

نام درس: ریاضی

نام دبیر: کوشکی

زمان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ: ۹۵/۱۰/۴

تعداد صفحات: ۲

پرتو



آزمون پایانی نوبت اول

سال تحصیلی ۹۵-۹۶

نام و نام خانوادگی:

پایه دهم

ردیف	سوالات	بارم
۱	اگر ۲- نقطه ی میانی بازه ی $(a, b)$ و طول این بازه $\gamma$ باشد، آنگاه : مجموعه ی $\left\{x \in R \mid \frac{a-2b}{3} \leq x \leq \frac{a+2b}{2}\right\}$ را به صورت بازه نمایش دهید.	۱
۲	۲۵ نفر از دانش آموزان یک کلاس در درس ریاضی و ۲۶ نفر در درس فیزیک قبول شده اند. اگر دو نفر در هر دو درس قبول نشده باشند و ۱۲ نفر در هر دو درس قبول شده باشند: الف) کلاس چند نفره است ؟ ب) چند نفر فقط در ریاضی قبول شده اند؟ ج) چند نفر فقط در فیزیک قبول شده اند؟ د) چند نفر در فیزیک قبول نشده اند؟	۱
۳	حاصل عبارت $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 197^2 + 198^2 - 199^2 + 200^2$ را به دست آورید.	۱
۴	در یک دنباله ی هندسی با ۱۳ جمله ، جمله ی وسط برابر ۲ است. حاصلضرب تمام جملات را بیابید.	۱
۵	اگر ۴ و $3x-1$ و $4x+2$ جملات متوالی یک دنباله ی حسابی باشند، چندمین جمله ی این دنباله برابر $802$ است؟	۱
۶	اگر $\tan x = 4$ و $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، سایر نسبتهای $x$ را بیابید.	۱
۷	بیشترین مقدار و کمترین مقدار عبارت $A = \cos^2 x - 6 \cos x + 1$ را حساب کنید.	۱
۸	درستی تساوی مقابل را اثبات کنید. $\sin^4 x + \cos^4 x - (\sin^2 x - \cos^2 x) = 2 \cos^4 x$	۱/۵
(( ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم ))		

۹	معادله ی خطی را بنویسید که از مبدا مختصات می گذرد و با جهت مثبت محور X ها زاویه ی $15^\circ$ می سازد.	۱
۱۰	شخصی از پایین یک برج ۵۰ متری ، بالای یک برج دیگر را نسبت به افق با زاویه ی $6^\circ$ می بیند. سپس از بالای همان برج ۵۰ متری ، بالای آن برج دیگر را با زاویه ی $3^\circ$ می بیند. ارتفاع برج دیگر را بیابید.	۱/۵
۱۱	در یک مثلث اندازه ی دو ضلع به ترتیب ۶ و $8\sqrt{3}$ و زاویه ی بین آنها $120^\circ$ است . مساحت و اندازه ی ضلع سوم را بیابید.	۱
۱۲	مقدار X را از تساوی $\sqrt[4]{8} \times \sqrt[3]{4} \times \sqrt{2} = ((2)^x)^{\frac{1}{8}}$ به دست آورید.	۱
۱۳	حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.	۱
	الف) $\sqrt[2]{9+\sqrt{17}} \times \sqrt[2]{9-\sqrt{17}}$ ب) $\sqrt[5]{x^2} \times \sqrt{x^2} \times \sqrt[3]{x^{-1}} \div \sqrt[2]{x} \times \sqrt[5]{x^2} \times \sqrt{x^5}$	
۱۴	حاصل عبارتهای زیر را به کمک اتحادها به دست آورید:	۱/۵
	الف) $(x-1)^2(x^2+1)^2(x^2+x+1)^2 =$ ب) $(2a^2-a)^2 =$	
۱۵	اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد ، مقدار عددی عبارت $x^6 + \frac{1}{x^6}$ را بیابید.	۱
۱۶	الف) عبارت $6x^2 - x - 1$ را تجزیه نماید. ب) ثابت کنید $1 - 2^1$ بر $7^3$ بخشپذیر است.	۲
۱۷	مقدار m را چنان بیابید که معادله ی $x^2 + (m+2)x + 2m = 0$ جواب مضاعف داشته باشد.	۱/۵
		۲۰

پاسخ سوالات ریاضی (۱) - دهم ریاضی و تجربی - دیماه ۹۵

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = -2 \Rightarrow a+b = -4 \\ b-a = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = -4 \\ -a+b = 7 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \text{ و } a = -\frac{11}{2} \quad (۱)$$

$$A = \left[ \frac{-\frac{11}{2} - 2(\frac{3}{2})}{3}, \frac{-\frac{11}{2} + 2(\frac{3}{2})}{2} \right] = \left[ -\frac{17}{6}, -\frac{5}{4} \right] \quad (۲)$$

