

ش سندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی:	نخبگان علامه طباطبائی	نوبت امتحانی:	میان ترم دوم	ساعت امتحان:	۷:۳۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه:	دهم ریاضی - تجربی	مقطع:	دوره دوم متوسطه	وقت امتحان:	۱۰۰ دقیقه
سؤال امتحان درس:	نام دبیر / دبیران:	گروه مولفان نخبگان	سال تحصیلی:	۱۳۹۵ - ۱۳۹۶	تعداد برگ سئوال:	۱ صفحه

بارم	متن سوال
۳	معادلات درجه دوم زیر را از روش‌های خواسته شده حل نمایید. (الف) $2x^2 - 3 = -5x$ (روش $\Delta$ ) (ب) $x(x+2) = 3$ (مربع کامل) (ج) $2x^2 + 7x = -3$ (تجزیه)
۱/۵	نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور $x$ ها را در نقاطی به طول ۱- و ۲ قطع کرده است معادله‌ی این سهمی را بنویسید و رسم نمایید و خط تقارن آن را بیابید.
۱/۵	سن دو بردار ۳ سال باهم اختلاف دارد، اگر ۳ سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۲۸ شود، سن هر کدام را بدست آورید.
۱/۵	به ازای چه مقادیری از $m$ ، سهمی $mx^2 + mx + 1$ همواره بالای محور $x$ ها قرار می‌گیرد؟
۱/۵	نامعادله‌ی زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه نمایش دهید. $3 \leq 4x - \frac{1}{2} < 1$
۱/۵	تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases}$ مفروض است. (الف) نمودار آن را رسم نمایید. (ب) دامنه و برد را بیابید. (ج) $f(f(\sqrt{2}+1))$ را بیابید.
۱	اگر $f(x) =  x $ باشد نمودار تابع $f(x-1) + 3$ را با استفاده از انتقال رسم کنید و دامنه و برد را مشخص کنید.
۱	در تابع خطی $f$ داریم: $f(1) = -1$ و $f(2) = 1$ ، نمایش جبری این تابع را بنویسید.
۱	دامنه و برد تابع $f = \{(2a-b, 3), (-1, 4), (2, 7), (1, a+2b)\}$ به ترتیب به صورت $\{-1, 2, 4, 1\}$ و $\{3, 4, 7, -8\}$ می‌باشد $a$ و $b$ چه اعدادی می‌توانند باشند؟
۲	تابع بودن یا نبودن هر یک از موارد زیر را با ذکر دلیل مشخص نمایید. (الف) $f = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{N}, x + 2y = 8\}$ (ب) $g = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{Z},  x  +  y  = 2\}$ (ج) $h = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 9\}$ (د) $k = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{Z}, x + y \leq 2\}$
۱/۵	با ارقام $\{0, 2, 5, 9\}$ (الف) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟ (ب) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟
۱	گل فروشی در فروشگاه خود ۸ نوع گل مختلف دارد او در هر دسته ۲ تا ۴ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟
۱	رمز یک گوشی موبایل از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه‌ی اول اعداد غیر تکراری و دو گزینه‌ی دوم حروف انگلیسی هستند، تعداد حالت‌های ممکن را برای رمز این گوشی موبایل بدست آورید.
۱	اگر $P(n, 4) = 12 C(n-2, 2)$ باشد $n$ را بدست آورید.
۲۰	جمع نمرات

الف)  $Kn^2 + 2n - 3 = 0$   $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 + 12 = 16$  (۳) - ۱

$n_1, n_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{2K} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = -\frac{3}{K} \\ n_2 = \frac{1}{K} \end{cases}$  (۱)

ب)  $n^2 + Kn - 3 = 0 \Rightarrow n^2 + Kn + 1 = 3 + 1$   
 $(\frac{-b}{2a})^2 = (\frac{-K}{2})^2 = 1 \Rightarrow (n+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} n+1 = 2 \Rightarrow n=1 \\ n+1 = -2 \Rightarrow n=-3 \end{cases}$  (۱)

