 9a^2 + 6d^2 \rightarrow 3y = x^2 + 6d^2$$

همواره مثبت

$$\rightarrow 3y \geq x^2$$

-۹

$$a_1 q^3 = 1 \Rightarrow \frac{a_1 q^6}{a_1 q^3} = 8 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$a_1 q^3 = 1 \Rightarrow a_1 (8) = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{8}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} = \left(\frac{1}{8}\right)(2^{n-1}) = \frac{1}{2^3} \times 2^{n-1} \Rightarrow \boxed{a_n = 2^{n-4}}$$

-۱۰

$$\frac{(a_f - d) + (a_8 - d) + (a_{12} - d) + \dots + (a_{fn} - d)}{(a_f + d) + (a_8 + d) + (a_{12} + d) + \dots + (a_{fn} + d)}$$

$$= \frac{(a_f + a_8 + a_{12} + \dots + a_{fn}) - nd}{(a_f + a_8 + a_{12} + \dots + a_{fn}) + nd} = \frac{\frac{nd}{2} - nd}{\frac{nd}{2} + nd} = \frac{-\frac{nd}{2}}{\frac{3nd}{2}} = \frac{-1}{3}$$