(۲) الف) ۴ نفر (ب) ۱۳ نفر (ج) ۱۴ نفر (د) ۱۵ نفر  
 (۲۵) (۲۵) (۲۵) (۲۵)

$$\begin{aligned} A &= (200^2 - 199^2) + (198^2 - 197^2) + \dots + (2^2 - 1^2) \\ &= (200 - 199)(200 + 199) + (198 - 197)(198 + 197) + \dots + (2 - 1)(2 + 1) \\ &= 200 + 199 + 198 + 197 + \dots + 2 + 1 = \frac{200 \times (200 + 1)}{2} = 20100 \end{aligned} \quad (۳)$$

$$x, xq, x^2q, \dots, xq^{12} \Rightarrow xq^6 = 2 \quad (۴)$$

$$(x)(xq)(x^2q) \times \dots \times (xq^{12}) = x^{13} q^{(1+2+\dots+12)} = x^{13} q^{78} = (xq^6)^{13} = 2^{13} \quad (۵)$$

$$3x - 1 = \frac{f + fx + 2}{y} \Rightarrow 4x - 2 = fx + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \quad (۵)$$

$$f, 11, 18 \rightarrow f + v(n-1) = 180 \Rightarrow vn = 180 \Rightarrow n = 11 \quad (۵)$$

$$\tan x = f, \quad \pi < x < \frac{3\pi}{2}$$

$$\cot x = \frac{1}{f}, \quad 1 + f^2 = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1+f^2} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt{1+f^2}} \quad (۵)$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{1+f^2} \Rightarrow \sin x = -\frac{f}{\sqrt{1+f^2}} \quad (۵)$$

$$A = \cos^2 x - 4\cos x + 9 - 9 + 1 = (\cos x - 2)^2 - 1 \quad (۵)$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -f \leq \cos x - 2 \leq -2 \Rightarrow f \leq (\cos x - 2)^2 \leq 14$$

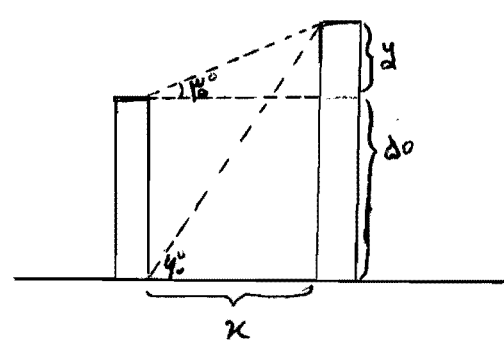
$$\Rightarrow -f \leq A \leq 14 \quad (۵)$$

$\downarrow$  Min  $\downarrow$  Max

$$\begin{aligned} \sin^F x + \cos^F x - (\sin^F x - \cos^F x) &= (1 - \cos^F x)^F + \cos^F x - (1 - \cos^F x) + \cos^F x \\ &= \cancel{1 - 2\cos^F x} + \cos^F x + \cos^F x - \cancel{1} + 2\cos^F x \\ &= 2\cos^F x \quad (1) \end{aligned}$$

$$m = \tan \alpha_0 = -\tan \beta_0 = -\frac{\sqrt{F}}{F} \quad (9)$$

$$y = -\frac{\sqrt{F}}{F} x \quad (10)$$

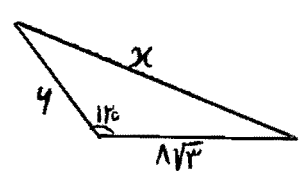


$$\tan \beta_0 = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{F}}{F} = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \frac{Fy}{\sqrt{F}} \quad (10)$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{y + \delta_0}{x} \Rightarrow \sqrt{F} = \frac{y + \delta_0}{x} \Rightarrow y = \sqrt{F}x - \delta_0 \quad (11)$$

$$(10)(11) \Rightarrow y = \sqrt{F} \left( \frac{Fy}{\sqrt{F}} \right) - \delta_0$$

$$\Rightarrow y = Fy - \delta_0 \Rightarrow y = \frac{\delta_0}{F-1} = V \delta_m \quad (12)$$



$$S = \frac{1}{F} \times 4 \times \sqrt{F} \times \sin \alpha_0 = \frac{1}{F} \times 4 \times \sqrt{F} \times \frac{\sqrt{F}}{F} = 4 \quad (13)$$

$$x^F = (y)^F + (F\sqrt{F})^F - 2 \times y \times F\sqrt{F} \times \cos \alpha_0$$

$$x^F = 4^F + 19^F + F^F \sqrt{F} \Rightarrow x = \sqrt{22A + F^F \sqrt{F}} \quad (14)$$

$$\sqrt{F} \times \sqrt{F} \times \sqrt{F} = F^{3x - \frac{1}{F}} \quad (15)$$

$$(F^F)^{\frac{1}{A}} \times (F^F)^{\frac{1}{4}} \times F^{\frac{1}{2}} = F^{2n - \frac{1}{2}} \Rightarrow F^{\frac{F^F}{4}} = F^{2n - \frac{1}{2}} \Rightarrow 2n - \frac{1}{2} = \frac{F^F}{4} \Rightarrow n = \frac{F^F + 1}{8} \quad (16)$$

$$n = \frac{F^F + 1}{8} \quad (17)$$

الف)  $\sqrt[3]{9 + \sqrt{14}} \times \sqrt[3]{9 - \sqrt{14}} = \sqrt[3]{81 - 14} = \sqrt[3]{67} = F \quad (18)$