ج)  $Kn^2 + Vn + 3 = A$   
 $K(Kn^2 + Vn + 3) = KA \Rightarrow Kn^2 + V(Kn) + 3 = KA$   
 $(Kn+3)(Kn+1) = KA$  (۱)  
 $K(n+3)(n+1) = KA$   
 $(n+3)(n+1) = A$

$y = an^2 + bn + c$  (۱۵) - ۲

A:  $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow c = 3$

B:  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = a - b + 3$

C:  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 0 = 3a + 3b + 3$

$\Rightarrow \begin{cases} a - b = -3 \\ 3a + 3b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ka - 3b = -3 \\ Ka + 3b = -3 \end{cases}$

$7a = -6 \Rightarrow a = -\frac{6}{7}$   
 $b = 1$

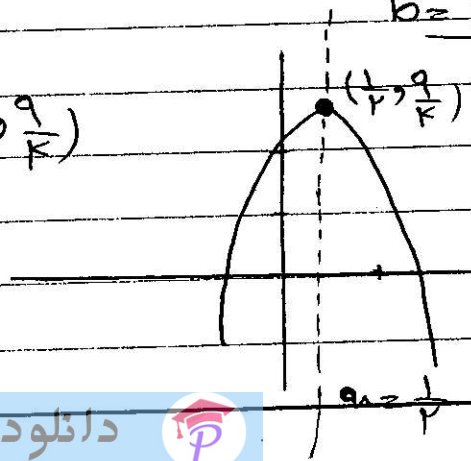
$y = -\frac{6}{7}n^2 + n + 3$

$n = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{-\frac{12}{7}} = -\frac{7}{12}$   $\Rightarrow$   $u = \left(-\frac{7}{12}, \frac{9}{K}\right)$

$y = -\left(-\frac{7}{12}\right)^2 + \left(-\frac{7}{12}\right) + 3 = \frac{9}{K}$

$a = -\frac{6}{7} < 0 \Rightarrow \max u$

$n = \frac{1}{2}$  خط تقارن



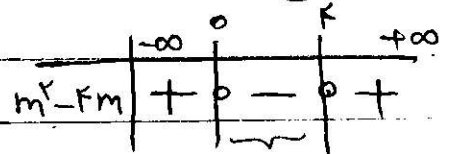
$$x - y = k \Rightarrow x = k + y \quad (1.5) - ۳$$

$$(x+k)(y+k) = 1 \Rightarrow (x+k) \times x = 1 \Rightarrow x^2 + kx - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+k)(x-k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+k=0 \Rightarrow x=-k \\ x-k=0 \Rightarrow x=k \end{cases} \Rightarrow \boxed{y=1}$$

$$mx^2 + mx + 1$$

$$\textcircled{1} \Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m=0, m=4$$



$$\textcircled{2} a > 0 \Rightarrow m > 0 \quad \textcircled{1}$$

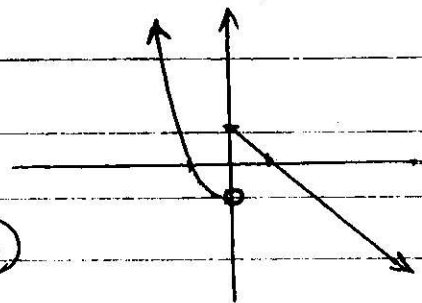
$$\textcircled{2} 0 < m < 4 \Rightarrow 1 \cap 2 \Rightarrow \boxed{0 < m < 4}$$

$$k \left| kx - \frac{1}{k} \right| - 1 \leq \frac{1}{k} \Rightarrow k \left| kx - \frac{1}{k} \right| \leq \frac{1}{k} + 1 \Rightarrow \textcircled{1.5} - 5$$

$$\Rightarrow k \left| kx - \frac{1}{k} \right| \leq \frac{k}{k} \xrightarrow{\div k} \left| kx - \frac{1}{k} \right| \leq \frac{1}{k} \Rightarrow -\frac{1}{k} \leq kx - \frac{1}{k} \leq \frac{1}{k} \quad \textcircled{1.5}$$

$$\xrightarrow{+\frac{1}{k}} 0 \leq kx \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{1}{k} \Rightarrow x \in \left[ 0, \frac{1}{k} \right] \quad \textcircled{1.5}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x & 0 & -1 \\ y & -1 & 0 \end{matrix} \quad \textcircled{1.5} - 7$$