ب)  $\sqrt[5]{x^F \sqrt{x^F} \sqrt{x^{-1}}} \div \sqrt[5]{x \sqrt{x^F} \sqrt{x^{\delta}}} = \sqrt[5]{(x^{\frac{11}{5} + \frac{F}{5} - \frac{1}{5}}) \div (x^{\frac{10}{5} + \frac{1}{5}})} = \sqrt[5]{\frac{x^{\frac{F+6}{5}}}{x^{\frac{11}{5}}}} = 1 \quad (19)$

الف)  $(x-1)^r(x^r+1)^r(x^r+x+1)^r = \underbrace{(x^r-1)^r}_{(r)} \underbrace{(x^r+1)^r}_{(r)} = \underbrace{(x^{4r}-1)^r}_{(r)} = x^{4r} - 2x^{4r} + 1$  (14)

ب)  $(ra^r - a)^r = (ra^r)^r + r(ra^r)^{r-1}(-a) + \frac{r(r-1)}{2}(ra^r)^{r-2}(-a)^2 + \frac{r(r-1)(r-2)}{6}(ra^r)^{r-3}(-a)^3 + (-a)^r$  (15)

$$= 14a^{4r} - 33a^{4r} + 25a^{4r} - 12a^{4r} + a^r$$
 (15)

$x^r + \frac{1}{x^r} = (x + \frac{1}{x})^r - r(x + \frac{1}{x}) = r^r - r(r) = 18$  (15)

$x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^r + \frac{1}{x^r})^r - r = 18^r - r = 322$  (15)

الف)  $4x^r - x - 1 = \frac{4x^r - 4x - 4}{4} = \frac{(4x-2)(4x+2)}{4} = (2x-1)(2x+1)$  (14)

ب)  $r^9 - 1 = (r^3 - 1)(r^6 + r^3 + 1) = \underbrace{(r^3 - 1)}_K (r^6 + r^3 + 1) = r^3 K$

$x^r + (m+r)x + rm = 0$  (14)

$\Delta = 0 \Rightarrow (m+r)^r - 4(1)(rm) = 0 \Rightarrow m^r - 4m + r = 0$

$(m-r)^r = 0$  (15)

$m = r$

۱- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جملات سوم و هفتم و نهم می توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند. چندمین جمله از دنباله حسابی برابر صفر است؟

۲- مجموع سه عدد که دنباله‌ی هندسی می سازند برابر ۱۹ و ضرب آنها برابر ۲۱۶ است. این دنباله را مشخص کنید.

۳- اگر جملات دوم و پنجم و چهاردهم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند، چه رابطه‌ای بین جمله‌ی اول و قدرنسبت دنباله‌ی حسابی برقرار است؟

قدرنسبت دنباله‌ی هندسی چقدر است؟

۴- اگر  $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{4}$  و  $\cos x = 12 - 13m$  باشد، حدود  $m$  را تعیین کنید.

۵- اگر  $\tan x = \frac{m+1}{m}$  و  $\cos x = \frac{m}{m+2}$  باشد، مقدار  $m$  را بیابید و نسبت‌های  $x$  را حساب کنید.

۶- مردی با قد ۲ متر مقابل یک ساختمان ایستاده است. او پایش ساختمان را با زاویه‌ی  $13^\circ$  و بالای ساختمان

را با زاویه‌ی  $78^\circ$  می بیند. ارتفاع ساختمان را به طور تقریبی حساب کنید. ( $\sin 13^\circ = 0.2$ )

۷- اگر  $2x^2 - x + 2 = 0$  حاصل عبارت  $x^6 + x^4 - \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^6}$  را بیابید.

۸- حاصل عبارات زیر را بیابید.

الف)  $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \sqrt{4+\sqrt{3}}$       ب)  $\sqrt{4+3\sqrt{4+3\sqrt{4+\dots}}}$

$\sqrt{48} \times \sqrt{\sqrt[3]{4}} \times \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{2x - \frac{1}{4}}$

۹- مقدار  $x$  را در تساوی مقابل به دست آورید.

۱۰- مخرج کسرها را کوک کنید.

الف)  $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{5}}$

ب)  $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$