$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}, R_f = \mathbb{R} \quad \textcircled{1.5}$$

$$ع) f(\sqrt{2}+1) = 1 - (\sqrt{2}+1) = -\sqrt{2} \quad \textcircled{1.5}$$

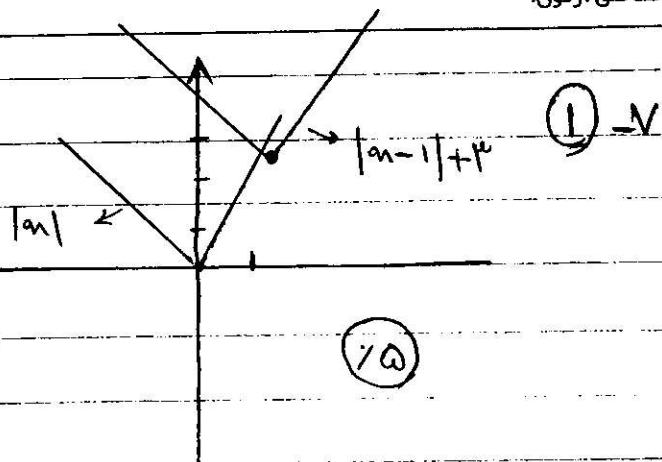
$$f(f(\sqrt{2}+1)) = f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$f(x) = |x|$$

$$f(x-1) + 3 = |x-1| + 3$$

دامنه  $D = \mathbb{R}$   
 $f(x-1) + 3$

بر  $R = [3, +\infty)$



(۱۵)

(۱۵)

$$f(1) = -1 \Rightarrow A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 + 1}{2 - 1} = 2$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow B \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 3$$

(۱) - A

(۱۵)

(۱۵)

$$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ a + 2b = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ -2a - 4b = 17 \end{cases}$$

$$-5b = 21 \Rightarrow b = -4.2 \text{ and } a = 0$$

(۱۵)

(۱۵)

(۱۵)

(۱) - A

(۲) - 10

الف) تابع است زیرا نمودار آن یک خط راست است که اگر خط موازی محور y ها رسم کنیم خط افقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کنند پس تابع است. (۱۵)

ب)  $|x| + |y| = 2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow \dots$  تابع نیست زیرا برخلاف تعریف تابع بودن برای  $x = 0$  دو مقدار y داریم (۱۵)

ج)  $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \pm 3 \Rightarrow \dots$  تابع نیست (۱۵)

د)  $x + y \leq 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y \leq 1 \Rightarrow \dots$  تابع نیست (۱۵)

۱۱- با ارقام ۰ و ۲ و ۵ و ۹

(۱۵) حالت  $2 \times 3 \times 3 \times 2 = 18$

اگر رقم سمت راست ۲ باشد ← حالت (۵)  $2 \times 2 \times 1 = 4$  (ب)

اگر رقم سمت راست ۰ باشد ← حالت (۵)  $2 \times 2 \times 1 = 4$

لذا در کل ۱۰ عدد می توان نوشت

۱۲- (۱)

$$\binom{1}{4} + \binom{1}{3} + \binom{1}{2} = \frac{1!}{4!4!} + \frac{1!}{3!5!} + \frac{1!}{2!6!}$$

$$= 70 + 57 + 28 = 154$$

۱۳- (۱)

$$10 \times 9 \times 27 \times 27$$

۱۴- (۱)  $P(n, 4) = 12 C(n-2, 2)$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 12 \times \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-4)!} = 12 \times \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}$$

$$n(n-1) = 6 \Rightarrow n^2 - n - 6 = 0$$

$$(n-3)(n-2) = 0$$

$$n-3 = 0 \Rightarrow n = 3$$

$$n-2 = 0 \Rightarrow n = 2$$